



UNIVERSIDAD AUTONOMA DEL ESTADO DE MORELOS

INSTITUTO DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

***Estudio de la adquisición de habilidades geométricas en
jóvenes de bachillerato***

TESIS

Que para obtener el título de:

Maestra en Investigación Educativa

P R E S E N T A

Madinina Mauvois Romero

COMITÉ TUTORIAL

Director: DR. CESAR BARONA RIOS

DRA. MABEL OSNAYA MORENO

DRA. MARIA ARANZAZU GONZAALEZ LOPEZ

DRA. REGINA ARELLANO GONZALEZ

DR. HÉCTOR SANTOS NAVA

Cuernavaca, Morelos; mayo 2024

DEDICATORIA

Dedico este trabajo con mucho amor, admiración y agradecimiento
a La Burbuja

Agradecimientos:

Quiero agradecer muy especialmente al Dr. Barona por su vocación de didáctica e impulsar mi crecimiento como investigadora.

A Edén por estar siempre ahí apoyándome en todo momento.

A todos mis compañeros del seminario del equipo de investigación, gracias por sus porras en las buenas y en las malas.

A todo mi comité por leerme y retroalimentarme.

A todos los que forman parte del ICE, sobre todo a las chicas por llevarnos de la mano y cuidarnos durante todo el proceso!

A mis profesores y compañeros de los cuales aprendí mucho.

A mi amada familia en especial a Gaia por su paciencia.

Quiero hacer un especial reconocimiento al CBTA 71, por abrirnos las puertas para poder realizar la investigación, al director de plantel el C. P. Juan Manuel Cárdenas Gomez, y muy especialmente a Zeltzin Lievanos por ser nuestro enlace.

ÍNDICE

Resumen	4
Preludio	5
Introducción	6
CAPÍTULO 1. Protocolo de investigación	9
1.1 Planteamiento del problema	9
1.2 Pregunta de investigación	11
1.3 Objetivo general	11
CAPÍTULO 2. Contexto	12
2.1 Prueba PLANEA EMS 2017	12
CAPÍTULO 3. Teoría	15
3.1 Teoría de los procesos del aprendizaje cognoscitivo	16
3.1.1 Procesos cognoscitivos. Adquisición de habilidades	17
3.2 Lenguaje matemático como habilidad	18
3.2.1 Sistemas Matemáticos de Símbolos	23
CAPÍTULO 4. Metodología	25
4.1 Primera Etapa. Análisis de una base secundaria	25
4.2 Segunda Etapa. Aplicación tipo PLANEA en EMS	27
CAPÍTULO 5. Resultados	28
5.2 Resultados de la primera etapa	28
5.1 Resultados de la segunda etapa	29
Conclusiones	32
Referencias	35

Anexo 1. Reactivos de la prueba administrada	37
Anexo 2. Consentimientos	41

Resumen

La investigación que aquí se reporta está enfocada en estudiar factores que contribuyen a la adquisición de habilidades matemáticas a través de analizar los bajos resultados obtenidos por estudiantes en la prueba PLANEA EMS 2017 en esta área, con una focalización en los reactivos del contenido de geometría básica. Para lograr este propósito, el análisis se realizó en dos momentos metodológicos: *a)* la desagregación de reactivos de los resultados de la evaluación, en el área de matemáticas, a partir del archivo de consulta que se encuentra en la página del INEE con los resultados de una entidad federativa; *b)* se diseñó una prueba tipo PLANEA (reactivos de opción múltiple) la cual fue administrada en un bachillerato estatal. Resulta de interés la obtención de resultados distintos; en la prueba planea general, los resultados en el componente seleccionado de contenidos geométricos básicos aparecen con bajos puntajes en los niveles de logro, por lo tanto, corresponden a los de mayor complejidad prevista en las especificaciones de la prueba. Mientras que, la aplicación en un plantel de la entidad seleccionada, los ítems de este componente obtienen mejores resultados que la prueba general y por lo tanto un mejor desempeño. Si bien, estas variaciones abren ventanas de oportunidad para el cuidado en la elaboración y aplicación de este tipo de pruebas, principalmente en redundancia, si se considera el contenido, las respuestas no responden a niveles de complejidad creciente, que es un tema sobre el cual se requiere mayor investigación. Llamo la atención particularmente el bajo resultado en lenguaje algebraico que es básico para la construcción de niveles más altos de abstracción.

Palabras claves: Educación media superior, Lenguaje matemático, Prueba de respuesta múltiple, Desarrollo de habilidades

Preludio

La inquietud de emprender esta investigación surgió de mi experiencia como matemática y docente. He tenido la oportunidad de acompañar a adolescentes en el proceso de aprendizaje de las matemáticas por más de 25 años en ámbitos diversos, sobre todo regularizando a jóvenes. En este tiempo, he concebido que una condición primordial para que la adquisición e integración de las habilidades y el desarrollo del pensamiento matemático sucedan es lograr una conexión por medio de los sentidos o experiencias, lo cual se consigue al vincular las matemáticas con el entorno o experiencias concretas, esto permite un posterior manejo del lenguaje matemático donde no sólo se logra una apropiación de significados sino también de sentido.

Como matemática, he notado que las matemáticas puras o abstractas son una fuente de deleite para aquellos que se dedican a ellas, o han tenido la oportunidad de entender su belleza, pero esto no pasa con la mayoría de las personas que las adquieren, para muchas suelen ser una imposición, que se reduce a meros ejercicios de memorización, por ello las perciben como algo árido, frío y lejano, que no son capaces de comprender. Esto sucede generalmente porque hay una tendencia común dentro de su enseñanza a concebir el pensamiento matemático como una aplicación de fórmulas, perdiéndose de vista que la principal característica de las matemáticas es el desarrollo de la capacidad de abstracción y que dentro de este proceso hay un despliegue creativo y de gozo. Lo anterior adquiere mayor sentido si se tiene en cuenta que desde sus orígenes remotos las matemáticas fueron desarrolladas, no sólo para efectos prácticos, sino también por razones de orden estético y espiritual, por el amor al conocimiento en sí mismo y el entendimiento del entorno.

Introducción

La adquisición de las habilidades matemáticas es un problema fundamental en el área de la investigación educativa. En la Educación Media Superior (EMS), particularmente, su estudio se ve muy enriquecido ya que en el desarrollo de dichas habilidades hay grandes saltos de maduración en los procesos de abstracción pero que aún requieren de componentes concretos o de procedimientos escalonados que se tienen que integrar para que el aprendizaje se produzca desde el entendimiento y no desde la pura memorización.

En esta investigación se concibe una habilidad como el proceso donde se pone en movimiento y se socializa el conocimiento. En un análisis sobre la educación por habilidades, Portillo-Torres (2016, p. 4) ministro de Educación Superior de Costa Rica, menciona que, aunque no hay una definición única sobre lo que es una habilidad esta sólo puede ser demostrada en el rendimiento (haciendo algo), y concluye para su definición:

...las habilidades tienen su fundamento en lo que las personas son capaces de hacer desde sus condiciones neurofisiopsicológicas; estas pueden ser específicas, cuando son requeridas en ciertas tareas, e integrativas cuando se realizan en situaciones complejas.

Se han hecho esfuerzos desde varios organismos internacionales para delimitar o enmarcar cuáles son las habilidades esenciales que todo individuo tiene que desarrollar, el lenguaje y las matemáticas están incluidos en todos ellos de alguna manera (como por ejemplo en la resolución de problemas o el uso de lenguajes y símbolos). No hay un consenso general, pero algo cierto es que la habilidad es un constructo social (Portillo-Torres, 2016). Se han generado

mecanismos de evaluación como las pruebas masivas de respuesta al ítem. Para el presente estudio se tomó una prueba de este tipo, que se aplica a nivel nacional, y se contrastó con los resultados obtenidos de una prueba de elaboración propia del mismo tipo.

Como parte de los resultados que se reportan, llama la atención la falta de concordancia encontrada en los niveles de logro y su escalonamiento; si bien esto nos puede mostrar una falta de cuidado en la redundancia al momento de elaborar pruebas de esta índole, se encontró que también tiene que ver con el desarrollo de la estratificación semiótica del contenido, es decir, se evidencia que las pruebas se están respondiendo desde una memorización más que desde una secuencia lógica del desarrollo semiótico que implica la abstracción de los conceptos durante el desarrollo de la adquisición de estas habilidades. Esto da pie a una perspectiva amplia para el estudio tanto de la evaluación de estas habilidades como de la manera que se está desarrollando el contenido dentro de la educación.

La presentación de esta investigación tiene los siguientes apartados: el primero genera el planteamiento del problema del estudio contextualizando las pruebas de respuesta múltiple y su creciente utilización en el ámbito educativo internacional, se expone la pregunta que dirigió la investigación y se propone un objetivo general en concordancia con la pregunta de investigación. El segundo apartado se centra en el objetivo de exponer el contexto de la Prueba PLANEA EMS 2017, que es la utilizada en el presente estudio. Después se hace el desarrollo de la teoría que posiciona a las habilidades como un proceso de aprendizaje cognitivo, y al lenguaje matemático como una habilidad. Concluimos este estudio con un

tratamiento empírico. En un apartado se describe la metodología desarrollada, los resultados obtenidos de esta, así como las conclusiones a las que llega esta investigación, asumiendo los hallazgos y límites que presenta son de una gran riqueza para futuras investigaciones.

CAPÍTULO 1. Protocolo de investigación

1.1 Planteamiento del problema

Desde mediados del siglo XX la evaluación educativa ha evolucionado, pasando de ser una práctica de tipo manual hasta ponerse a tono con la tendencia internacional de pruebas estandarizadas, las cuales permiten evaluar de manera más pormenorizada el desempeño del sistema educativo: “Un sistema educativo es un conjunto de muchos elementos: alumnos, docentes y escuelas, pero también planes y programas de estudio, libros de texto y materiales didácticos, directores de plantel, supervisores, autoridades y, además, normas, reglamentos, políticas, organización, etcétera” (Martínez, 2013).

A pesar de este arribo a las evaluaciones estandarizadas uno de los problemas a los que se enfrenta la enseñanza y la investigación educativa es ligar los resultados obtenidos con la toma de decisiones que se realiza en los planteles en concreto.

En este sentido, los resultados del aprendizaje no son atributos individuales o de un grupo específico, sino agregados que se conforman de muestras grandes de estudiantes a quienes se aplican pruebas estandarizadas. Esta forma de evaluar el aprendizaje en México es relativamente reciente, y a pesar de que el país participa en evaluaciones internacionales que han permitido conocer el logro de los estudiantes, poco se ha realizado para recrear este método en los procesos de toma de decisiones respecto de cambios que deben realizarse en los contenidos de los planes y programas de estudio en todos los niveles educativos [...]. (Petriz, et al., 2010).

Este tipo de evaluaciones, de respuestas múltiples, se hace sobre un análisis de muestras representativas, apegadas a contenido y están conformadas sobre

aprendizajes básicos acordes con las edades normativas de los estudiantes. Como se menciona en el documento rector del Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE, 2018), esta actividad se ha realizado a través de diversas aproximaciones que han permitido el desarrollo teórico, metodológico y técnico de la medición y de la evaluación.

El INEE funcionaba como instancia dotada de capacidad para evaluar la calidad, el desempeño y la equidad del sistema educativo nacional. Adquirió su autonomía constitucional en 2013, con la promulgación de una reforma educativa. Esta reforma le otorgó independencia organizacional, funcional y presupuestal. El INEE desaparece en mayo de 2019, las leyes que lo sostenían fueron derogadas y su acervo se mantuvo como archivo de consulta desde donde fue posible descargar la base de datos secundaria utilizada para el análisis de una parte de los resultados reportados en este artículo, correspondientes a la prueba del Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA) aplicada en el 2017. Cabe precisar que esta prueba tiene dos predictores: el logro en Lenguaje y comunicación y Matemáticas.

La evaluación del dominio de las matemáticas que se analizó indaga los contenidos correspondientes al nivel de Educación Media Superior (EMS), así como la capacidad para emplearlos y transformarlos en herramientas que permitan a los alumnos comprender, interpretar, analizar y dar solución a diferentes problemas de su entorno y de otros campos disciplinares, empleando diferentes métodos y procedimientos aritméticos, algebraicos, gráficos, geométricos, variacionales, estadísticos y probabilísticos (INEE, 2018).

1.2 Pregunta de investigación

La pregunta que impulsa esta investigación es la siguiente: ¿Qué tipo de factores se identifican en el desarrollo de las habilidades matemáticas, especialmente las de geometría básica, en los alumnos de EMS?

1.3 Objetivo general

En consonancia con la pregunta, el objetivo de esta investigación es analizar los resultados obtenidos de matemáticas en estudiantes de bachillerato de Morelos, desde la base de datos desagregada de la prueba PLANEA EMS 2017 así como desarrollar y aplicar una prueba con reactivos tipo PLANEA a estudiantes de EMS en un plantel del estado de Morelos, México, con el fin de poder analizar el desarrollo de las habilidades geométricas básicas.

CAPÍTULO 2. Contexto

2.1 Prueba PLANEA EMS 2017

La prueba PLANEA es una evaluación estandarizada que se administra a estudiantes del último grado en EMS en México. La prueba tiene como propósito conocer en qué medida el estudiantado logra dominar aprendizajes claves en Lenguaje y comunicación y Matemáticas; también en esta prueba se analizan factores de contexto que se asocian al logro educativo. Es importante señalar que el enfoque de esta investigación es interno centrado sólo en los contenidos y su desarrollo al momento de adquirir una habilidad. La prueba PLANEA EMS se aplica de manera muestral, los reactivos son de opción múltiple por lo que el tipo de análisis que permite realizar se fundamenta en el modelo de Teoría de Respuesta al Ítem.

Los *logros de los aprendizajes claves* se entienden como aquellos que debe tener un alumno de este nivel educativo, que son relevantes para el dominio de los conocimientos y habilidades, son necesarios para la adquisición de nuevos aprendizajes y se mantienen estables con el tiempo más allá de los cambios curriculares, según el INEE (2019a): en el “campo de Matemáticas se promueve las habilidades para la solución de problemas, la formulación de argumentos para explicar sus resultados y el diseño de estrategias, y sus procesos para la toma de decisiones se apoyan en el razonamiento más que en la memorización” (p. 18). Cabe resaltar que estos niveles son acumulativos.

El *nivel de logro*, según el INNE, es: “un criterio conceptual que delimita el marco interpretativo de las puntuaciones obtenidas en un instrumento de evaluación, y que refiere a lo que la persona evaluada es capaz de hacer en términos de conocimientos, destrezas o habilidades en el contexto del instrumento.” (2019b,

p.141). Los resultados se presentan en términos de puntajes promedio en una escala de 200 a 800 puntos, donde esta misma se divide en cuatro niveles de logro en los que se ordenan los contenidos de las pruebas de acuerdo con su dificultad y con el objetivo de comprenderlos, se generan descripciones genéricas para cada área de conocimiento y grado escolar (INEE, 2019a, pp. 22). Como vemos a continuación:

Nivel I (383-529). En general, tienen dificultades para realizar operaciones con fracciones y operaciones que combinen incógnitas o variables (representadas con letras), así como para establecer y analizar relaciones entre dos variables.

Nivel II (530-630). En general, expresan en lenguaje matemático situaciones donde se desconoce un valor o las relaciones de proporcionalidad entre dos variables, y resuelven problemas que implican proporciones entre cantidades (por ejemplo, el cálculo de porcentajes).

Nivel III (631-728). En general, emplean el lenguaje matemático para resolver problemas que requieren del cálculo de valores desconocidos, y para analizar situaciones de proporcionalidad.

Nivel IV (729-866). En general, dominan las reglas para transformar y operar con el lenguaje matemático (por ejemplo, las leyes de los signos); expresan en lenguaje matemático las relaciones que existen entre dos variables de una situación o fenómeno, y determinan algunas de sus características (por ejemplo, deducen la ecuación de la línea recta a partir de su gráfica).

Fuente: Descripción tomada del informe de resultados de la prueba PLANEA EMS 2017 (INEE, 2019a, p. 116).

En este mismo informe se reportan los siguientes resultados: a nivel nacional en la aplicación de la prueba PLANEA EMS 2017 participaron 117,700 alumnos del último grado de EMS pertenecientes a 2,310 escuelas de todo el país. Lo anterior corresponde 96.03% de la tasa nacional de aplicación que se tenía originalmente a escala nacional; en matemáticas la puntuación promedio de los alumnos de bachillerato fue de 500 puntos en 2017. Este puntaje se ubica en nivel de logro I. Continua: “En Matemáticas aproximadamente 6 de cada 10 estudiantes se ubican en el nivel I (66%), es decir, estos estudiantes tienen dificultades para realizar operaciones con fracciones y operaciones que combinen incógnitas o variables (representadas con letras), así como para establecer y analizar relaciones entre dos variables [...] Por otro lado, aproximadamente 2 de cada 10 estudiantes se ubican en el nivel II (23%); menos de 10% se ubica en el nivel III (8%), y menos de 5%, en el nivel IV (2.5%).” (INEE, 2019a).

CAPÍTULO 3. Teoría

3.1 Teoría de los procesos del aprendizaje cognoscitivo

El presente estudio se sitúa en el área de la teoría de los procesos de aprendizaje cognoscitivo ya que estudia el desarrollo o adquisición de habilidades. Como se mencionó anteriormente en este estudio concebimos una habilidad como el proceso donde se pone en movimiento y se socializa el conocimiento.

Desde el enfoque de las teorías del aprendizaje, Schunk (2012) plantea que, en la actualidad, las principales perspectivas teóricas son cognoscitivas. Un cuestionamiento primordial al Conductismo menciona el autor, surge de los estudios sobre el aprendizaje realizados por Albert Bandura; este hace un descubrimiento central dentro de sus investigaciones, noto que las personas podían aprender nuevas acciones con el simple hecho de observar a otros realizarlas (Schunk, 2012, pp.118). Cuestionando así la postura de que todo aprendizaje está asociado o condicionado a un estímulo externo.

Dale H. Schunk en su libro da una amplia perspectiva sobre las teorías del aprendizaje cognoscitivo destacando entre otras: la teoría cognoscitiva social, el constructivismo y algunos procesos del aprendizaje cognoscitivo como lo son la adquisición o desarrollo de habilidades. Con fines de dar sustento teórico a la investigación se hará un breve resumen de estas:

Schunk destaca la teoría cognoscitiva social de Bandura como un parteaguas para las reconocidas teorías del condicionamiento, como lo es el Conductismo, que dominaban a mediados del siglo XX. Las teorías del aprendizaje de Thorndike, Pávlov y Guthrie tienen gran importancia histórica, estas explican el aprendizaje en términos de eventos ambientales o externos donde los procesos mentales, señala, no

son necesarios para explicar la adquisición, el mantenimiento y la generalización de un comportamiento. Aunque todas ellas difieren, consideran el aprendizaje como un proceso de formación de asociaciones entre estímulos y respuesta (Schunk, 2012, pp.114).

En contraposición, destaca el autor, surgen los estudios sobre el aprendizaje observacional realizados por Albert Bandura que pone en tela de juicio todo lo planteado por las conocidas teorías del aprendizaje de ese momento. La teoría cognoscitiva social postula que gran parte del aprendizaje humano ocurre en un entorno social y no sólo es producto de las conductas relacionadas con un estímulo sino de la triada: persona, ambiente, conducta. En la teoría de Bandura, el funcionamiento humano es considerado como una serie de interacciones recíprocas entre factores personales, conductas y acontecimientos ambientales (Schunk, 2012, pp. 159-160). Siendo la autoeficacia un componente importante del proceso, esta se refiere a las capacidades percibidas para aprender o ejecutar conductas en ciertos niveles.

Después de las aportaciones hechas por Bandura se abrió el camino para diversos estudios con perspectivas cognoscitivas, entre ellas encontramos varias teorías del procesamiento de la información que se enfocan en la manera en que las personas ponen atención a los eventos que ocurren en el ambiente, codifican la información que deben aprender, la relacionan con los conocimientos que tienen en la memoria, almacenan el conocimiento nuevo en la memoria y lo recuperan a medida que lo necesitan, describe el autor (Schunk, 2012, pp. 164). Un ejemplo de estas es la psicología Gestalt que destaca el papel que desempeña la organización en la percepción y el aprendizaje.

Entre las corrientes más importantes dentro de las teorías cognoscitivas están el constructivismo que, según Schunk , es más una perspectiva psicológica y filosófica que sostiene que las personas forman o construyen gran parte de lo que aprenden y comprenden, la piedra angular del movimiento constructivista son las teorías y la investigación sobre el desarrollo humano, especialmente las perspectivas de Piaget (que plantea etapas de desarrollo) y la teoría sociocultural de Vygotsky (que enfatiza el entorno social como un facilitador del desarrollo y del aprendizaje).

Schunk concluye que el constructivismo es una epistemología, o una explicación filosófica acerca de la naturaleza del aprendizaje. Los teóricos constructivistas están abiertos al descubrimiento y la verificación. El conocimiento no surge de la imposición de otras personas, sino que se forma en el interior del individuo (2012, pp. 274). Una premisa fundamental es que los procesos cognoscitivos están situados (localizados) dentro de contextos físicos y sociales. El concepto de cognición situada destaca esta relación entre las personas y las situaciones.

3.1.1 Procesos cognoscitivos. Adquisición de habilidades.

Al encontrarnos con el esfuerzo de toda escuela de integrar el tema al currículo hay una necesidad de extender la perspectiva cognoscitiva a ámbitos más modernos, como puede ser por ejemplo la propuesta por competencias de la Educación para el Siglo 21 de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE), ya no se piensa en teorías sino en procesos de aprendizaje como puede ser el desarrollo de habilidades o la metacognición, por ejemplo. Se destaca lo que Schunk (2012) señala: el desarrollo de competencias en cualquier área representa un proceso

de adquisición de habilidades; recordando que para esta investigación se definió una habilidad como conocimiento puesto en acción.

Schunk hace una clasificación de acuerdo con su grado de especificidad. Las *habilidades generales* se aplican a una amplia variedad de disciplinas; las *específicas* únicamente son útiles para ciertas áreas. El desarrollo de cada tipo de habilidad presenta características únicas y las perspectivas para determinar la adquisición no son claramente correctas o incorrectas; más bien, solo se pueden evaluar tomando en cuenta condiciones como la naturaleza de la tarea por aprender, el tipo de aprendizaje que se espera y las características que los aprendices aportan a la situación, refiere Schunk (2012, p. 280).

3.2 El lenguaje matemático como habilidad

Se han hecho esfuerzos desde varios organismos internacionales para delimitar o enmarcar cuáles son las habilidades esenciales con potencial para desarrollarse, como el lenguaje y las matemáticas, por ejemplo, en la resolución de problemas o el uso de lenguajes y símbolos.

Filloy (2008, p. 20) refiere a un sistema de símbolos como una necesidad de desarrollar teoría para analizar fenómenos del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, estrechamente relacionado con el lenguaje en un sentido amplio. Menciona diferentes enfoques que plantean al análisis de las matemáticas como el proceso de adquisición de un lenguaje en sus diversas expresiones, orales y escritas; con sus diferentes representaciones semióticas, a través de fórmulas, gráficos, tablas, principalmente.

De acuerdo con Morgan (2020) el vocabulario matemático es el desarrollo de grupos densos de palabras y lo ejemplifica con dos términos, el “mínimo común denominador” y el “espacio vectorial topológico”. Este mismo autor menciona que estas expresiones deben entenderse como unidades únicas, ya que la lectura de cada palabra individual atomiza su comprensión. La formación de locuciones sirve para “empaquetar” grandes cantidades de información en unidades manejables que pueden combinarse en declaraciones con una estructura gramatical relativamente simple. Sostiene que la condensación de información lograda por locuciones complejas hace posible manejar conceptos de igual o mayor complejidad. Al final, esto corresponde a la abstracción.

Para Morgan (2020) otra función importante en matemáticas es la transformación de procesos en objetos, lingüísticamente esto se logra formando un sustantivo (rotación o ecuación) a partir de un verbo (rotar o igualar). En este caso, al formar objetos a partir de procesos quedan cosificados, contribuyendo a distanciarse de la acción humana. Al mismo tiempo cambiar procesos (verbos) en objetos (sustantivos) contribuye a la construcción de nuevos objetos matemáticos.

Filloy (2008) adopta una perspectiva pragmática, favoreciendo el estudio del significado en uso más que la abstracción. El foco de atención se desplaza hacia la actividad de los individuos, enfatiza que: “nuestra adopción de la perspectiva pragmática del significado en el uso más que del significado formal [...] ha llevado a concentrar la atención en el desempeño del usuario con el Sistema Matemático de (SMS)”. Filloy (2008) arriba a una concepción triádica del signo e introduce la noción de interprete como un tercer elemento de una “semiosis ilimitada” (estratificada, SMS estratificados).

Filloy (1993; 2008) propone un modelo que llama Modelos Teóricos Locales (MTL), y lo que los localiza son los SMS, cada sistema tiene su propio modelo. Estos modelos sirven como marcos locales de análisis y diseño metodológico para el estudio de un fenómeno específico. Los MTL permiten analizar los procesos de abstracción, que es otra forma de entender la adquisición de una habilidad en matemáticas. Cada modelo contempla el análisis de los aspectos cognoscitivos, la competencia matemática formal, la enseñanza y la comunicación. Así, ir de lo concreto a lo abstracto es una secuencia de símbolos: ángulo, triángulo, triángulo isósceles, suma de los ángulos de un triángulo o características de los ángulos de un triángulo, hasta llegar al Teorema de Pitágoras.

Las habilidades se pueden adquirir en diversos contextos. En esta investigación la habilidad consiste en la realización de una prueba estandarizada con niveles crecientes de complejidad. Lo anterior es susceptible de explorarse a partir del principio psicométrico de redundancia, esto es, aumentar los ítems de una prueba determinada, aumenta las posibilidades de respuesta de los estudiantes.

Según Morgan (2020) el aspecto más fácilmente de reconocer, a diferencia, de los lenguajes “naturales” es el vocabulario especializado utilizado para nombrar objetos y procesos matemáticos que, al unirlo con lo expuesto anteriormente, se puede decir que es un lenguaje especializado que necesita desarrollo de habilidades específicas. Su adquisición implica pasar de niveles de novato a experto, es decir, de un lenguaje cada vez menos concreto y a uno cada vez más abstracto. La forma de llegar a ello es por un continuo de estratos de símbolos que van conformando conceptos cada vez más complejos. En su artículo sostiene que:

El lenguaje especializado permite a los participantes comunicarse eficientemente sobre los objetos particulares de su práctica y hacer las cosas, aunque al mismo tiempo puede servir para excluir a otras personas que no son especialistas en el dominio. Este es ciertamente el caso de la actividad especializada de las matemáticas: si bien algunos aspectos del lenguaje matemático, como su alto grado de abstracción, pueden ser un obstáculo para la participación de algunas personas, hacer matemáticas depende en gran medida del uso de sus formas especializadas de lenguaje (2020).

El lenguaje de las matemáticas está conformado de sistemas semióticos que no sólo están conformados por palabras sino también, cita: “formas visuales especializadas como los gráficos cartesianos o los diagramas geométricos desempeñan un papel igualmente esencial en el hacer y comunicar de las matemáticas.” (Morgan, 2020, p. 541)

Filloy (2008) también lo refiere al responder a la necesidad de desarrollar teoría para analizar fenómenos del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas estrechamente relacionados con el lenguaje en un sentido amplio; y menciona diferentes enfoques que hacen el análisis de las matemáticas como lenguaje —en sus diversas expresiones, orales y escritas; con sus diferentes representaciones semióticas, a través de fórmulas, gráficos, tablas, entre otros.

Otra característica relevante del lenguaje matemático de la que nos habla Morgan (2020) es que el vocabulario matemático es el desarrollo de grupos densos de palabras, y da un par de ejemplos como mínimo común denominador o espacio vectorial topológico. Dice que, estas expresiones deben entenderse como unidades únicas; ya que comprender cada palabra en lo individual puede no ser suficiente. La

formación de locuciones tan largas sirve para “empaquetar” grandes cantidades de información en unidades manejables que luego pueden combinarse en declaraciones con una estructura gramatical relativamente simple. Y sostiene que la condensación de información lograda por locuciones complejas hace posible manejar conceptos complejos de maneras relativamente simples.

Este mismo autor nos habla de que otra característica con una función importante en matemáticas es la transformación de procesos en objetos; lingüísticamente esto se logra formando un sustantivo (como rotación o ecuación) a partir de un verbo (rotar o igualar). Nos dice que:

Como muchas de las características especiales del lenguaje matemático, éste cumple al menos dos funciones que podemos considerar relacionadas con la naturaleza de la actividad matemática y con las formas en que los seres humanos pueden relacionarse con las matemáticas. En este caso, al formar objetos a partir de procesos, los actores en los procesos quedan oscurecidos, contribuyendo a una aparente ausencia de acción humana en el discurso matemático. Al mismo tiempo, sin embargo, cambiar procesos (verbos) en objetos (sustantivos) contribuye a la construcción de nuevos objetos matemáticos que encapsulan los procesos; la capacidad de pensar en ideas como la función tanto como un proceso como un objeto que puede estar sujeto a otros procesos (por ejemplo, suma o diferenciación) es un aspecto importante del pensamiento matemático. (Morgan, 2020)

En contraste, Filloy termina adoptando una perspectiva más bien pragmática favoreciendo el estudio del significado en uso más que del significado formal. Recalcando que, de esta manera, el foco de atención se desplaza hacia la actividad de

los individuos con el lenguaje del álgebra (o la geometría); y enfatiza que: “nuestra adopción de la perspectiva pragmática del significado en el uso más que del significado formal, lo que ha llevado a muchos estudios, y éste en particular, a concentrar la atención en el desempeño del usuario con el Sistema de Signos Matemáticos (MSS)”. Concluyendo que, en particular, la concepción triádica del signo, con la introducción del interprete como tercer elemento fundamental, y la idea de semiosis ilimitada (estratificada). (Filloy, 2008)

3.2.1 Sistemas Matemáticos de Símbolos (SMS).

Para la presente investigación también se decidió tomar el trabajo de Eugenio Filloy (1993) y Filloy et al. (2008) (todo lo que se describe a continuación fue tomado de estos dos textos) Filloy propone un modelo, mejor dicho, modelos, que llama: Modelos Teóricos Locales (MTL), y lo que los localiza, por eso son varios, son los Sistemas Matemáticos de Símbolos. Estos modelos sirven como marcos locales de análisis y diseño metodológico para el estudio de un fenómeno específico. Estos modelos nos sirven para analizar los procesos de abstracción al momento del desarrollo o adquisición de una habilidad.

Fueron creados por y para la didáctica de las matemáticas dada la carencia de este tipo de modelos para el estudio de estos procesos. Cada modelo contempla el análisis de los aspectos cognoscitivos, la competencia matemática formal, la enseñanza y la comunicación.

Lo primero que hay que establecer para entender la propuesta de Filloy es que las matemáticas son un lenguaje. Esto nos sirve para justificar la aproximación desde la

semiótica y poder establecer la definición de símbolo como un objeto que representa a otro para alguna mente, y que tiene las siguientes propiedades:

1. La relación símbolo-significado no es una díada sino una triada. Triada: símbolo (S), objeto (O), Interpretante (I).
2. Es una entidad dinámica.
3. Esta relación no es arbitraria, vive en un entorno. En realidad, de esta propiedad se desprende que no es un símbolo sino un conjunto de símbolos o textos.

Así la unidad de análisis de cada uno de los modelos se vuelve el Sistema Matemático de Signos (SMS) (Fillooy, 2008) Por ejemplo podemos tomar la unidad de análisis al Teorema de Pitágoras (SMS). Entonces el desarrollo de los SMS de lo concreto a lo abstracto será dado por la siguiente secuencia de SMS (distintos niveles de abstracción): Ángulo, triángulo, triángulo isósceles, suma de los ángulos de un triángulo o características de los ángulos de un triángulo, hasta llegar al Teorema de Pitágoras.

CAPÍTULO 4. Metodología

Esta investigación busca identificar o detectar factores que inciden en el desarrollo de las habilidades matemáticas específicamente las del área de geometría básica de estudiantes del bachillerato para ello se desarrolló una metodología cuantitativa que constó de dos etapas: La primera etapa se hizo una desagregación de reactivos de los resultados de la evaluación PLANEA EMS 2017, en el área de matemáticas a partir del archivo de consulta que se encuentra en la página del INEE con los resultados de una entidad federativa. Durante la segunda etapa se diseñó y aplicó una prueba tipo PLANEA (reactivos de opción múltiple) la cual fue administrada en un bachillerato estatal.

4.1 Primera Etapa. Análisis de una base secundaria

El primer momento metodológico consistió en una desagregación de reactivos, para ello se tuvo que convertir la base de datos disponible en el archivo histórico del INEE. De esta base de datos se recortaron los resultados de la muestra nacional al estado de Morelos para obtener la desagregación por planteles de EMS. La descarga para el manejo de la base de datos en el sitio del INEE se encuentra en un script, donde se puede identificar el libro de códigos de las preguntas realizadas a los estudiantes, tanto las de tipo sociodemográfico, como los reactivos de los campos de Lenguaje y comunicación, así como los de Matemáticas. Recordando que el análisis que se realiza es interno al contenido del área de matemáticas.

Esta prueba se integra de 150 reactivos divididos en 5 versiones de 25 preguntas. Trabajar con una versión es suficiente ya que es representativa. De entre 2 a 3 reactivos están relacionados con el tema de *forma, espacio y medida*

(geometría general), que es al que abocamos el estudio. Es importante señalar que se toma un solo reactivo por tema.

4.2 Segunda Etapa.

La información obtenida en este primer momento metodológico nos permitió delimitar la investigación hacia el área de la geometría, más específicamente al problema de proporcionalidad geométrica (también conocido como Teorema de Tales), y considerarlo como principal predictor o variable del presente estudio. No está por demás precisar que los niveles de logro previstos en la prueba PLANEA EMS 2017 son equiparables en esta investigación a niveles de complejidad. Verificar la correspondencia entre el nivel de dificultad del PLANEA y la complejidad obtenida dio pie al diseño y posterior aplicación de una prueba tipo PLANEA, en la que se analizó tanto la citada correspondencia, así como la redundancia de los contenidos del área de geometría general.

Esta prueba se aplicó dentro del plantel del Centro de Bachillerato Tecnológico Agropecuario CBTA 71. Además de la adecuación al currículum, los reactivos correspondientes a la proporcionalidad geométrica, que en la prueba general de la primera etapa era solo un reactivo. En la prueba aplicada en el plantel se procuró aumentar la representatividad de reactivos (redundancia) en el área de geometría básica (Anexo 1).

Para lograr la redundancia se consideró la teoría de los SMS estratificados de Filloy (1996) donde se plantea que cuando se aprenden las matemáticas, siempre se están formando nuevas reglas al encontrar nuevos caminos de redes conceptuales anteriormente desarrolladas. El Teorema de Tales representa un corte didáctico

donde los números racionales se expanden a un SMS estratificado; para su adquisición se requiere el uso desde los racionales hasta las propiedades de la variación continua lineal, también la introducción de las funciones lineales y su representación algebraica.

CAPÍTULO 5. Resultados

En concordancia con los dos momentos metodológicos expondremos los resultados obtenidos en cada uno de ellos:

5.1 Resultados de la primera etapa.

Para ayudar a comprender los resultados obtenidos en este primer momento metodológico se desarrolló la siguiente tabla (Tabla 1) de contenidos como aparece en el Manual Técnico del PLANEA (INEE, 2019), cabe destacar que dentro de la prueba se desarrolla un reactivo para cada uno de los contenidos presentados anteriormente.

Tabla 1

Contenidos de Matemáticas PLANEA EMS 2017

Ejes temáticos	Contenidos
Sentido numérico y pensamiento algebraico	Ecuaciones
	Fracciones
	Jerarquía de operaciones
	Lenguaje algebraico
	Máximo común divisor
	Mínimo común múltiplo
	Números reales
	Polinomios
	Porcentajes
	Razones y proporciones
	Reducción de términos semejantes
Sistemas de ecuaciones lineales	
Cambios y relaciones	Distancia entre dos puntos
	Funciones

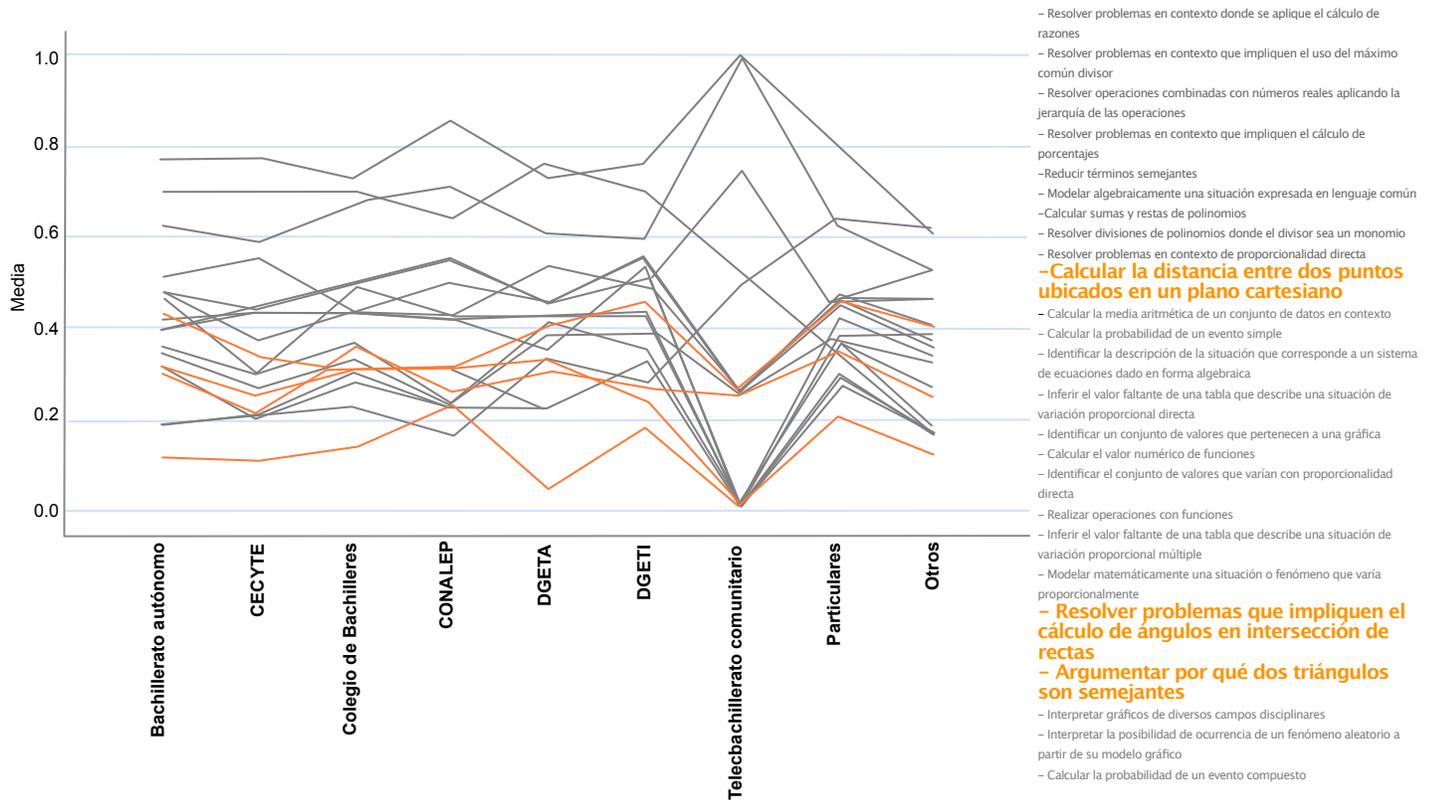
	Proporcionalidad
	Rectas y sus transformaciones
	Secciones cónicas
	Sucesiones
	Variación de parámetros
Forma, espacio y medida	Ángulos
	Semejanza. Proporción geométrica
	Teorema de Pitágoras
Manejo de la información	Manejo de información
	Medidas de dispersión
	Medidas de tendencia central
	Probabilidad

Fuente: (<https://www.inee.edu.mx/evaluaciones/planea/media-superior-ciclo-2016-2017/>).

De la desagregación de reactivos que se realizó en la primera etapa se observó que los tres reactivos del área de forma, espacio y medida (geometría básica) están entre los de mayor complejidad, el reactivo más difícil fue el de proporción geométrica (Figura 1).

Figura 1

Resultados de matemáticas de la prueba PLANEA EMS 2017, Morelos, desagregados por nivel de complejidad



Fuente: Elaboración propia a partir del análisis de los datos secundarios obtenidos de la prueba PLANEA EMS 2017.

De la desagregación de reactivos se observó que los tres reactivos del área de forma, espacio y medida están en los rangos de mayor complejidad y se seleccionó el que presentó mayor dificultad para ser respondido correctamente (Figura 1). En anaranjado se muestran los 3 reactivos que corresponden al eje temático de geometría básica.

Cabe señalar que el subsistema al cual pertenece el plantel seleccionado para la segunda etapa, en este reactivo aparece en dentro de los más bajos niveles de

desempeño, junto con el Telebachillerato comunitario. En cambio, este reactivo, aparece bajo, pero con mejor resultado comparativo, en el caso de Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica (CONALEP), Particulares y Dirección General de Educación Tecnológica y Agropecuarias (DEGTA).

5.2 Resultados de la segunda etapa. En la segunda etapa se tomaron los reactivos de geometría básica y en particular se generó una redundancia alrededor del SMS estratificado de proporción geométrica que es el reactivo que se encuentra en el lugar más bajo de la gráfica anterior (Figura 1). Los resultados se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2

Resultados de la aplicación de evaluación de matemáticas en el plantel seleccionado

Reactivos	Complejidad de los reactivos	No. de Reactivo	Promedio de aciertos	Porcentaje
Lenguaje algebraico	IV	R5	1.88	3.80%
Teorema Pitágoras (2)	IV	R8	2.02	4.00%
Función lineal	III	R3	3.18	6.40%
Razón y proporción	III	R1	3.9	7.80%
Racionales	III	R2	4.3	8.70%
Sucesiones geométricas	II	R7	4.6	9.20%
Semejanza triángulos	II	R10	5.3	10.70%
Teorema Pitágoras (1)	II	R6	6.2	12.40%

Proporción geométrica	I	R4	8.5	17.10%
Variación lineal	I	R9	10	19.90%
Total	4 niveles	10 reactivos	4.9 (σ : 2.6)	100.00%

Elaboración propia a partir del análisis de resultados.

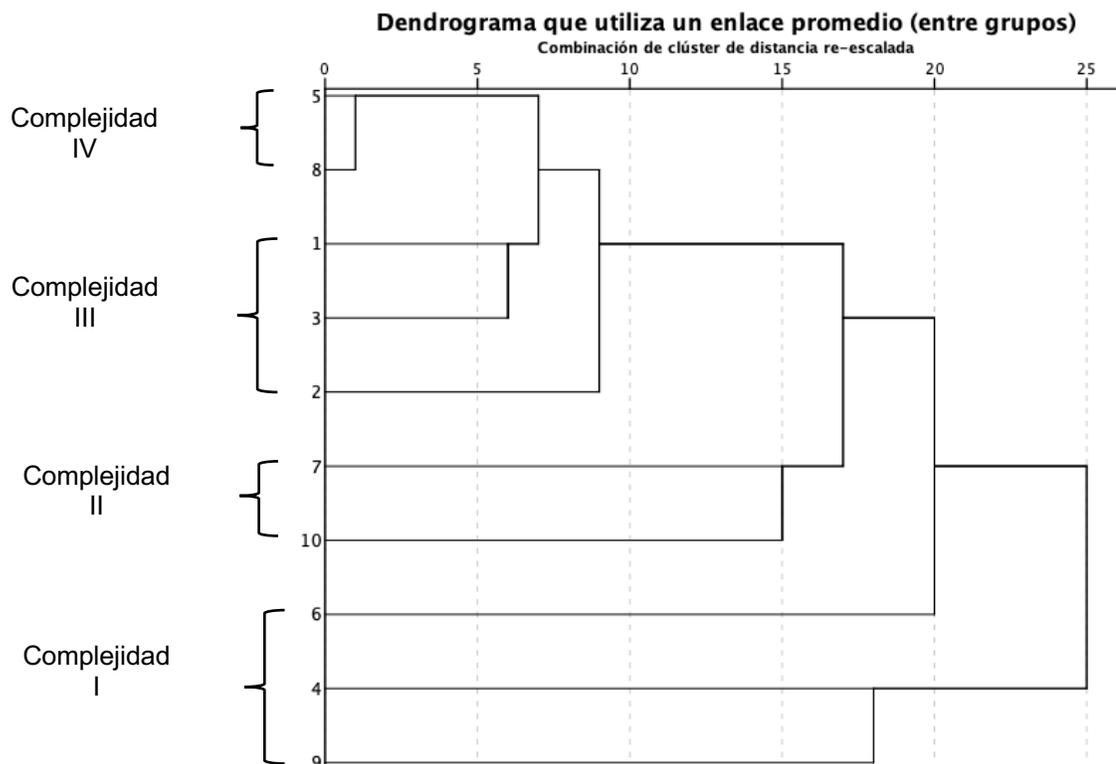
Notas: σ : desviación estándar

El promedio obtenido en puntuaciones estandarizadas es de 4.9, que representa un promedio bajo. La desviación estándar (σ) es de 2.6, lo que arroja un coeficiente de variación de 37.7%, esto quiere decir que los resultados obtenidos por los estudiantes del plantel son ligeramente dispersos, pero arrojan mejores resultados si el componente tiene redundancia que si se considera la evaluación mediante un solo reactivo.

Por lo que toca al componente de proporción geométrica el promedio estandarizado fue aprobatorio, con 8.5 (en escala de 0 a 10). No obstante, el resultado que afecta al promedio con más bajo nivel de logro fue el de lenguaje algebraico con 1.8 de promedio.

Los niveles de complejidad se obtuvieron mediante un diagrama de árbol (Figura 2).

Figura 2



Fuente: Elaboración propia a partir del análisis de datos.

De acuerdo con esta representación de los resultados de logro obtenidos en el plantel, se identifican cuatro niveles de logro, que no necesariamente son los esperados.

Los niveles de logro establecidos, tanto en la base datos secundaria como en la aplicación propia, no se corresponden con el nivel de complejidad obtenido. Esto responde a la falta de redundancia, es decir, en la evaluación general de PLANEA se evalúa con un solo reactivo la proporción geométrica, con un resultado muy bajo. En cambio, cuando este reactivo se evalúa con reactivos donde se tiene la posibilidad de asociar las respuestas con otros elementos de la prueba, el resultado es aprobatorio.

Sin embargo, no se esperaba que otro reactivo, como lo es lenguaje algebraico, tuviese un resultado bajo. El resultado esperado era que la mejora en proporción geométrica (Teorema de Tales), estuviese asociado lo mejor posible con el conjunto de reactivos, pero el promedio de 1.8 de este último reactivo lo que significa es que las evaluaciones, tanto la general como la propia, identifican un problema más básico, que es el escalonamiento para resolver las evaluaciones, pero con base en la comprensión del lenguaje matemático.

Conclusiones

La persistencia de los resultados reprobatorios y cada vez más bajos en el área de matemáticas en las pruebas masivas es un problema de la educación de las matemáticas del país. Ir más allá de los resultados reprobatorios y tomar estos datos como bases secundarias para un análisis interno del contenido aportó información valiosa a este estudio debido a que pudo ser contrarrestada con una prueba del mismo tipo, elaborada buscando redundancia y tomando en consideración supuestos teóricos semióticos del lenguaje matemático.

Para adquirir una habilidad matemática, es decir movilizar un conocimiento matemático, se requiere haber desarrollado una estratificación de conceptos o símbolos anteriores que sustenten el desarrollo de la habilidad más abstracta que se está adquiriendo, además es necesario que estos ya hayan sido movilizados no sólo desde la memorización sino desde la obtención de sentido.

Al hacer el análisis fue concluyente que la redundancia mejoraba los resultados en torno a la categoría de geometría, notablemente en los resultados correspondientes a proporción geométrica. También generar dicha redundancia proporcionó más información relevante en torno a los otros contenidos que conformaban los estratos semióticos del Teorema de Tales. Por ejemplo, el resultado de lenguaje algebraico, este reactivo se encuentra entre aquellos de nivel de logró I según los estándares de la prueba PLANEA, esto quiere decir que es base para otros de mayor complejidad. En la prueba realizada en el CBTA resultó de los más complejos.

Al encontrar este tipo de resultados erráticos, concluimos que, si bien hay áreas de oportunidad de mejora de estas pruebas al generar redundancia, es

necesario considerar dentro de la educación de las matemáticas estos sistemas de construcción semiótica porque mientras no se tenga la correcta conceptualización y movilización de los estratos semióticos más fundamentales no se puede contar con nociones estables en áreas más abstractas.

Referencias

- Filloy, E., Puig, L. y Rojano, T. (2008). *Educational Algebra, A Theoretical and Empirical Approach*. Mathematics Education Library, volume 43 (Ed. Bishop, A. J.) Springer. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-0-387-71254-3>
- Filloy, E. (1993). *Tendencias Cognitivas y Procesos de Abstracción en el Aprendizaje del Álgebra y de la Geometría*. Investigación y Experiencias Didácticas, Sección de Matemáticas Educativas. CINVESTAV-IPN, México (pp. 160-166). <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.4531>
- INEE (2019a). *Informe de resultados PLANEA EMS 2017. El aprendizaje de los alumnos de educación media superior en México. Lenguaje y Comunicación y Matemáticas*. Sistema Educativo Nacional, México. <https://www.inee.edu.mx/publicaciones/resultados-planea-ems-2017/>
- INEE (2019b). *Manual Técnico del Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes PLANEA 2015. Educación media superior. Documentos rectores*. Unidad de Evaluación del Sistema Nacional, México: autor. <https://www.inee.edu.mx/publicaciones/manual-tecnico-del-plan-nacional-para-la-evaluacion-de-los-aprendizajes-planea-2015-educacion-media-superior/>
- INEE (mayo, 2018). *Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA), documentos rectores*. Sistema Educativo Nacional, México. <https://www.inee.edu.mx/publicaciones/plan-nacional-para-la-evaluacion-de-los-aprendizajes-planea/>

INEE (2017). *Base de datos de las evaluaciones*. Archivo histórico. Sistema Educativo Nacional, México.

<https://www.inee.edu.mx/evaluaciones/bases-de-datos/>

Martínez, F. (2013). El futuro de la evaluación educativa. *Sinéctica, Revista Electrónica de Educación*, (40, pp. 1-11)

<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=99827467004>

Morgan, C. (2020). *Mathematical Language* en Lerman (Editor), *Encyclopedia of Mathematics Education* (Segunda edición, pp. 540-548) Springer.

https://link.springer.com/referenceworkentry/10.1007/978-3-030-157890_99

OCDE (2010). *Habilidades y competencias del siglo XXI para los aprendices del nuevo milenio en los países de la OCDE*. Instituto de Tecnologías Educativas, edición en español con el acuerdo de la OCDE, París.

<http://dx.doi.org/10.1787/218525261154>

Petriz, M. A., Barona, C., López, R. M., y Quiroz, J. (2010). *Niveles de desempeño y actitudes hacia las matemáticas en estudiantes de la licenciatura en administración en una universidad estatal mexicana*. *Revista Mexicana de Investigación Educativa (RMIE)*, vol. 15, núm. 47, pp. 1223-1249),

http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1405-66662010000400012&lng=es&tlng=

Portillo-Torres, M. (2017). *Educación por habilidades: Perspectivas y retos para el sistema educativo*. *Revista Educación* (vol. 41, núm. 2) Universidad de Costa Rica. <https://doi.org/10.15517/revedu.v41i2.21719>

Schunk, D. H. (2012). *Teorías del aprendizaje. Una perspectiva educativa*. Sexta edición, Pearson Educación de México.

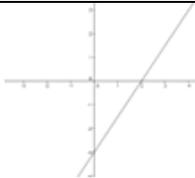
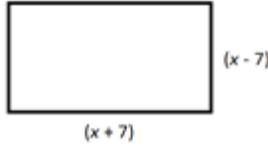
SEP (2017). *Programa de Estudios del Componente Básico del Marco Curricular Común de la Educación Media Superior*. Campo Disciplinar de Matemáticas, asignatura: Geometría y Trigonometría. Bachillerato Tecnológico.

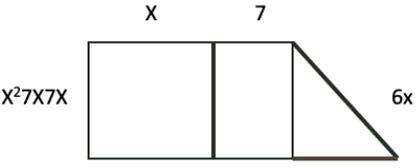
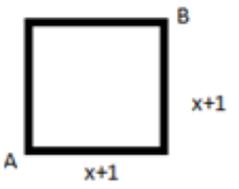
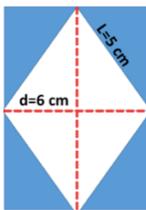
<https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/curriculoems/programas-de-estudio>

Anexo 1

Reactivos que conforman la prueba administrada en el CBTA 71

Identificador	Reactivo	Contenido
R1 - A	Alma trabaja en una empresa de diseño gráfico, su jefe le ha solicitado realizar una ampliación y una reducción de una fotografía que originalmente mide 6cm de ancho por 4.8 de alto, para ello la ampliación debe ser en una razón de $\frac{3}{2}$ y la reducción de $\frac{3}{4}$. Determina las medidas para cada fotografía	Razón y proporción
R1 - B	Dos jornaleros tienen 7 y 5 panes respectivamente. Se encuentran con un amigo cansado y hambriento, con quien comparten los panes en partes iguales. El amigo al despedirse, como agradecimiento les obsequia \$36 pesos. ¿Cuánto le corresponde a cada jornalero?	Razón y proporción
R2- A	Juan es un comerciante y ha comprado 800 kg en productos para su negocio como se especifican a continuación: papas 18 kg, trigo 34 kg, y maíz lo que resta. ¿Cuántos kilogramos ha comprado de maíz?	Racionales
R2 - B	Un alumno del bachillerato distribuye su tiempo durante un día de la siguiente manera: en aseo $\frac{1}{10}$, para comida $\frac{1}{15}$, para estudio $\frac{2}{5}$ horas, para diversión 4.4 y para dormir el resto del día ¿cuánto tiempo durmió?	Racionales
R3 - A	¿Cuál es el valor de la pendiente (m) y la ordenada en el origen (b) de la recta que se muestra en la gráfica?	Función lineal

		
R3 - B	<p>Identifica cuál de las siguientes gráficas corresponde a la función $f(x) = x+2$</p> 	Función lineal
R4 - A	<p>Un grupo de alumnos tiene la inquietud de conocer la altura del edificio donde toman clase. Si ellos tienen en sus manos una regla de 1m que proyecta una sombra de 1.23 m y la sombra del edificio mide 16 m, ¿Cuál es la altura real del edificio?</p>	Teorema de Tales
R4 - B	<p>A determinada hora del día, un semáforo de 5m de altura, proyecta una sombra de 3.2 m. ¿qué altura tiene un edificio que a esa misma hora proyecta una sombra de 7.2m?</p>	Teorema de Tales
R5 - A	<p>Una persona desea cercar un terreno rectangular que tiene las siguientes dimensiones como se observa en la figura:</p>  <p>¿Cuál es la expresión algebraica que representa el perímetro del terreno?</p>	Lenguaje Algebraico
R5 - B	<p>Felipe y Gaspar son dos personas dedicadas a la siembra de maíz. En la primera semana, sembraron un terreno con las dimensiones de la</p>	Lenguaje Algebraico

	<p>figura siguiente. Expresa algebraicamente el área total que sembraron Felipe y Gaspar:</p> 	
R6 - A	<p>Los postes que sostienen la carpa de un circo tienen una altura de 12 metros y se van a sujetar con los tirantes hechos con un cable de acero, los cuales se colocan a una distancia de 6 metros con respecto al poste. ¿Cuál es la longitud de los tirantes?</p>	Teorema de Pitágoras
R6 - B	<p>Juan quiere saber cuál es la expresión algebraica con la que puede obtener la distancia más corta entre los puntos A y B del siguiente terreno:</p> 	Teorema de Pitágoras
R7 - A	<p>Completa la siguiente sucesión:</p> 	Sucesiones geométricas
R7 - B	<p>Completa la siguiente sucesión:</p> 	Sucesiones geométricas
R8 - A	<p>Determina el área sombreada de la siguiente figura:</p> 	Teorema de Pitágoras despejando un cateto

R8 - B	<p>Obtén la altura del columpio que está en el parque central con las siguientes medidas:</p> 	Teorema de Pitágoras despejando un cateto
R9 - A	<p>La dosis en mg de antibiótico que se suministra a niños menores de 10 años depende en forma lineal del peso del niño. Para un niño de 3 kg se suministra 40 mg y para un niño de 4 kg se suministra 65 mg. ¿Cuál es la cantidad que debe recetarse a un niño que pesa 7? ¿5 kg?</p>	Variación lineal
R9 - B	<p>Una persona solicitó un préstamo sin un lapso de tiempo para pagar, pero siendo consciente de que cada día que pasara su deuda generaría un interés constante. Pasados 7 días su deuda equivalía a \$800. Si en el día dos su deuda era de \$450 ¿Cuál fue el monto inicial de su préstamo (día 0) y cuánto fue la razón de crecimiento de su deuda?</p>	Variación lineal
R10 - A	<p>A determinada hora del día, un semáforo de 5m de altura, proyecta una sombra de 3.2 m. ¿qué altura tiene un edificio que a esa misma hora proyecta una sombra de 7.2m?</p>	Equivalencia de triángulos
R10 - B	<p>Un grupo de alumnos tiene la inquietud de conocer la altura del edificio donde toman clase. Si ellos tienen en sus manos una regla de 1m que proyecta una sombra de 1.23 m y la sombra del edificio mide 16 m, ¿Cuál es la altura real del edificio?</p>	Equivalencia de triángulos

Fuente: elaboración propia con reactivos liberados del PLANEA 2017.

Anexo 2

Para la segunda parte metodológica que fue la aplicación de la prueba en el CBTA 71 se cuidó el aspecto deontológico, aquí se anexan los documentos que conformaron esta aplicación.

OFICIO DE LEVANTAMIENTO DE DATOS

Cuernavaca, Morelos, a 5 de septiembre de 2023.

Asunto: permiso para aplicación de una prueba de habilidades geométricas

**C. P. Juan Manuel Cárdenas Gómez,
Director del Plantel,
Centro de Bachillerato Tecnológico Agropecuario núm. 71,
P R E S E N T E.**

Es un placer saludarle, mediante la presente, me permito dirigirme a usted con el propósito de solicitar su amable colaboración para llevar a cabo un estudio de habilidades geométricas en la población estudiantil del Centro de Bachillerato Tecnológico agropecuario no. 71.

Como investigadora en el Instituto de Ciencias de la Educación y en el marco de mi investigación sobre las competencias matemáticas en educación media superior, considero de gran importancia contar con la participación de Centro de Bachillerato Tecnológico agropecuario no. 71 para obtener datos relevantes que contribuyan a un mejor entendimiento de este tema crucial en el ámbito educativo.

Los objetivos de mi estudio incluyen:

- Evaluar el nivel de habilidades matemáticas de los estudiantes del nivel medio superior
- Identificar posibles áreas de mejora en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.
- Contribuir al desarrollo de estrategias pedagógicas efectivas en la enseñanza de las matemáticas.

Para lograr estos objetivos, solicito acceso a la población estudiantil del Centro de Bachillerato Tecnológico agropecuario no. 71 a fin de realizar una prueba que permita recopilar datos del estudio, mismos que una vez obtenidos serán tratados con absoluta confidencialidad y solo serán utilizados para fines académicos.

Por lo anterior, le solicito su apoyo para obtener los permisos necesarios que permitan la realización de mi investigación. Estoy dispuesta a coordinar y ajustar los horarios y procedimientos necesarios para causar el menor impacto en las actividades académicas y administrativas del plantel a su digno cargo.

La fecha propuesta para realizar la actividad es el miércoles 13 de septiembre del presente año, de no ser posible otra opción puede ser el miércoles 20 del mismo, aunque quedo atenta a cualquier sugerencia de su parte.

Agradezco de antemano su consideración y apoyo a mi solicitud. Estoy a su disposición para proporcionar información adicional y aclarar cualquier duda que pueda surgir. Quedo a la espera de su respuesta positiva para proceder con los trámites correspondientes

ATENTAMENTE

Madinina Mauvois Romero
Responsable del proyecto de investigación
madinina.mauvois@uaem.edu.mx

Dr. César Barona Ríos
Director del proyecto de investigación

Dra. Mabel Osnaya Moreno

CONSENTIMIENTO INFORMADO DEL TUTOR

Fecha: _____

Estimado tutor(a):

Extendemos una invitación para que su hijo (a) participe en la aplicación de unas pruebas que forman parte de un estudio sobre evaluación educativa en el Nivel Medio Superior que está realizando un grupo de investigación de la Universidad Autónoma del Estado de Morelos bajo la dirección del Dr. Cesar Barona Ríos, en acuerdo con la DGETA.

Este estudio se realizará de manera presencial el miércoles 20 de septiembre de 2023 en Centro de Bachillerato Tecnológico Agropecuario núm. 71 con un horario de 8 a 10 am.

Para participar es importante que tome en cuenta lo siguiente:

- a) Se aplicará una prueba donde proporcionará información en cuanto a sus datos personales, habilidades académicas, datos sociodemográficos y la percepción general de su aprendizaje.
- b) Toda la información que se proporcione será confidencial y utilizada únicamente para los fines de la investigación en curso. En las presentaciones y publicaciones de la investigación el nombre de su hijo(a) no aparecerá asociado a ninguna opinión particular. Nadie más tendrá acceso a los datos recolectados.
- c) Usted puede solicitar, si así lo requiere, los resultados de las exámenes.
- d) Al otorgar su consentimiento, da autorización a su hijo de participar, sin embargo, él (ella) se compromete a contestar todas las preguntas que le sean formuladas.

¿Autoriza a su hijo en la participación voluntaria del estudio? Acepto ___ o No acepto ___

NOMBRE DEL ESTUDIANTE:

NOMBRE Y FIRMA DEL TUTOR:

Información de contacto para cualquier duda: madinina.mauvois@uaem.edu.mx,
zeltzin.lievanos@uaem.edu.mx



Cuernavaca, Morelos, a 5 de Septiembre de 2023.
Asunto: permiso para aplicación de una prueba de habilidades geométricas

C. P. Juan Manuel Cárdenas Gómez,
Director del Plantel,
Centro de Bachillerato Tecnológico Agropecuario núm. 71,
P R E S E N T E.

Es un placer saludarle, mediante la presente, me permito dirigirme a usted con el propósito de solicitar su amable colaboración para llevar a cabo un estudio de habilidades geométricas en la población estudiantil del Centro de Bachillerato Tecnológico agropecuario no. 71.

Como investigadora en el Instituto de Ciencias de la Educación y en el marco de mi investigación sobre las competencias matemáticas en educación media superior, considero de gran importancia contar con la participación de Centro de Bachillerato Tecnológico agropecuario no. 71 para obtener datos relevantes que contribuyan a un mejor entendimiento de este tema crucial en el ámbito educativo.

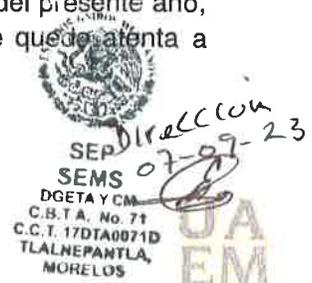
Los objetivos de mi estudio incluyen:

- Evaluar el nivel de habilidades matemáticas de los estudiantes del nivel medio superior
- Identificar posibles áreas de mejora en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.
- Contribuir al desarrollo de estrategias pedagógicas efectivas en la enseñanza de las matemáticas.

Para lograr estos objetivos, solicito acceso a la población estudiantil del Centro de Bachillerato Tecnológico agropecuario no. 71 a fin de realizar una prueba que permita recopilar datos del estudio, mismos que una vez obtenidos serán tratados con absoluta confidencialidad y solo serán utilizados para fines académicos.

Por lo anterior, le solicito su apoyo para obtener los permisos necesarios que permitan la realización de mi investigación. Estoy dispuesta a coordinar y ajustar los horarios y procedimientos necesarios para causar el menor impacto en las actividades académicas y administrativas del plantel a su digno cargo.

La fecha propuesta para realizar la actividad es el miércoles 13 de septiembre del presente año, de no ser posible otra opción puede ser el miércoles 20 del mismo, aunque queda abierta a cualquier sugerencia de su parte.





UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL
ESTADO DE MORELOS



INSTITUTO DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Agradezco de antemano su consideración y apoyo a mi solicitud. Estoy a su disposición para proporcionar información adicional y aclarar cualquier duda que pueda surgir. Quedo a la espera de su respuesta positiva para proceder con los trámites correspondientes

ATENTAMENTE

Lic. Madinina Mauvois Romero
Responsable del proyecto de
investigación

mauvois@uaem.mx

Dr. César Barona Ríos
Director del proyecto de
investigación

barona@uaem.mx

Dra. Mabel Osnaya Moreno
Coordinadora Académica del
Doctorado en Educación

mosnaya@uaem.mx



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL
ESTADO DE MORELOS

Se expide el presente documento firmado electrónicamente de conformidad con el ACUERDO GENERAL PARA LA CONTINUIDAD DEL FUNCIONAMIENTO DE LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MORELOS DURANTE LA EMERGENCIA SANITARIA PROVOCADA POR EL VIRUS SARS-COV2 (COVID-19) emitido el 27 de abril del 2020.

El presente documento cuenta con la firma electrónica UAEM del funcionario universitario competente, amparada por un certificado vigente a la fecha de su elaboración y es válido de conformidad con los LINEAMIENTOS EN MATERIA DE FIRMA ELECTRÓNICA PARA LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ESTADO DE MORELOS emitidos el 13 de noviembre del 2019 mediante circular No. 32.

Sello electrónico

CESAR BARONA RIOS | Fecha:2023-09-05 13:17:54 | Firmante

jVD7S79MW/R+oMhfHQU/Sbvpxm97Oxy8I915CDqjJCeReRZsbci97YEm5OI+IZG4f8eELqAjCdcNICSmBnfMh+BiafSISbYeS+/q1mnhvjxW3gX+ItOVRrToVNwsBfTDFCnMOGH
DgUxC9JEfApEatNfd0zxPs0u0oEuziQAHEwrR/+IFtrVB5pG/WJNpwDgk0mxRpoC4xJHZuf22lnK+W0DiOToikYvYv+xns3DOqV53LtlI9syeyAxVc5rEia+N/TwWW2fi1bYEOxci3zaR
LW/XIWtHMN00fSBrHK8bn3L0fpYlearJAJqt2GkqGMJbFvgid9ZVpzuu4jz6CyXiw==

MABEL OSNAYA MORENO | Fecha:2023-09-06 13:16:57 | Firmante

CZEnRDWhKvoSUGUP02PbOH0PsvyDNliuJgpcrSJoqGHTIR/gevPXRSttkFQNYjIHbs0NJIQJtJCPrHV7nU7WBU5JhfvqJ2zMQEufFHFfeInEmfYIJY9rW5bwXixgFXfBF8pg/7aVur
ZRkrC2FEHirFpscdbHmSLdXibrcST2RI+0aG7sXtSLV7k9StGhk3MsdG8eceHwhusvASTnSRgVHeE4GX9cSTr2qYBr2dV4TmYE963FxxrrSIR+IHshYK8P+VnQRtKAi0CtFGCF
E4ymnW6e69pa8ftf6q8IUIITvd2Blbt2dmt4Rc3O5hzUDzVjhqAn/Ykymb/5J5GPFpG==

Puede verificar la autenticidad del documento en la siguiente dirección electrónica o
escaneando el código QR ingresando la siguiente clave:



UA
EM

CONSENTIMIENTO INFORMADO DEL TUTOR

Fecha: 18/09/23

Estimado tutor(a):

Extendemos una invitación para que su hijo (a) participe en la aplicación de unas pruebas que forman parte de un estudio sobre evaluación educativa en el Nivel Medio Superior que está realizando un grupo de investigación de la Universidad Autónoma del Estado de Morelos bajo la dirección del Dr. Cesar Barona Rios, en acuerdo con la dirección del plantel.

Este estudio se realizará de manera presencial el miércoles 20 de septiembre de 2023 en Centro de Bachillerato Tecnológico Agropecuario 71 con un horario de 8:00 a 9:40 am.

Para participar es importante que tome en cuenta lo siguiente:

- a) Se aplicará una prueba donde proporcionara información en cuanto a sus datos personales, habilidades académicas, datos sociodemográficos y la percepción general de su aprendizaje.
- b) Toda la información que se proporcione será confidencial y utilizada únicamente para los fines de la investigación en curso. En las presentaciones y publicaciones de la investigación el nombre de su hijo(a) no aparecerá asociado a ninguna opinión particular. Nadie más tendrá acceso a los datos recolectados.
- c) Usted puede solicitar, si así lo requiere, los resultados de las exámenes.
- d) Al otorgar su consentimiento, da autorización a su hijo de participar, sin embargo él (ella) se compromete a contestar todas las preguntas que le sean formuladas.

¿Autoriza a su hijo en la participación voluntaria del estudio? Acepto o No acepto

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: Giovanna Paloma Alarcon Rojas.

NOMBRE Y FIRMA DEL TUTOR: Paloma Rojas Pedraza. 

Información de contacto para cualquier duda:

VERSIÓN B

Lee con atención estas instrucciones, antes de empezar a resolver la prueba:

- i. Las primeras preguntas son de identificación, posteriormente se presentan algunas preguntas relacionadas con habilidades geométricas; cada una de estas preguntas tiene cuatro posibles respuestas indicadas con las letras A, B, C y D; pero sólo una de ellas es la correcta.
- ii. Deberás leer con atención cada pregunta y elegir una respuesta, la que consideres correcta. Para responder rellena el círculo correspondiente.
- iii. Al terminar entrega las hojas, tanto de respuestas como de desarrollo.

IDENTIFICACIÓN

1. ¿Qué edad tienes? 17 años
2. Sexo: Masculino Femenino
3. ¿Cuál es el ingreso económico aproximado de tu familia? 6,000 pesos
4. ¿En qué localidad vives? Tlalcapantla Morelos
5. ¿En qué grupo/modalidad estás? presencial

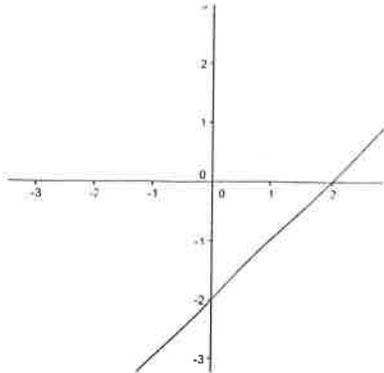
MATEMÁTICAS – GEOMETRÍA

1. Dos jornaleros tienen 7 y 5 panes respectivamente. Se encuentran con un amigo cansado y hambriento, con quien comparten los panes en partes iguales. El amigo al despedirse, como agradecimiento les obsequia \$36 pesos. ¿Cuánto le corresponde a cada jornalero?
 - A) 21 y 15 pesos.
 - B) 18 y 18 pesos.
 - C) 24 y 12 pesos.
 - D) 27 y 9 pesos.

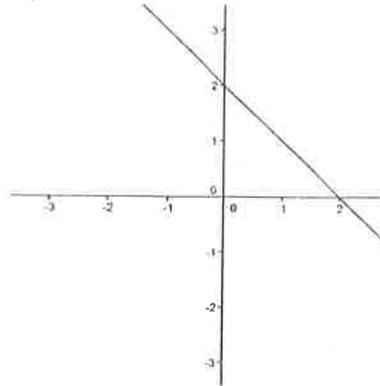
2. Un alumno del bachillerato distribuye su tiempo durante un día de la siguiente manera: en aseo $\frac{1}{10}$, para comida $\frac{1}{15}$, para estudio $\frac{2}{5}$ horas, para diversión 4.4 y para dormir el resto del día ¿cuánto tiempo durmió?
 - A) 6 horas
 - B) 6.5 horas
 - C) 7 horas
 - D) 6.25 horas

3. Identifica cual de las siguientes gráficas corresponde a la función $f(x) = x + 2$

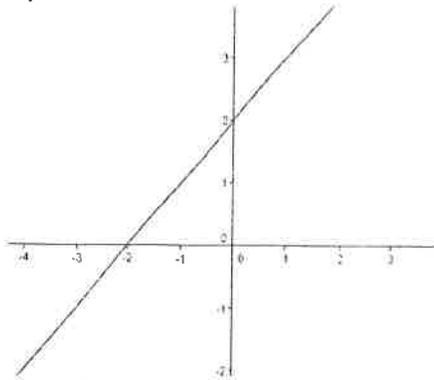
A)



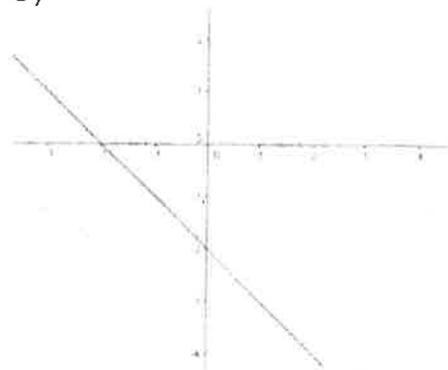
B)



C)



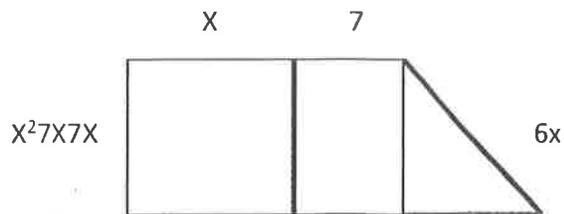
D)



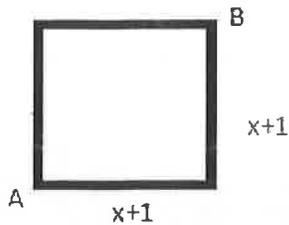
4. A determinada hora del día, un semáforo de 5m de altura, proyecta una sombra de 3.2 m. ¿qué altura tiene un edificio que a esa misma hora proyecta una sombra de 7.2m?

- A) 4.608 m
- B) 11.75 m
- C) 15.4 m
- D) 11.25 m

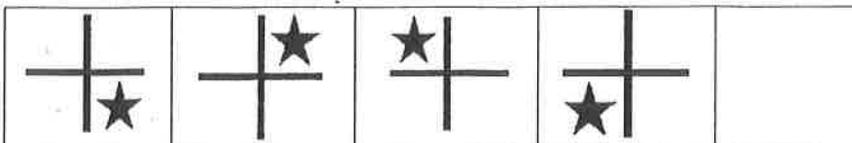
5. Felipe y Gaspar son dos personas dedicadas a la siembra de maíz. En la primera semana, sembraron un terreno con las dimensiones de la figura siguiente. Expresa algebraicamente el área total que sembraron Felipe y Gaspar:

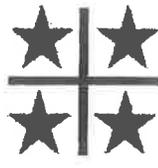


- A) $A = 2X + 7X + 42X$
 - B) $A = X^2 + 28X$
 - C) $A = X^2 + 49X + 42X$
 - D) $2X^2 + 42X$
6. Juan quiere saber cuál es la expresión algebraica con la que puede obtener la distancia más corta entre los puntos A y B del siguiente terreno:

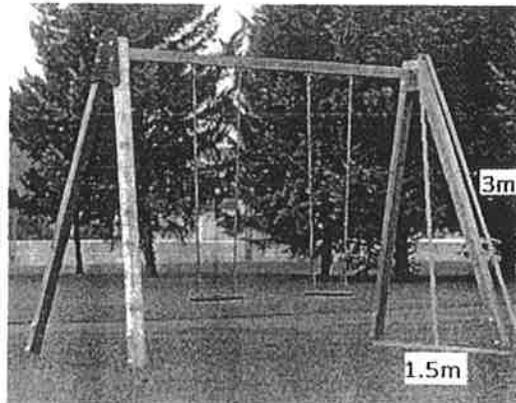


- A) $2\sqrt{(x+1)^2}$
 - B) $\sqrt{(x+1)^4}$
 - C) $\sqrt{2(x+1)^2}$
 - D) $x^2 + 1$
7. Completa la siguiente sucesión:



- A) 
- B) 
- C) 
- D) 

8. Obtén la altura del columpio que está en el parque central con las siguientes medidas:



- A) $\sqrt{8.43}$
- B) 3
- C) $\sqrt{6.75}$
- D) 2.5

9. Una persona solicitó un préstamo sin un lapso de tiempo para pagar, pero siendo consciente de que cada día que pasara su deuda generaría un interés constante. Pasados 7 días su deuda equivalía a \$800. Si en el día dos su deuda era de \$450 ¿Cuál fue el monto inicial de su préstamo (día 0) y cuánto fue la razón de crecimiento de su deuda?
- A) Monto inicial \$0, razón de crecimiento \$70 por día
 - B) Monto inicial \$310, razón de crecimiento \$10 por día
 - C) Monto inicial \$310, razón de crecimiento \$70 por día
 - D) Monto inicial \$450, razón de crecimiento \$30 por día
10. Un grupo de alumnos tiene la inquietud de conocer la altura del edificio donde toman clase. Si ellos tienen en sus manos una regla de 1m que proyecta una sombra de 1.23 m y la sombra del edificio mide 16 m, ¿cuál es la altura real del edificio?
- A) 13.00 m
 - B) 15.00 m
 - C) 12.00 m
 - D) 11.80 m

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 100} \\ \underline{40} \\ 16 \end{array}$$

$$24 \overline{) 100}$$

$$2 \overline{) 20}$$

$$\begin{array}{r} .1 \\ .13 \\ \underline{.4} \\ 4.4 \\ \underline{5.03} \end{array}$$

$$72 = .91$$

$$715 = .13$$

$$2/5 = .4$$

$$4.4$$

$$40 =$$

$$8.4$$

$$14.4$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 100} \\ \underline{40} \\ 16 \end{array}$$

$$7.4$$

$$4.8$$

$$4.4$$

$$\frac{bxh}{2} = \frac{1.5 \times 3}{2} = \frac{4.5}{2} = 2.25$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 4.5} \\ \underline{0.5} \\ 10 \\ \underline{0} \end{array}$$

(8)

$$\begin{array}{r} .23 \\ \times 16 \\ \hline 138 \\ 23 \\ \hline 3.68 \end{array}$$

$$.368$$

(10)

$$\begin{array}{r} 16.075 \\ - 3.68 \\ \hline 12.395 \end{array}$$

(9)

$$\begin{array}{r} 450 \\ - 140 \\ \hline 310 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 310 \\ + 40 \\ \hline 300 \\ + 70 \\ \hline 450 \end{array}$$

310	70	380
380	70	450

Yareli Reyes Corrales

Yareli0305@gmail.com

Eris Akemia Rojas Salazar
erizrojas80@gmail.com

inicio = 8:47

54

Fin = 10:10

VERSIÓN A

Lee con atención estas instrucciones, antes de empezar a resolver la prueba:

- Las primeras preguntas son de identificación, posteriormente se presentan algunas preguntas relacionadas con habilidades geométricas; cada una de estas preguntas tiene cuatro posibles respuestas indicadas con las letras A, B, C y D; pero sólo una de ellas es la correcta.
- Deberás leer con atención cada pregunta y elegir una respuesta, la que consideres correcta. Para responder rellena el círculo correspondiente.
- Al terminar entrega las hojas, tanto de respuestas como de desarrollo.

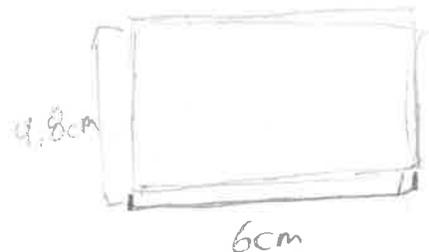
IDENTIFICACIÓN

- ¿Qué edad tienes? 16 años
- Sexo: Masculino Femenino
- ¿Cuál es el ingreso económico aproximado de tu familia? 2.500 pesos
- ¿En qué localidad vives? En Tlayacapan
- ¿En qué grupo/modalidad estás? Presencial

la verdad no estoy segura

MATEMÁTICAS – GEOMETRÍA

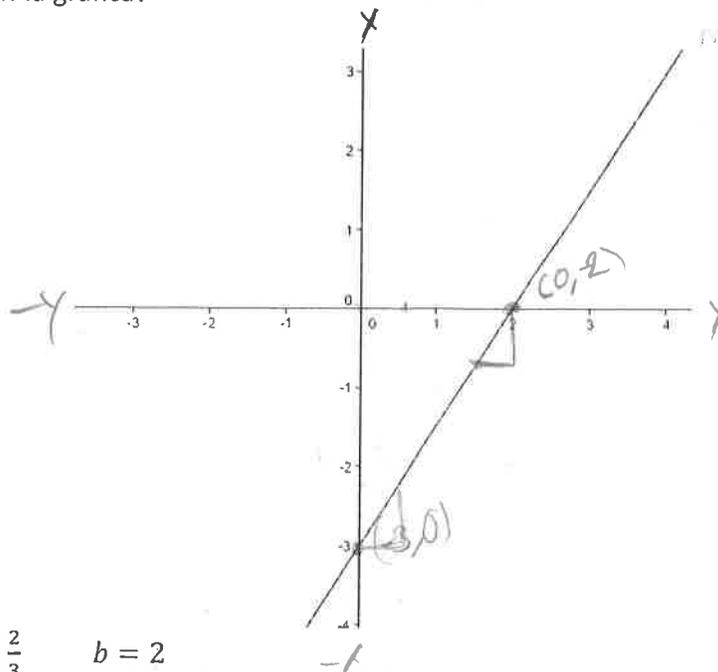
- Alma trabaja en una empresa de diseño gráfico, su jefe le ha solicitado realizar una ampliación y una reducción de una fotografía que originalmente mide 6cm de ancho por 4.8 de alto, para ello la ampliación debe ser en una razón de $\frac{3}{2}$ y la reducción de $\frac{3}{4}$. Determina las medidas para cada fotografía:
 - Ampliación 12 por 6, reducción 3.2 por 4.2
 - Ampliación 9 por 7.2, reducción 4.5 por 3.6
 - Ampliación 6 por 12, reducción 4.2 por 3.2
 - Ampliación 7.2 por 9, reducción 3.6 por 4.5



2. Juan es un comerciante y ha comprado 800 kg en productos para su negocio como se especifican a continuación: papas $\frac{1}{8}$ kg, trigo $\frac{3}{4}$ kg, y maíz lo que resta. ¿Cuántos kilogramos ha comprado de maíz?

- A) 200 kg
- B) 150 kg
- C) 100 kg
- D) 300 kg

3. ¿Cuál es el valor de la pendiente (m) y la ordenada en el origen (b) de la recta que se muestra en la gráfica?

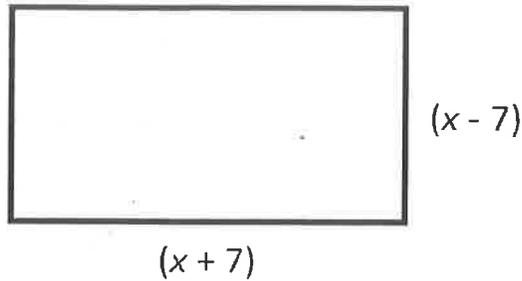


- A) $m = \frac{2}{3}$ $b = 2$
- B) $m = -\frac{2}{3}$ $b = 2$
- C) $m = -\frac{3}{2}$ $b = -3$
- D) $m = \frac{3}{2}$ $b = -3$

4. Un grupo de alumnos tiene la inquietud de conocer la altura del edificio donde toman clase. Si ellos tienen en sus manos una regla de 1m que proyecta una sombra de 1.23 m y la sombra del edificio mide 16 m, ¿cuál es la altura real del edificio?

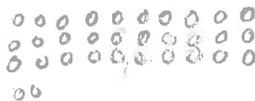
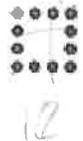
- A) 13.00 m
- B) 15.00 m
- C) 12.00 m
- D) 11.80 m

5. Una persona desea cercar un terreno rectangular que tiene las siguientes dimensiones como se observa en la figura:



¿Cuál es la expresión algebraica que representa el perímetro del terreno?

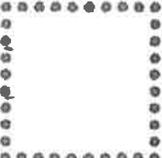
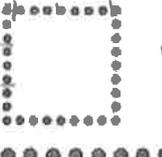
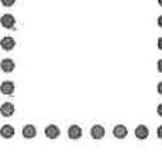
- A) $x^2 - 49$
 - B) $4x$
 - C) $2x$
 - D) $x^2 + 49$
6. Los postes que sostienen la carpa de un circo tienen una altura de 12 metros y se van a sujetar con los tirantes hechos con un cable de acero, los cuales se colocan a una distancia de 6 metros con respecto al poste. ¿Cuál es la longitud de los tirantes?
- A) 1.34 metros
 - B) 13.41 metros
 - C) 134 metros
 - D) 11.34 metros
7. Completa la siguiente sucesión:



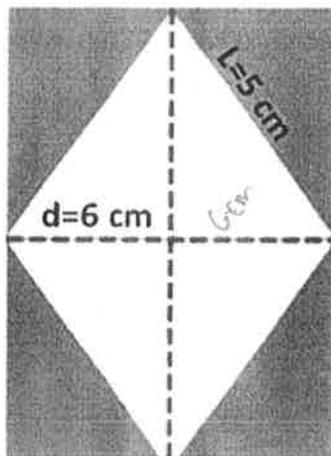
32

52

84

- A) 
- B) 
- C)  18
12
- D) 

8. Determina el área sombreada de la siguiente figura:



- A) 42 cm^2
- B) 30 cm^2
- C) 48 cm^2
- D) 24 cm^2

9. La dosis en mg de antibiótico que se suministra a niños menores de 10 años, depende en forma lineal del peso del niño. Para un niño de 3 kg se suministra 40 mg y para un niño de 4 kg se suministra 65 mg. ¿Cuál es la cantidad que debe recetarse a un niño que pesa 7.5 kg?
- A) 152.5 mg
 - B) 100 mg
 - C) 218.75 mg
 - D) 187.5 mg
10. A determinada hora del día, un semáforo de 5m de altura, proyecta una sombra de 3.2 m. ¿qué altura tiene un edificio que a esa misma hora proyecta una sombra de 7.2m?
- A) 4.608 m
 - B) 11.75 m
 - C) 15.4 m
 - D) 11.25 m

$$\frac{3}{2} \quad 2 \overline{) 1.5} =$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{3}{4} \quad 4 \overline{) 0.9}$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ 3 \end{array}$$

$$6 \times \frac{3}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

$$\begin{array}{r} 4.8 \\ + 1.5 \\ \hline 6.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 1.5 \\ \hline 7.5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4.8 \\ - 0.9 \\ \hline 3.9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ - 0.9 \\ \hline 5.1 \end{array}$$

$$\frac{4.8}{1} \times \frac{3}{2} = \frac{14.4}{2} = 7.2$$

$$\frac{6}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{18}{4} = 4.5$$

$$4 \overline{) 18}$$

$$\begin{array}{r} 4.5 \\ 20 \end{array}$$

$$4 \overline{) 18}$$

$$\begin{array}{r} 3.2 \\ 10 \\ 2 \end{array}$$

$$\frac{4.8}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{14.4}{4} = 3.6$$

800 kg

$$2 \overline{) 0.125}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 40 \\ 0 \end{array}$$

Papas = $\frac{1}{8}$ kg = 0.125 kg

Trigo = $\frac{3}{4}$ kg = 0.75 kg

$$4 \overline{) 0.741}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 4 \end{array}$$

800 kg = 100%

0.125 kg

$$\begin{array}{r} 0.125 \\ 100 \\ 0000 \\ 0000 \\ \hline 0.125 \\ 12500\% \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.125 \\ 0.741 \\ \hline 0.866 \text{ kg} \end{array}$$

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{4} = \frac{1+24}{32} = \frac{25}{32}$$

A m = 0.6 b = 2

$$3 \overline{) 0.6}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 20 \end{array}$$

B m = -0.6 b = 2

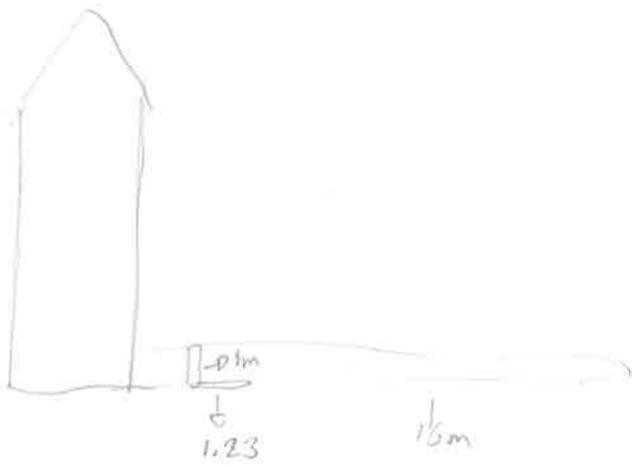
C m = -1.05 b = -3

C m = 1.05 b = -3

$$2 \overline{) 1.05}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 10 \\ 0 \end{array}$$

Eris Alkemia Rojas Salazar



$$\begin{array}{r}
 0.23 \\
 16 \\
 \times 0.23 \\
 \hline
 48 \\
 32 \\
 \hline
 3.68
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 16.00 \\
 - 3.68 \\
 \hline
 12.32
 \end{array}$$

1.23, 2.46, 3.69

$$\begin{array}{r}
 23 \\
 492, 8
 \end{array}$$

6m sm 6.15 + 6.15 = 12.30 ^{10m}

$$\begin{array}{r}
 23 \\
 7.38
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 23 \\
 8.61
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1.23
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 9.84
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1.23
 \end{array}$$

9m → 11.07

$$\begin{array}{r}
 1.23 \\
 12.30
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1.23
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 13.53
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1.23
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 14.76
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1.23
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 15.99
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 12 \\
 \times 0.23 \\
 \hline
 36 \\
 24 \\
 \hline
 2.76 \\
 2 \\
 \hline
 14.76
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 2 \\
 11.80 \\
 \times 0.23 \\
 \hline
 3540 \\
 2360 \\
 \hline
 2.7140 \\
 11.80 \\
 \hline
 14.2140
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 13 \\
 \times 0.23 \\
 \hline
 39 \\
 26 \\
 \hline
 2.99 \\
 13 \\
 \hline
 15.99
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 15 \\
 \times 0.23 \\
 \hline
 35 \\
 30 \\
 \hline
 3.35 \\
 5 \\
 \hline
 10.35
 \end{array}$$

$$(x-7)(x+7)$$

$$-+L+L+L$$

$$x^2 + 7x - 7x - 49$$

$$(x+7)(x+7)(x-7) + (x-7)$$

$$x^2 - 49$$

$$(2x+14) + (2x-14)$$

$$4x - 0$$

$$3 \text{ kg} = 40 \text{ mg}$$

$$4 \text{ kg} = 65 \text{ mg} + 25 \text{ mg}$$

$$\frac{1}{7.5}$$

$$\times 2.5$$

$$37.5$$

$$\frac{150}{187.5}$$



hr



$$-1.8 \text{ m} \quad \downarrow \quad 3.2 \text{ m}$$

$$\frac{1}{7.2 \text{ m}}$$

$$1.8 \text{ m}$$

$$10.0 \text{ m}$$

$$5 \text{ m} = 3.2 \text{ m}$$

$$10 \text{ m} = 6.4 \text{ m}$$

$$15 \text{ m} = 9.4 \text{ m}$$

$$\frac{1}{11.25}$$

$$11.25$$

$$\times 1.8 \text{ m}$$

$$20.25$$

$$7.125$$

$$\frac{20.25}{2.829 \text{ m}}$$

$$3.2$$

$$+1.8$$

$$5.0 \text{ m}$$

Eris Alkemic Rujas Soluzen



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL
ESTADO DE MORELOS



INSTITUTO DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

"Evolución Mediante la Educación"

ACTA DE DICTAMEN DE TRABAJO DE TESIS

Las y los integrantes de la Comisión Revisora del Trabajo de Tesis de Maestría titulado: ***Estudio de la adquisición de habilidades geométricas en jóvenes de bachillerato*** que presenta la candidata a Maestría en Investigación Educativa: **Madinina Mauvois Romero**, quien realizó su investigación bajo la Dirección del Dr. César Barona Ríos, después de haber revisado la tesis, otorgan el dictamen siguiente: **APROBADO**

Observaciones: Ninguna.

Cuernavaca, Morelos, a 24 de mayo de 2024

DIRECTOR(A) DE TESIS	DR. CESAR BARONA RIOS
LECTOR(A)	DRA. MABEL OSNAYA MORENO
LECTOR(A)	DRA. MARIA ARANZAZU GONZAALEZ LOPEZ
LECTOR(A)	DRA. REGINA ARELLANO GONZALEZ
LECTOR(A)	DR. HÉCTOR SANTOS NAVA





UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL
ESTADO DE MORELOS

Se expide el presente documento firmado electrónicamente de conformidad con el ACUERDO GENERAL PARA LA CONTINUIDAD DEL FUNCIONAMIENTO DE LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MORELOS DURANTE LA EMERGENCIA SANITARIA PROVOCADA POR EL VIRUS SARS-COV2 (COVID-19) emitido el 27 de abril del 2020.

El presente documento cuenta con la firma electrónica UAEM del funcionario universitario competente, amparada por un certificado vigente a la fecha de su elaboración y es válido de conformidad con los LINEAMIENTOS EN MATERIA DE FIRMA ELECTRÓNICA PARA LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ESTADO DE MORELOS emitidos el 13 de noviembre del 2019 mediante circular No. 32.

Sello electrónico

CESAR BARONA RIOS | Fecha:2024-05-24 10:32:46 | FIRMANTE

i79rKbND3+w7gyNFpV16yS9/7ez9iVYvOVj53nWA1QueEGZICGEc87vSVC5cu/63zSMJoKCU8MSsIGQ8lAtmdXwizmfPw9LWaZ7uGPBb8SIBHTf1Z7s+p2DxXOPQHkiTGqB9WvIPgRhqZbCdfe5A5b34+go2T1oB6tX1AzT7WOCj68sus+LFTIPVp4bKjYCSymp5CHb/pwzTsxCoW0UvIAEDjs2+v0sNUVXwk1sQkqJZ4mt4WLTOrDgff9RKZu9NLA1gVaB1SPA3EO2k+gyltautzuh9NYTUQD4XJ16puCWUD3ql8koYOKr2Jc3oOyCGyQ8FOdJSxU+ldtgCjTw==

MARIA ARANZAZU GONZALEZ LOPEZ | Fecha:2024-05-24 10:36:22 | FIRMANTE

ISAjn+/8aiJBHFPmk6HljTys8toHZKp+6HrplSgTAFbFJCrIcf4amyWvz7Ox4EMlqvbe+KCC1hXl4W3pebr5YWaagdOztvvueuA2JFQ0NDvZxXp/cLdiXkmVjNaj9aYBut/FuNb0sxxG6QG8rqF39AG/1ZLEoflAsC9fuWHIAxeUkTnRdd8HgKE2fXaNpp1q7+1sLI32a3KYNz6PyYKbV4T9LlO9c3aATs7xYOAA8Vpof4/W1/G6aqRC/RZbAFmlGtEkuPQYKx1nBczbGEbPuskToODdtJojcpDuOCVYWwA4PBblTiMqH7HCAiFZbMQGhpgFj3z2atXle69RcA==

MABEL OSNAYA MORENO | Fecha:2024-05-24 10:37:43 | FIRMANTE

UlyUlhcuJ7Krl99h91SLzgmUgU0zLk/WGpSUvSJ4fzVw31cf1kXxs+YixEEONRi244eg5+MjejmV5vjJHEt/YTfwhODfMV3VbUZ7lzhT1NDtwoU6jWe06z9uigPT8qV0XBmfazffo3mxY02LNpOg5pir6Qhz1SbC3bgeHwJ4YDbjJ84SSImWgu2TYO3CSAvLZkdIvf5+HXiAM2KBA6+E7SSvrj3OuuJzgm3hI37Z/8Vsv6F/SZ9URC04hocAGWgs+K7NxsplSmTWEiagUcsYrqDMx3rba2qHhLk/le20AGtrWA/nazWPN4wzZ+6HB0iIJXswWzacLWkDoVvXqu92Q==

REGINA ARELLANO GONZALEZ | Fecha:2024-05-24 10:39:57 | FIRMANTE

bByYSy8RfdkB7DwU6/GmFhMwzr+8W5dk/IMEmezkk37kzyWc3EGecJB8zok46dQgpx5wNxlOjNyk0eIT2Cpzm5MHk10KpXYa/P4DmwaCCYj0bKqTEQZQcnuXTayUr2jbr/RzfVpL70Dwodnuquy4taZygWnkStiRR8S89q4ZYfJbxz3j22WbZwNwwoB4cvTL7b9XL5gtEkgiOvoF1/sXRw6m9kkk/eSUsSkW4xqDDJvvy4vxxHU7ojlIMxUw2l10boc+5VlSfGauOH8mfKQNSchHDL4DoHO0lt3KIGCDNAPjzRN5OteMnrtgsMcRiyNI+MIAQH1WxhAj75Gag==

HÉCTOR SANTOS NAVA | Fecha:2024-05-24 11:27:35 | FIRMANTE

KMzTihYGHnNjIAIV5DmHIYzBjzrjN6tpGjC4LHdLuzz0r+CIMdO28j2UQh41AtjzptvrqnsQSVeRbKsynyfa1+/FU3z4WvSd1GZEiMaU/Gi5oro8rvhlyXzu1mBCqaRQh5UtUO7K6NCMmX6wVV4AZLiA06/KCU3LN3BSsbquqgd8t33xDylsKIA8eJhtoM5zLSSBAWMSFDQKtixiQzbqx/MYumxXGm/1xF4mCXVELAQJpnyVkkKM34hgDlopjs75zidrOv4CHK7ZNPjUw+tlAn2X6llo+SA0Pu0iDHBdB7zVAHvF0FRJpBH5rOGXa6oG9WkKbW+Igy1bNjgDDItgFw==

Puede verificar la autenticidad del documento en la siguiente dirección electrónica o escaneando el código QR ingresando la siguiente clave:



eS9k8U2zT

<https://efirma.uaem.mx/noRepudio/kudN5PhQOZblNimPpuUnXmu9bewNzjGk>



UAEM
RECTORÍA
2023-2029