UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MORELOS

INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN HCS HUMANIDADES Y CIENCIAS SOCIALES

HUMANIDADES CENTRO INTERDISCIPLINARIO DE INVESTIGACIÓN CIIHu

Universidad Autónoma del Estado de Morelos

Instituto de Investigación en Humanidades y Ciencias Sociales

Departamento de Filosofía

Una propuesta lógico-filosófica singular: la lógica polivalente ($\widehat{LP}$) y sus sistemas (SPs)

Tesis

Para obtener el título de:

Licenciado en Filosofía

Presenta:

Tania Salgado Villanueva

Directora de tesis: Dra. Ivonne Victoria Pallares Vega

Cuernavaca, Morelos, 2022.

Agradecimientos

A mis padres, Javier y Nohemí; por brindarme la oportunidad de estudiar la carrera y por su apoyo durante la duración de la misma. A mi hermano Manuel; que espero que se sienta tan orgulloso de mí, como yo lo estoy de él.

A mis abuelos, María Ever y Catarino; por su fe e interés en mí. A mis abuelas, Ana y Julia; que sepan que mientras transite por el camino que a ellas les fue inaccesible, siempre las tendré presentes. Soy una extensión de ustedes y mis logros también son suyos.

A mi compañero Fernando; por estar presente y por su apoyo incondicional que me ha llevado a lograr mis metas.

A mis amigos; coincidir y compartir nuestro gusto por la filosofía fue de los sucesos más gratificantes durante mi estancia en la Universidad.

A la Dra. Ivonne Pallares, por sus enseñanzas en el área de lógica, así como por guiarme y acompañarme en la escritura de la presente tesis. A la Dra. Laura Campos, el Mtro. Juan Ángel, el Dr. Luis Gerena y el Dr. Armando Villegas, por su apoyo en la realización de este trabajo y, sobre todo, por haber sido parte fundamental de mi formación académica.

No me siento capaz de escribir algo que se acerque a expresar lo importante que fue para mí haber dado mis primeros pasos en la filosofía, pero tal vez este par de líneas sirvan como indicio del cariño que les guardo a todas las personas involucradas en el proceso.

Índice

Índice de ilustraciones

La posibilidad de construir sistemas lógicos diferentes muestra que la lógica no está limitada a la reproducción de hechos, sino que es un producto libre del hombre, como una obra de arte.

Jan Łukasiewicz, 1918

Introducción

La lógica polivalente ($\widehat{\text{LP}}$) es una propuesta *lógico-filosófica* que *responde* a la lógica clásica (LC) y los sistemas polivalentes (SPs) que la conforman poseen *una interpretación*. Sin embargo, en varias ocasiones se han objetado este par de ideas: Susan Haack, en *Filosofía de las lógicas* (1982), consideró que no había argumentos suficientes para proponer SPs e insinuó la dificultad de que los *valores* ‹agregados› tuvieran algún sentido; mientras que W. V. O. Quine, en su homónima *Philosophy of Logics* [Filosofía de las lógicas] (1970), aseveró que la $\widehat{\text{LP}}$ es una teoría sin interpretación que no se diferencia del álgebra abstracta, por lo cual, la priva de ser una propuesta lógico-filosófica y la posiciona dentro del campo estrictamente matemático. A causa de este tipo de críticas, y de que se trate de una propuesta relativamente reciente (el texto que ostenta el título de primero sobre la materia data de 1920), se enfocaron en las opiniones negativas en lugar de en su potencial. En discrepancia con este panorama, en este escrito se presentarán algunos argumentos a favor de que los SPs pertenecen al ámbito lógico-filosófico, y se mostrará que, pese a que es cierto que los *valores* de los SPs no poseen una interpretación semejante al sistema de la LC, no están exentos de tener alguna; la tienen, sólo que es menos imperiosa que la de los valores de verdad de la LC.

Para intentar acometer el proyecto anterior es necesario tener en cuenta el contexto en el que la $\widehat{\text{LP}}$ emerge y, para ello, es imprescindible conocer la influencia de la lógica matemática. La lógica matemática es producto de la unión entre el campo lógico y matemático que germinó en el siglo XVII, con los escritos de Gottfried Leibniz, se acentuó en el primer cuarto del siglo XIX, con George Boole, y se consolidó con incontables proyectos en la primera mitad del siglo XX. La lógica matemática fue una combinación sumamente fructífera y conflictiva para las áreas partícipes: ambas pudieron refinarse y fabricar herramientas excepcionales, al tiempo que su especialización sembró dudas en sus bases: las matemáticas pudieron preguntarse por elementos que habían usado durante siglos sólo para darse cuenta de que no tenían nada claro, y la predominante LC apareció limitada para algunas cuestiones (*inconvenientes*, es la palabra).

Entre las herramientas excepcionales destaca el lenguaje lógico formal. Mediante su uso los principios de la LC que antes sólo era posible expresar a través del lenguaje que comúnmente usamos (*i. e.*, el denominado lenguaje ordinario o natural) se abreviaron en símbolos y fórmulas. Con este mecanismo fue relativamente sencillo manipular el sistema de la LC, y esa sencillez mostró sus inconvenientes. La relación indisoluble entre el lenguaje lógico formal y el lenguaje ordinario fue señalada como la causa; por más que se trató de depurar las proposiciones lógicas (que son la base) y definir sus posibles relaciones, siempre hubo casos que desafiaron en mayor o menor medida el sistema de la LC.

Debido a estos inconvenientes surgieron sistemas lógicos que poseen elementos específicos que difieren de la estructura de la LC. Dichos sistemas son las lógicas no clásicas (LNCs). La $\widehat{\mathrm{LP}}$ es un tipo de LNC que desea responder a la duda —no menor— de si es posible crear sistemas que vayan más allá del pensamiento lógico bivalente, y que dé solución a aquellos inconvenientes relacionados con las limitantes de contar con solamente dos valores de verdad: las paradojas semánticas, los enunciados con futuros contingentes y las teorías cuyas variables exigen un margen más amplio son algunos ejemplos. La respuesta que la $\widehat{\mathrm{LP}}$ ofreció fue la creación de sistemas lógicos que contaran con más de dos *valores*: así surgieron los SPs.

Cabe destacar que pueden existir varios SPs de un mismo grado de *valores*, lo que quiere decir que no es necesario que se establezca un único SP en cada grado. La disimilitud entre los SPs con un mismo número de *valores* se establece por dos factores: cómo se formulan sus conectivos primitivos y cómo se interpretan sus *valores*.

Las posibilidades heterogéneas sobre cómo formular un SP, así como el infinito número de SPs que se pueden crear, son el núcleo de críticas como las de Haack, Quine, entre otras (Crf. Suszko, *Rem. Luk. Three Val. Log./ Freg. Ax. & Pol. Math. Log. 1920s*). Tomándolas en cuenta, junto con las drásticas defensas, se puede pensar en tres escenarios para la $\widehat{\text{LP}}$: en el más fatalista (que es el que prefieren las críticas) los SPs son un espectáculo con un latente pronóstico de desbordarse: podrían reinventarse infinitas veces y no llegar a ninguna utilidad; sólo serían un cúmulo de combinatorias creadas por motivos lúdicos, sólo serían álgebras abstractas («(…) *many valued logic is logic only analogically speaking; it is uninterpreted theory, abstract algebra*» (Quine, 84)[1]). En el caso menos fatalista (que es el que prefieren los entusiastas) los SPs resolverían todos los problemas lógico-filosóficos de la LC (las paradojas semánticas y las teorías que exigen un margen de *valores* más amplio entran aquí) y representarían una nueva era para el ambiente lógico; en esta perspectiva la $\widehat{\text{LP}}$ es un sustituto, no una respuesta. En otro caso —el aquí adoptado— los SPs podrían brindar algunas herramientas, sin oponerse a otras LNCs, ni a la LC; pero para que esto suceda, es necesario ultimar el conflicto, al menos en medida útil, respecto a la interpretación de los SPs y sus *valores*.

La dificultad de que un SP posea una interpretación radica en dos elementos: el primero refiere a su aspecto formal y el segundo depende de la interpretación que adquieran sus *valores* (estos parámetros son los mismos que diferencian a los SPs de un mismo grado de *valores*). El aspecto formal varía dependiendo del SP del que se trate; lo mismo sucede con la interpretación.

No obstante, independientemente de esa variabilidad, es menester señalar una definición general sobre cómo son concebidos los *valores* en los SPs: los SPs son creados con la finalidad de responder a inconvenientes específicos, son creados en un margen bien delimitado y su uso se apega a cada caso (por este motivo no es conveniente creer que un SP determinado tiene por finalidad suplantar a la LC); por ello, la designación de

[1] «(…) la lógica polivalente es lógica sólo hablando analógicamente; es teoría sin interpretación, álgebra abstracta». Traducción de la autora.

valores se da con base en el contenido de cada caso específico. Empero, esto no quiere decir que la definición de los *valores* de los SPs dependa completamente su contenido, porque también es necesario que se cuide su aspecto formal (que se analicen sus conectivos y, sobre todo, las combinatorias y sus implicaciones).

En resumen, los *valores* de los SPs son una mezcolanza entre el contenido, que está dado por el contexto en el que surgen, y la formalidad que se les designe. En contraste, los valores de verdad de la LC no se encuentran definidos por el contexto del que surgen; en este sentido, puede decirse que esa cualidad los dota de una generalidad que es imposible para los SPs. Entre la LC y la $\widehat{\mathrm{LP}}$ hay una diferencia ontológica sobre la concepción de *valor de verdad*.

La información aquí referida someramente será retomada a profundidad y de modo gradual en el resto del escrito. En el primer capítulo se definirán los conceptos básicos, además de que se pondrá de manifiesto el contexto en el que se desarrolla el trabajo. En el segundo capítulo, se mostrarán los inconvenientes de la LC y las situaciones específicas que gestaron los SPs. En el tercer capítulo, se presentará la categoría de $\widehat{\mathrm{LP}}$, su clasificación, el análisis ontológico de la noción de *verdad* que ocupa la $\widehat{\mathrm{LP}}$ (planteado como una contraposición al de la LC), así como algunos SPs. Por último, en el cuarto capítulo, se encuentran las conclusiones.

Con el objetivo de realizar una exposición comprensible, al final del escrito hay un glosario que contiene términos que podrían obstaculizar la lectura; para identificar cuándo un término cuenta con su definición se recurrió al símbolo * que acompañará (únicamente) la primera aparición de la palabra. También hay una distinción en la notación: cuando se trabaje con los valores de verdad de la LC se utilizará en alfabeto latino y cuando se trabaje con los *valores* de los SPs se usarán letras del alfabeto griego.

Capítulo I.

Definición de la LC y breve introducción al lenguaje lógico formal

Tal como indica el título, en este apartado se ofrece la definición de LC, así como una breve introducción al lenguaje lógico formal. Conocer esta información es necesario para comprender mejor las próximas secciones; la razón es que los términos varían dependiendo de las fuentes, por lo que es probable que puedan ser presentados con otros significados y, si quienes leen se encuentran más familiarizados con aquellos significados, podría generarse un malentendido. Asimismo, se ofrece una corta introducción al lenguaje lógico formal; esta es un requisito indispensable, puesto que establece el contexto bajo el cual se desarrolla todo el proyecto.

En la definición de LC se encuentra una exposición del *supuesto bivalente*[2]. Esta exposición es importante debido a que el supuesto bivalente es la estructura de la LC y la $\widehat{\mathrm{LP}}$ *responde* a él. Para la exposición se retomará a Aristóteles, puesto que es en su obra en donde se encuentran los componentes esenciales; del mismo modo, con el trabajo del Estagirita es posible apuntar al margen del pensamiento donde los términos fueron erigidos (ya que tradicionalmente es considerado su precursor) y su prevalencia (el impacto histórico de Aristóteles es un factor que debe ser tomado en cuenta). Por otra parte, se encuentra también una breve introducción al lenguaje lógico formal. En lo que a este respecta es imprescindible aludir a su origen, *i. e.*, a la lógica matemática. Tanto ella como su historia se han convertido en un conocimiento básico para cualquier tema lógico actual, y este caso no es la excepción.

[2] Se ha decidido utilizar el término «supuesto bivalente» en lugar de «principio de bivalencia» por una cuestión connotativa: pese a que ambos refieran a lo mismo, esto es, a preceptos que deben ser aceptados para que el sistema al que refieran funcione, la palabra «principio» está más ligada a la idea de una

Definición de la LC

Dentro de la abundante literatura lógica es común que el término «lógica clásica» adquiera diferentes significados, puesto que no existe un consenso general: puede referir a lapsos, autores específicos o principios, así como puede referir a sistemas, corrientes o sencillamente ser una expresión con un significado muy singular. Cualquiera que sea el caso, cada vez que se usa el término LC, se utiliza desde una perspectiva: por ejemplo, en *Historia de la lógica formal*, Józef M. Bocheński piensa a la «Lógica Clásica» como un episodio que abarca desde el Renacimiento hasta el siglo XIX. Para el autor, la «Lógica Clásica» se ocupa de elementos retomados de la lógica escolástica y antigua; no obstante, asegura que «es tan pobre el contenido de esta Lógica, tan grande el número de errores que la lastran y tan sumamente débil su poder creador que apenas se atreve uno a considerarla, decadente como es, como una forma especial, equiparándola con ello a las Lógicas antigua, Escolástica, matemática e india» (23). Por otra parte, en *Introducción a la lógica formal*, Alfredo Deaño responde a la clasificación de Bocheński y propone una perspectiva distinta:

> ¿a qué llamamos «lógica clásica»? No a la lógica tradicional, como tampoco a la forma de lógica desarrollada entre el Renacimiento y el siglo XIX y a la que algunos historiadores dan ese nombre. Al hablar aquí de lógica nos referimos a la forma clásica de la lógica contemporánea: a la lógica —para describirla de modo impresionista— que Boole, Peirce y Schröder construyeron algebraicamente durante el siglo XIX y a la que Frege, en 1879, dio forma axiomática; la lógica que halla en los *Principia Mathematica* (1910-13) de Whitehead y Russell su texto de referencia (299)

Por la multiplicidad de distintas concepciones, es importante que desde un principio se establezca qué se comprende por LC. En este caso, LC no es un término que se justifique temporalmente, sino que es una noción que refiere a una conformación específica (muy

necesidad irrevocable, lo cual es contraproducente ya que atenta contra la labor de desarraigarse de una concepción de esta naturaleza de la LC.

semejante a la idea de Deaño) y que puede ser pensada como una corriente. El supuesto bivalente es parte esencial de la definición, pues todo sistema lógico que cumpla con él es un sistema de LC, sin importar su grado de especialización. Bajo esta definición se deduce que tanto la lógica de Aristóteles, Frege, Russell, y quienes se desenvuelvan dentro de estos parámetros, están trabajando con LC.

El supuesto bivalente es el conjunto de dos principios que se encuentran a lo largo de la historia de la lógica: el *principio del tercio excluso* y el *principio de no contradicción*. Aristóteles fue quien los explicitó al darles un orden que previamente no poseían; se pueden ver fragmentos de ellos en diversos textos (después de todo, la hipótesis de que el *corpus aristotelicum* es coherente consigo mismo ya ha sido defendida[3]). Y es que como bien señala Miguel Candel Sanmartín, Aristóteles construyó «el edificio epistemológico que iba a sentar el ‹cannon› de toda la arquitectura intelectual de las civilizaciones islámica y cristiana hasta el siglo XVII, y que no iba a ser sustancialmente superada, en rigor, hasta el XIX, con el desarrollo generalizado de la lógica matemática» (85).

Para iniciar con la exposición del supuesto bivalente es imprescindible tener en cuenta que, si bien la LC necesita del lenguaje, no se ocupa de cualquier expresión que aparezca en el lenguaje ordinario. La LC trabaja exclusivamente con enunciados

[3] La imbricación de las obras de Aristóteles es un supuesto que ha sido señalado en varias ocasiones por estudiosos de su obra. Prueba de ello, es el comentario de Tomás Calvo Martínez en el cual considera el *corpus aristotelicum* como «un conjunto de doctrinas coherentes entre sí y capaz de explicar coherentemente la totalidad de lo real» (23-24). Del mismo modo, en la *Introducción general* escrita por Esther Sánchez al libro *Reproducción de los animales*, también encontramos que ella considera la obra completa del Estagirita como un entramado:

> el estudio del que han sido objeto en estos años últimos [refiriéndose a textos aristotélicos que tratan sobre biología] se debe al convencimiento de la unidad del pensamiento aristotélico, que permite que algunos de sus conceptos metafísicos se puedan comprender en su estricto y preciso significado cuando se aplican al mundo de los seres vivos. La biología aristotélica está regida por sus conceptos lógico-metafísicos… Hay que considerar los escritos biológicos como perfectamente integrados dentro del conjunto de la obra aristotélica (9).

quecuentan con un valor de verdad determinado. Aristóteles, en *Sobre la interpretación*, los define; según el Estagirita, pese a que todos los enunciados son significativos, «no todo enunciado es asertivo, sino ‹sólo› aquel en que se da la verdad o la falsedad: y no en todos se da» (17a 4). En *Analíticos Primeros* designa a dichos enunciados como base de la ciencia demostrativa (o deductiva), y agrega «la proposición es un enunciado afirmativo o negativo de algo acerca de algo» (24a 15-20). Con base en estas definiciones, se obtienen dos resultados: el primero es que se excluyen los enunciados que no poseen alguno de los valores mencionados (tales como preguntas, exclamaciones, etc.); y el segundo, es que, de acuerdo con los valores posibles señalados y, sobre todo, acorde con que *toda proposición lógica debe contar con un valor de verdad determinado*, se puede deducir el principio del tercio excluso. En lenguaje de la lógica cuantificacional de primer orden este principio se representa: $\forall x \ (x \vee \neg x)$.

Por otra parte, en la obra *Metafísica*, Aristóteles dicta que «es imposible que lo mismo se dé y no se dé en lo mismo a la vez y en el mismo sentido (…) Es, en efecto, imposible que un individuo, quienquiera que sea, crea que lo mismo es y no es» (1005b 15-25). Si anteriormente advirtió que los enunciados de los que la LC se ocupa deben contar con alguno de los dos valores, con esto indica que *no se puede dar el caso que una proposición adquiera ambos valores (verdadero y falso) al mismo tiempo*; de este modo, el Estagirita concluye con lo que sería el principio de no contradicción, que en el lenguaje de la lógica cuantificacional de primer orden se expresa: $\forall x \ [\neg \ (x \wedge \neg x)]$.

Con las definiciones referidas, Aristóteles dio forma a una estructura, a un orden de cosas que previamente sólo se encontraba de modo tácito, que se encontraba en la cotidianidad de los diálogos y el pensamiento, pues como bien señala Luis Vega:

> Desde luego, está claro que nada se crea de la nada y en todo cuanto concierne a la Lógica, menos. Solemos hacer cosas y hablar de cosas antes de plantearnos la manera de tratar con ellas, antes de interesarnos por las relaciones que median entre nuestras palabras o entre nuestras ideas. En

> particular, la adopción de una perspectiva lógica supone la existencia de abundante material conceptual y de usos argumentales previos (176)

A causa de que la lógica se ocupe de los sistemas de representación (como el lenguaje y el pensamiento) es que se pueden encontrar elementos de la LC, y en especial del supuesto bivalente, que, en lugar de ser cuestionados, o siquiera señalados, eran reproducidos con constancia. Antes de que Aristóteles asumiera el quehacer intelectual de organizador, los elementos que serían su objeto de estudio ya coincidían con algunos aspectos del mundo en el siempre enigmático intermedio de palabras y cosas; desde las expresiones del lenguaje ordinario, incluyendo las que no reciben un tratamiento lógico, hasta las expresiones matemáticas. Un ejemplo de esta situación se presenta en el poema de Parménides donde la diosa le muestra dos caminos, el de la verdad y el de la falsedad, y donde no se puede tomar una tercera opción, ni las dos a la vez. Este pensamiento que se bifurca incesante en dos opuestos se percibe en varios aspectos de cómo están configurados los sistemas de representación y el papel de la lógica respecto a ellos.

Sobre el lenguaje lógico formal

En *Diccionario de la lógica y filosofía de la ciencia* Jesús Mosterín y Roberto Torretti ofrecen una definición general de lenguaje formal: «Los lenguajes formales se llaman lenguajes, pues sirven para codificar, transmitir y almacenar todo tipo de ideas e informaciones, y se llaman formales, pues sus oraciones son fórmulas, es decir, secuencias de símbolos (ideográficos, no fonéticos) construidas de acuerdo con reglas formales» (317). La definición de lenguaje formal utilizada en el presente trabajo, aparte de cumplir con lo indicado en la definición de Mosterín y Toretti, pone especial énfasis en la abstracción que implica, ya que se debe tener en cuenta que la estructura, las reglas formales, son herramientas para expresar una forma abstracta: el supuesto de bivalencia. Asimismo, se debe señalar que existe la posibilidad de modificar dichas reglas. La importancia de modificar esas reglas no es trivial: si el supuesto de bivalencia es la estructura lógica por excelencia bajo la cual se han formulado los sistemas de representación, que son los medios que el ser humano tiene para percibir el mundo, un cambio en la posibilidad de pensar una alternativa a las formas de percepción lógica usuales expresada a través de una modificación en las reglas formales, podría, en potencia, representar una alternativa a la concepción propia del mundo. Esto es justo lo que intentan hacer las LNCs; lo que intenta hacer la $\widehat{\mathrm{LP}}$.

Cuando se trata del lenguaje formal, de nueva cuenta Aristóteles suele ser uno de los primeros referentes debido a su silogística. Del mismo modo, se suele referir a otros autores, tales como Ramón Llull quien, alentado por supuestos teológicos, abogó por la creación de una máquina que fuese capaz de distinguir entre tesis certeras o erróneas mediante la distinción entre sujeto y predicado. Además de Llull, hubo otros autores que con diversas motivaciones se inclinaron por prototipos de un lenguaje lógico formal; buscaban sistemas que fueran *completos** y *automáticos**. Estos proyectos son bastante interesantes ya que muestran que ha existido una tendencia humana que aspira a llegar al pináculo, siempre inaccesible, de un lenguaje capaz de expresar una abstracción completa, *i. e.*, un sistema que contuviera una totalidad de elementos (acerca de cuáles eran esos elementos dependía de cada sistema: para Llull eran enunciados y para Leibniz combinaciones de símbolos)[4].

En la segunda mitad del siglo XVII, Leibniz, quien por algunos autores es considerado el padre de la lógica matemática, planteó la creación de un lenguaje lógico formal, que tuvo como base dos elementos: su *calculus raciotinator*, que se daba bajo la premisa de que las operaciones lógicas pueden ser suplantadas por operaciones matemáticas, y su *characteristica universalis*, donde establecía un par de correspondencias entre signos simples e ideas simples y signos compuestos e ideas compuestas.

[4] Para más información véase apéndice en la página 83.

> El tema de la *característica* se escinde en dos: el de una lengua característica (una ideografía) y el de una lengua (hablada) universal. Por otra parte, el *calculus ratiocinator* ha de ser, según Leibniz, un procedimiento mecánico (visible) que conduzca el razonamiento y la invención sin incertidumbre y sin error, tanto en metafísica y en moral como en geometría y en análisis, de manera que los múltiples cálculos (entre los que se encuentran como más ilustrativos de los matemáticos el cálculo infinitesimal y el cálculo geométrico) son todos ellos especies del cálculo general o ciencia de las formas, que posibilita la «esencia calcubilidad de todas las cosas» (Lombraña, *Leibniz y la lógica*, 218)

Tanto la idea de la *characteristica universalis* como la del *calculus ratiocinator* son recíprocas ya que, si se desea elaborar una estructura del pensamiento que se pueda combinar mediante un número definido de reglas, *i. e.*, un *ars combinatoria*, es necesario que el lenguaje utilizado en ese tipo de combinaciones esté delimitado, si eso no sucede, se puede caer en una ambigüedad fácilmente, y si un sistema de este tipo es ambiguo, es un sistema que no cumple con sus objetivos principales.

En 1825 Boole publicó el panfleto *The Mathematical Analysis of Logic Being an Essay Towards a Calculus of Deductive Reasoning* [El análisis matemático de la lógica, Ensayo de un cálculo del razonamiento deductivo], en el que se encuentran elementos semejantes a las ideas de Leibniz. Su propuesta fue reconstruir la LC de manera que fuera posible aplicarle operaciones matemáticas; de este modo, «el álgebra suministraría un modelo a imitar en la construcción de un cálculo lógico» (Kneale y Kneale 373-374). La idea de «cálculo verdadero» fue crucial para el proyecto; su carácter definitivo es « *(…) that it is a method resting upon the employment of Symbols, whose laws of combination are known and general, and whose results admit of a consistent interpretation*» (Boole 4)[5].

Esta premisa consolidó una corriente que defendió que al cálculo lógico le pertenecía un lugar dentro de las investigaciones matemáticas. La perspectiva de Boole puede resumirse como la traslocación del pensamiento matemático al pensamiento lógico

[5] «(…) que es un método que se basa en el empleo de símbolos, cuyas leyes de combinación son conocidas y generales, y cuyos resultados admiten una interpretación consistente». Traducción de la autora.

y tuvo como cimiento la semejanza, los modos en que los entes de ambos campos se relacionaban entre sí (*e. g*. la suma con la conjunción). Esto conllevó a que la LC se perfeccionara, pues ya era posible trabajar en su construcción con unos principios más pulidos, y con la idea clara de que se trataba de un procedimiento de tipo lógico matemático.

En 1879 se publicó la *Conceptografía* de Gottlob Frege; esta obra dio un giro interesante, pues posicionó a la LC como fundadora de las matemáticas. Ya no se trataba de una relación de parentesco, como se había sostenido anteriormente, sino que una daba lugar a la otra. Bajo esta premisa, el libro tuvo por objetivo crear un lenguaje sin ambigüedades (un requisito indispensable, ya que se estaba buscando un fundamento para las matemáticas) que posibilitara presentar pruebas enteramente formalizadas de lo que Frege llamó «proposiciones del pensamiento puro». *En Sobre la justificación científica de una conceptografía* Frege defiende la necesidad de una empresa como la suya:

> el lenguaje puede ser comparado a la mano, la cual no basta, a pesar de su capacidad, para acomodarse a las diversas tareas. Producimos manos artificiales, herramientas para fines específicos que trabajan con una exactitud que la mano no lograría. ¿Por qué es posible esta exactitud? Justo por la rigidez, la exactitud de las partes, cuya carencia hace a la mano tan vastamente diestra. Así, tampoco la escritura es suficiente. Requerimos un complejo de símbolos del que se destierre toda multivocidad, y a cuya forma lógica rigurosa no pueda escapar el contenido (158).

Consciente de las limitaciones del lenguaje que se usa cotidianamente, del lenguaje ordinario, y de que este «no esté dominado por las leyes lógicas, de manera que la observancia de la gramática garantice ya la corrección formal del proceso del pensamiento» (*Just. cient. conc.,* 157), Frege se propuso edificar un lenguaje lógico formal que satisficiera esa función rigurosa, con plenas esperanzas de que era posible y de que su existencia, además, proveería un fundamento a las matemáticas: se propuso edificar un sistema que eliminara por completo la ambigüedad.

Años más tarde decidió demostrar el rigor del lenguaje formal postulado en *Conceptografía* al tratar de reconstruir con él la aritmética. En 1884 Frege publicó *Los fundamentos de la aritmética. Una investigación lógica-matemática sobre el concepto del número*, en el que declara que «las leyes fundamentales de la aritmética deben de ser probadas, si ello fuera posible, con el mayor rigor; así, sólo cuando se haya eliminado todo hueco en la cadena deductiva, podrá decirse con seguridad de qué verdades primitivas depende la prueba» (384); la eliminación de las ambigüedades que van del lenguaje ordinario al lenguaje lógico formal, implicarían, asimismo, la eliminación de los huecos en la cadena deductiva. Empero, esa aspiración fue inalcanzable, dado que el sistema presentó una contradicción: la paradoja señalada por Bertrand Russell. En virtud de ella, se sacudió todo el edificio argumental. El proyecto que tuvo por objetivo cimentar la aritmética devino frágil y evidenció su imposibilidad, pues tal como señala Frege en su *Apéndice*, donde contestó al señalamiento de Russell sobre la paradoja, «Lo que aquí está en juego no es mi particular manera de fundamentar la aritmética, sino la posibilidad en absoluto de una fundamentación lógica de la aritmética» (*Ley. fund. aritm.*, 554). El ambicioso proyecto de Frege no cumplió su finalidad. Sin embargo, esa falla no le restó viveza a su propuesta (o al menos no en su momento). De hecho, actuó como semilla de una fuerte doctrina del pensamiento: el logicismo. En 1910 se publicó *Principia Mathematica*, obra de Russell y Alfred N. Whitehead que se convirtió el en paradigma de dicha doctrina. En ella se perpetuó la idea de que para proveer un fundamento a las matemáticas era necesario el perfeccionamiento de la LC. Con este supuesto los autores se propusieron deducir una buena parte del conocimiento matemático mediante un conjunto de *axiomas**.

Para lograrlo, y en un intento por evitar la paradoja encontrada en *Las leyes básicas de la aritmética*, esbozaron una *teoría de tipos**, *i. e.*, una teoría que fuese alterna a considerar a la teoría de conjuntos* como fundamento constructivo de las matemáticas (cuyo método fue el utilizado por Frege). No obstante, afín al destino de la obra de Frege los axiomas de los *Principia Mathematica* también acarrearon contradicciones.

El trabajo de Frege, junto con el de otros matemáticos no menos importantes (piénsese en Luitzen E. J. Brouwer, Georg Cantor, David Hilbert, por mencionar algunos), puso sobre la mesa una duda ineludible: ¿cuál es el fundamento de las matemáticas? A su vez, sus posibles respuestas inevitablemente incluían a la LC. Esto dio lugar a un fatigoso debate que sobrevino en tres posturas relevantes para el campo lógico y matemático: el logicismo, el *formalismo** y el intuicionismo. El logicismo tenía por supuesto primordial el mencionado, *i. e.*, a la LC como fundadora de las matemáticas. La interpretación habitual del formalismo sostenía, *grosso modo*, que tanto las proposiciones de las matemáticas, como de la LC, podían derivarse de ciertas reglas finitarias acerca de la manipulación de símbolos, por lo cual, era menester definirlas. Y el intuicionismo puso a la demostración como elemento decisivo; de esta manera, únicamente se trabajaría con lo que fuera posible verificar. Con la ayuda de estas doctrinas, y mediante el método de prueba y error, fueron creadas herramientas que no existían previamente. Las concepciones sobre lógica y matemática realizaron un intercambio recíproco, dado que, según las exhaustivas búsquedas de la época, sus raíces se encontraban conectadas de algún modo.

El debate propició que el campo lógico creciera, pues gracias a él surgieron las lógicas no clásicas (LNCs) que, como se dijo antes, son variantes de la LC que tuvieron por finalidad responder a algún inconveniente mostrado por el desarrollo exhaustivo propiciado por el lenguaje lógico formal.

Capítulo II.

¿A qué responde la $\widehat{\text{LP}}$? Motivos de su creación e inconvenientes de la LC

La génesis de la $\widehat{\text{LP}}$ compete a la esfera lógica filosófica, puesto que nace del deseo de dar respuesta a algunos de los inconvenientes que develó el perfeccionamiento de la LC, y de la inquietud por la posibilidad de extender la maqueta del pensamiento. No es un desarrollo meramente matemático; sus cimientos se encuentran configurados por la curiosidad, por el deseo de saber cuáles son los límites lógicos. Los motivos de su creación y los inconvenientes a los que responden, que serán mostrados a continuación, son evidencia de ese deseo.

En este escrito se han conjuntado motivos e inconvenientes dentro de dos grupos: uno de autores y otro de temas. Los textos sobre la $\widehat{\text{LP}}$ han definido un marco invariable sobre cuáles son: entre los autores se encuentran Hugh MacColl, Nikolái A. Vasíliev y Charles S. Pierce; mientras que dentro de las motivaciones están 1) la imposibilidad de formalizar enunciados con futuros contingentes, 2) las paradojas autorreferenciales y 3) la mecánica cuántica.

En algunas ocasiones el marco mencionado presenta adiciones, ya que, al tratarse de un tema relativamente reciente y aún estudiado, no se ha establecido un común acuerdo sobre sus raíces y su historia. Para ilustrar, y a diferencia del marco planteado, Niels Öffenberger, en su libro *La prehistoria de la lógica polivalente en la antigüedad clásica*, rastrea a la $\widehat{\text{LP}}$ en textos prearistotélicos; de igual manera, Grzegorz Malinowski, en su artículo *A Philosophy of Many-Valued Logic. The Third Logical Value and Beyond* [Una filosofía de la lógica polivalente. El tercer valor lógico y más allá], afirma que «*The roots of many-valued logic lie in Aristotle's (4th century BC) discussion of future contingents and of tomorrow's famous sea battle. Similar concerns can be found in medieval philosophy, in Duns*

Scot, William of Ockham and Peter de Rivo» (81)[6]; e inclusive hay autores contemporáneos a los incluidos en el marco que se trabajará a continuación, tal como es el caso de Edwin Guthrie, a quien Nicholas Rescher cita en su famoso libro *Many-Valued Logic* [Lógica polivalente]:

> *Not only can logic include more than the logic of Aristotle, as a modern logistic does, there might have been non-Aristotelian logics with principles different from the familiar laws of contradiction and excluded middle (…) It is true that we can only discuss other logics in terms of one logic, but this is no more a proof that they are therefore unreal than is the fact that an Englishman in discussing German must use English, a proof that English is the a priori condition of communication, valid for all times and all places* (Guthrie citado por Rescher, 7) [7]

Limitar el marco del presente escrito tiene fines prácticos: el hecho de que se acoten tanto los autores como los temas, corresponde con los objetivos del proyecto; en este caso, responder a la pregunta que encabeza este capítulo (¿a qué responde la $\widehat{\text{LP}}$?) es la finalidad.

Hugh MacColl

MacColl fue un lógico, matemático y literato escoses de ideas excepcionales que tuvo escasa trascendencia dentro del área lógica de su tiempo, e inclusive después de su muerte. Shahid Rahman y Juan Redmon ilustran la situación:

[6]«Las raíces de la lógica polivalente se encuentran en la discusión de Aristóteles (siglo IV a. C.) acerca de los futuros contingentes y la famosa batalla naval del día siguiente. Ideas similares pueden ser encontradas en la filosofía medieval, en Duns Escoto, Guillermo de Ockham y Pedro de Rivo». Traducción de la autora.

[7]«Podría haber habido lógicas no Aristotélicas con principios diferentes de las familiares leyes de contradicción y tercio excluso (…) Es cierto que sólo podemos discutir otras lógicas en términos de una lógica, pero no es una prueba de que son por lo tanto más irreales que el hecho de que un inglés en una discusión en alemán use el inglés como prueba de que el inglés es la condición *a priori* de comunicación, válida para todos los tiempos y lugares». Traducción de la autora.

> *After his death his work suffered a sad destiny. Contrary to other contemporary logicians such as L. Couturat, G. Frege, W.S. Jevons, J. Venn, G. Peano, C. S. Pierce, B. Russell and E. Schröder, who knew MacColl's work, his contributions seem to have received neither the acknowledgement nor the systematic study they certainly deserve. Moreover, many of his ideas were attributed to his successors* (533)[8]

Actualmente MacColl ha adquirido la importancia que en su momento le fue negada; evidencia de ello, es que en la actualidad se le considera una figura importante del *pluralismo lógico** y la lógica modal.

La causa mayor de que MacColl no tuviera impacto, es que su propuesta se distanciaba de los dos ideales predominantes de su tiempo: el logicismo y el enfoque de Boole (*i. e.*, considerar a la LC como álgebra) [9]. La distancia con el logicismo se debió a que el sistema lógico propuesto por MacColl trasladaba ambigüedades del lenguaje ordinario al lenguaje formal, mientras que la distancia con la postura de Boole se debe a que su cálculo admitió una interpretación proposicional y de clases, lo que quiere decir, que las proposiciones tienen contenido y no sólo son combinaciones de fórmulas, además de que se pueden agrupar con base en dicho contenido. Desvincularse de las posturas predominantes fue el motivo que le valió la exclusión del círculo intelectual: al no delimitar de manera tajante la línea entre lenguaje ordinario y lenguaje formal (empresa que la mayoría de los lógicos trataba de llevar a cabo), ni considerar a su sistema como meramente algebraico, se quedó en un intersticio que lo aisló de las posturas de su tiempo.

---

[8]«Después de su muerte su trabajo sufrió un destino triste. Contrario a otros lógicos contemporáneos como L. Couturat, G. Frege, W. S. Jevons, J. Venn, G. Peano, C. S. Peirce, B. Russell, y E. Schröder, que conocían el trabajo de MacColl, sus contribuciones no recibieron el reconocimiento ni el estudio sistemático que ciertamente merecen. Además, muchas de sus ideas fueron atribuidas a sus sucesores». Traducción de la autora.

[9] El logicismo se basaba en argumentar a favor del perfeccionamiento de la LC para encontrar el fundamento de las matemáticas, mientras que la postura de Boole consistía en considerar a la LC al nivel del álgebra, por lo cual era un símil y no un fundamento.

MacColl es considerado un antecedente de la $\widehat{\text{LP}}$ debido a su clasificación semántica de enunciados. En su proyecto se descubre un modo diferente de ordenar, ya que, derivado de una concepción singular del lenguaje, introduce un tercer valor a la par de los dos valores de verdad provenientes de la LC; MacColl trató de ampliar el margen expresivo.

Clasificación semántica de los valores: certero (necesario), imposible y variable (contingente)

En *Symbolic Logic and its Applications* [Lógica simbólica y sus aplicaciones], MacColl aseveró que su sistema proposicional presentaba dos principios que lo distinguían de los demás:

> *[The first principle is] that there is nothing sacred or eternal about symbols; that all symbolic conventions may be altered when convenience requires or in order to adapt them to new conditions, or to new classes of problems [The second is that] the complete statement or proposition is the real unit of all reasoning* (1-2)[10].

De este par de premisas se colige su pensamiento. Para MacColl el lenguaje ordinario es un lenguaje artificial, un producto de la cultura en el que los símbolos son sus códigos. Al pensar al lenguaje ordinario como un lenguaje artificial, se obtiene que ambos son productos de la cultura y, por ende, susceptibles de cambios culturales (aquí descansan las críticas logicistas: introducir un factor cultural se contrapone a la idea de *crear* o *encontrar* principios). Por consiguiente, las proposiciones, elemento sustancial de su sistema, también son susceptibles a los cambios, en tanto que no conservan el rigor formal.

Para las proposiciones MacColl propone una clasificación semántica singular que cuenta con tres niveles: certero (necesario), imposible y variable (contingente). Certero

[10] «[El primero es que] no hay nada sagrado o eterno en los símbolos; todas las convenciones simbólicas pueden alterarse cuando la conveniencia lo requiera, con el fin de adaptarlas a condiciones nuevas, o a nuevas clases de problemas… [Y el segundo es que] el enunciado o proposición completa es la *unidad* real de todo razonamiento». La traducción es de la autora.

significa que algo es verdadero para todas las partes de una proposición; imposible que es falso para todas los partes de una proposición; y variable que algo no es ni certero ni imposible respecto a las partes de una proposición. Para ilustrar cómo actúan sus valores semánticos, MacColl utilizó los siguientes ejemplos:

i. 2=2
ii. 2=3
iii. X=2

Donde i es certera, ii es imposible y iii es contingente.

La poca recepción del trabajo de MacColl se vio expresada en fuertes críticas, tal es el caso del joven Russell, quien manifestó que en realidad MacColl no supo distinguir entre las proposiciones que pueden ser verdaderas o falsas y aquellas expresiones que tuvieran alguna variable real, *i. e.*, las contingentes. Russell atribuyó la perspectiva de MacColl a su definición de las expresiones verbales y su difuso significado que lo llevó a trasladar características del lenguaje ordinario que no son deseadas en el lenguaje lógico formal. Las «ambigüedades» o «defectos» hicieron que la atención se centrara en el significado de las oraciones, más que en su estructura, su forma; por esta razón, durante mucho tiempo el trabajo de MacColl fue considerado deficiente.

Charles S. Peirce

Peirce fue un lógico y matemático estadounidense reconocido por varios motivos: sus aportaciones al pragmatismo, a la semiótica moderna y por ser considerado creador de las tablas de verdad de la LC (de esto comparte el crédito con Frege) y las tablas trivalentes. A causa de esta última creación es reconocido como un antecesor de la $\widehat{LP}$.

El pensamiento de Peirce sobre la idea de un tercer *valor* fue previo a la creación de su tabla trivalente. El 26 de febrero de 1909 le confiesa a su amigo y colega (también considerado un antecesor del pragmatismo) William James, que considera un defecto grave que los campos del pensamiento mantengan una postura bivalente; y por postura bivalente entiende una estructura que sólo posee los polos de verdadero y falso, y que, además, no se cuestiona la existencia de algún intermedio, no se pregunta por el límite entre un valor y el otro.

Por ello, Peirce cuestiona la estructura de la LC; y es que para él la posibilidad de un intermedio no es una idea que busca oponerse a la LC, sino un agregado que, en potencia, puede enriquecerla. Fiel a su creencia, fabricó tablas de verdad trivalentes que incluyeran ese límite como valor intermedio.

La tabla de verdad trivalente de Peirce se puede observar en el artículo *Peirce's Triadic Logic* [La lógica triádica de Peirce] de Max Fisch y Atwell Turquette, dado que en él se reproducen tres cuartillas de sus cuadernos de lógica. En esas hojas podemos observar que asigna un símbolo para cada valor: «V», «L» y «F». «V» está asociado, asimismo, con 1, y con «verdadero»; «L» está afiliado con ½ e «indeterminado» o «desconocido»; y «F» está asociado con 0 y «falso». Peirce define operadores unarios y binarios teniendo como base los tres valores. Como unario se encuentra la negación (¬) y como binario introdujo el operador Z.

La lógica trivalente de Peirce puede ser pensada como una ampliación de la LC, prueba de esto es el desarrollo de sus operadores y la semejanza que guardan con los conectivos de la LC. Para demostrarlo, a continuación se desarrollarán las tablas de verdad de la lógica trivalente de Peirce en comparación con las tablas de verdad de la LC. Nótese que, debido a que Peirce no establece a qué se refieren los *valores* de su sistema, y para distinguirlos de las proposiciones a las que la LC refiere, cuando se trabaje con las tablas de Peirce se utilizarán letras del alfabeto griego, mientras que en el caso de la LC se utilizarán letras del alfabeto latino (tal como se indicó que sucedería en la *Introducción*).

Negación

La tabla de la negación que introduce Peirce es la siguiente:

α	¬α
V	F
L	L
F	V

La negación en la LC se define del siguiente modo:

p	¬ p
V	F

Operador binario Z

La tabla de verdad del operador binario Z que introduce Peirce es la siguiente:

α	β	Z (αβ)
V	V	V
V	L	L
V	F	F
L	V	L
L	L	L
L	F	F
F	V	F
F	L	F
F	F	F

La tabla del operador binario Z guarda semejanza con la conjunción de la LC. Esto es más claro si se observa la tabla de verdad de la conjunción:

p	q	p ^ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Pese a que el bosquejo de Peirce es simple, aboga por la postura que éste mantiene, pues fácilmente se puede ver a su lógica trivalente como una extensión y no como una oposición a la LC.

Cabe señalar que Peirce y MacColl mantuvieron correspondencia durante varios años; pero, aunque este par de autores mantuvieron una relación donde uno conocía el trabajo e inquietudes del otro, nunca realizaron una colaboración en la que trabajaran) en el tema. Inclusive sus trabajos acerca de la $\widehat{\mathrm{LP}}$ pasaron desapercibidos por quienes obtuvieron el crédito de haber creado los primero SPs. En el caso de Peirce, fue hasta 1966 que se empezaron a trabajar sus escritos póstumos, mismos que lo posicionarían como un antecesor de la $\widehat{\mathrm{LP}}$.

Nikolái A. Vasíliev

Vasíliev fue un lógico y poeta ruso cuyas aportaciones al campo lógico fueron múltiples: para algunos autores es el fundador de las LNCs y, en especial, de la lógica *paraconsistente**, además de que desarrolló el boceto de un sistema novedoso de lógica intencional.

La razón de que Vasíliev sea considerado un antecedente de la $\widehat{\mathrm{LP}}$ se puede representar muy bien a través de una analogía respecto a las geometrías no euclidianas, pues «N. A. Vasiliev (1880-1940) presenta sus investigaciones como el intento de hacer con la lógica de Aristóteles lo que su colega en la Universidad de Kazan, N. Lobatchevski había hecho con la Geometría de Euclides» (Lombraña, *Lógica polivalente*, 94). Dicho en otras palabras, Vasíliev se propone revisar qué principios de la LC pueden ser modificados u omitidos sin restricción alguna, con este objetivo, pone en marcha su empresa.

Para el lógico ruso, la LC refiere al mundo real y consiste en *«(1) a fixed, unalterable body of metalogical principles, together with (2) a (potentially changeable) group of logical laws* *which have an ontological basis, being dependent upon the properties of known objects*» (Rescher 6)[11]. Partiendo de esa concepción de la LC, Vasíliev puso en marcha un tipo de lógica *no-aristotélica*, a la que también llamó *lógica imaginaria*, que tuvo como base investigar principios que no eran tomados en cuenta por la LC. La premisa de una lógica imaginaria, en contraste con lo que él consideraba una «lógica real», le dio la pauta para agregar un estatus diferente a las proposiciones,

> *Thus Vasilev hypothesized a world where some objects have the predicate A, others its negation predicate non-A, and still others which simultaneously have bot A and non-A. In the logic of this imaginary world the status of proposition may be affirmative or negative or indifferent corresponding to the three "forms of judgment", viz. the simple affirmation "S is P" (or: O has A), the simple negation "S is not-P" (or: O has not-A), and the combined affirmation and negation, the indifferent judgment "S is both P and not-P" (or O has both A and not-A). In such a world, unlike ours, the possession of not- A does not entail the absence of A (for then the Law of Selfcontradiction would be violated at the metalogical level)* (Rescher 6)[12].

La lógica imaginaria de Vasíliev concluye en un prototipo de un SP que designa, no un valor intermedio como suelen hacer los prototipos de un SP de tres valores, sino que se aventura a introducir una contradicción como tercer valor.

Acerca de la im/posibilidad de formalizar futuros contingentes

A lo largo de la historia, los enunciados que señalan futuros contingentes han sido un foco de atención constante en varias áreas de la filosofía debido a las implicaciones que

[11] «(1) un cuerpo fijo e inalterable de principios metalógicos, junto con (2) un (potencialmente cambiante) grupo de leyes lógicas que tienen una base *ontológica*, dependientes de las propiedades de los objetos conocidos». Traducción de la autora.

[12] «Así Vasíliev creó un mundo hipotético donde algunos objetos tienen el predicado A, otros la negación de su predicado no-A, y otros que simultáneamente tienen ambos, A y no-A. En la lógica de su mundo imaginario el estatus de una proposición puede ser *afirmativa*, *negativa*, o *indiferente* correspondiendo con las tres «formas del juicio», a saber, la *simple afirmación* «S es P» (o: O tiene A), la negación simple «S no es P» (o: O tiene no-A) y la *combinada afirmación* «S es P y no-P» (o: O tiene ambas A y no-A). En un mundo así, a diferencia del nuestro, la posesión de no-A no implica la ausencia de A (porque entonces la ley de autocontradicción sería violada a un nivel metalógico)». Traducción de la autora.

poseen. Un ejemplo de este tipo de enunciados es: «En el año 2100 no habrá seres humanos en el actual territorio mexicano», ya que señala un futuro del que no se sabe con certeza si ocurrirá o no.

En el marco de la LC, un enunciado como el referido sólo tiene dos posibilidades respecto a qué valor de verdad puede tener: puede ser verdadero o puede ser falso. Sin embargo, dada la conformación del enunciado, esas dos opciones conllevan implicaciones que se encuentran relacionadas con el determinismo; ya sea que se asuma como verdadero o como falso, se está dando (necesariamente) una postura respecto a un suceso que aún no tiene lugar, se está dando por determinado un estado futuro de cosas.

Este problema filosófico que tiene presente la relación entre el pensamiento y los estados futuros de cosas se considera un antecedente de la $\widehat{\mathrm{LP}}$, porque la opción de introducir otro valor que no necesariamente se comprometa con un estado futuro de cosas sería de gran ayuda para romper el vínculo con el determinismo. En un SP de tres valores, a los enunciados con futuros contingentes podría catalogárseles como *incognoscibles* o, simplemente como su nombre indica, *contingentes*.

En la siguiente sección se mostrará, de manera más detallada, la relación entre los enunciados de futuros contingentes y la postura determinista. La exposición se apoyará en el trabajo de Łukasiewicz al respecto de esta cuestión. Asimismo, se abordará la respuesta que ofrece la $\widehat{\mathrm{LP}}$ ante este problema.

Acerca de los enunciados sobre futuros contingentes y el determinismo

En la siguiente cita se plasma, a manera de ilustración, la concepción del determinismo según Łukasiewicz:

> El determinista contempla los eventos que tienen lugar en el mundo como si fueran un drama rodado en una película producido por algún estudio cinematográfico del universo. Nos encontramos en plena realización y no conocemos el final, aunque cada uno de nosotros es no sólo un espectador,

> sino también un actor del drama. Pero [ellos creen que] el final está ahí, [que] existe desde el comienzo de la realización, porque la imagen entera está completa desde la eternidad. En ella todas nuestras cualidades, todas las aventuras y vicisitudes de nuestra vida, todas nuestras decisiones y actos tanto buenos como malos, están fijados por anticipado. Incluso en el momento de nuestra muerte, la de ustedes y la mía, está establecido de antemano. Sólo somos títeres del drama del universo. No nos queda sino contemplar el espectáculo y esperar pacientemente su final (*Sob. det.*, 22-23)

En su crítica sobre la postura determinista Łukasiewicz señala que ésta se encuentra conformada por el supuesto bivalente y el principio de causalidad estoico. Los enunciados que hablan sobre sucesos pasados pensados desde una perspectiva determinista no presentan problema alguno, pues un enunciado del tipo:

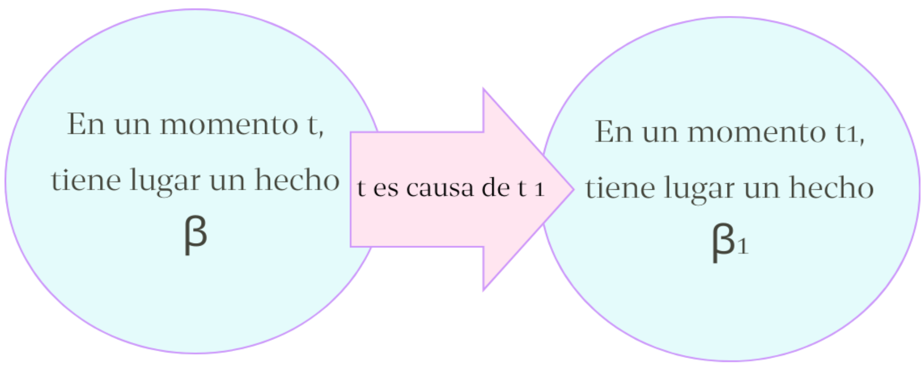
1) Manuel bebió café ayer

No causa mayor conflicto, ya que se puede verificar; bastaría con corroborar si es cierto que bebió café o no. No obstante, eso no ocurre con los enunciados que contienen futuros contingentes. Pensémoslo a partir del siguiente enunciado:

2) Manuel beberá café mañana

Es probable que ante un enunciado de este tipo dudemos sobre cuál es el valor que debemos asignarle. El motivo es obvio: ¿cómo saber qué sucederá mañana? Un determinista podría argumentar que el hecho de que mañana Manuel beba café, o no, se encuentra ya predeterminado. Un determinista, según Łukasiewicz, considera que un enunciado como 2) sucede o no sucede (*i. e.*, lo piensa desde un marco bivalente), pero sin importar cuál alternativa elija, lo que va a suceder, no puede ser de otro modo. Este argumento acentúa la idea de que los hechos están predeterminados; así, en lugar de plantearse los límites que ofrece la posible verdad o falsedad del enunciado, restringen la manera de pensarlo: limitan las opciones sobre los valores de verdad que puede adquirir.

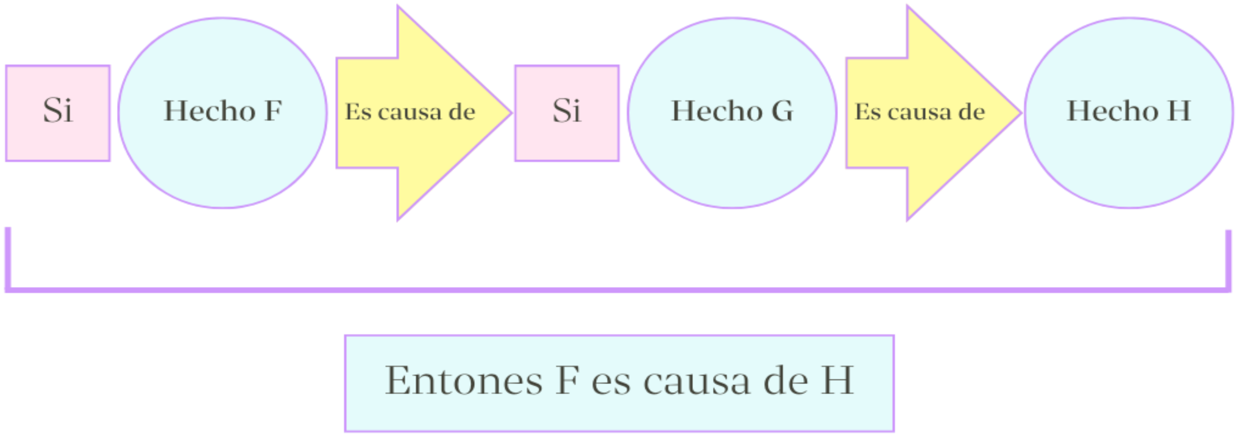
Łukasiewicz asegura que el determinismo se expresa como «la creencia de que si A es *b* en el instante *t* es verdad en cualquier instante anterior a *t* que *A* es *b* en el instante de *t*» (*Sob. det.*, 22). Derivado de esta expresión se puede pensar el principio de causalidad estoico, del que se dice lo siguiente: si un hecho β tiene lugar en un instante *t* y en un instante siguiente, *i. e.*, un instante *t1* tenemos $\beta 1$, entonces podemos afirmar que el hecho β es antecedente de $\beta 1$. Así $\beta 1$ implica β. El siguiente esquema representa lo dicho anteriormente:



Esquema 1. Principio de causalidad estoico

Si en determinado momento *t* tiene lugar el hecho β y en *t*1 tiene lugar el hecho β1, entonces β es antecedente de $\beta 1$, pues «Todo hecho se produce en alguna parte en algún momento» (*Sob. det.*, 26); en esta constelación de ideas, no hay un hecho que no presuponga un acontecimiento que le antecede.

Del mismo modo, se puede decir que la relación causal es transitiva, lo que significa que «para cualesquiera hechos, F, G y H, si F es la causa de G y G es la causa de H, entonces F es la causa de H» (*Sob. det*, 26). De manera análoga, «[a]sí como la conclusión es verdadera siempre y cuando sus premisas sean verdaderas, así también, de manera similar, el efecto tiene que producirse siempre y cuando exista su causa. Nada sucede sin causa» (*Sob. det*, 26). Con el siguiente esquema se aclaran las cosas:



Esquema 2 Relación causal transitiva estoica.

Los hechos están ordenados de manera que no existen saltos, ni vacíos. La relación entre la postura determinista y el principio de causalidad en el área lógica está motivada por una perspectiva que intenta salvaguardar la verdad o falsedad de las proposiciones con futuros contingentes. Siendo así, la verdad o falsedad de estos ya se encuentra preestablecida.

Es cierto que a veces actuamos tomando en cuenta que un hecho antecede a otro, y por eso es posible articular una suerte de cálculo para intentar determinar qué pasará después; *e. g.*, respecto a (2) podría decirse algo como «si Manuel se alista temprano, entonces tendrá tiempo de tomar café» o «si se duerme temprano, mañana no se le hará tarde». No obstante, el apelar a este tipo de cálculos no implica fidelidad a la postura determinista, ya que la especulación no conlleva que (2) tenga que ser necesariamente verdadero o falso.

En conclusión, el marco bivalente de la LC implica matices deterministas respecto a los enunciados con futuros contingentes. Esto no quiere decir que alguien que sea determinista pueda decirnos con certeza el valor de (2) (pese a que ese alguien creyera que sí), puesto que no podría hacerlo nunca; más bien, se trata de que alguien determinista, guiado por sus creencias, no podría ofrecer una posibilidad distinta de los valores de verdad bivalentes para (2).

En busca de un contraargumento: sobre el no determinismo en los enunciados de futuros contingentes

En esta postura se enuncia, nuevamente, a Aristóteles, puesto que en el *Libro IX* de *Sobre la interpretación* dedica un apartado a pensar la oposición de enunciados que contienen futuros contingentes. De dicho apartado se retomó el famoso enunciado para estudiar estos casos, el cual versa: «mañana habrá o no habrá una batalla naval» (19a 30). A grandes rasgos, la postura de Aristóteles se deja entrever en el siguiente fragmento:

> En efecto, nada impide que uno diga para dentro de diez mil años que habrá esto y que otro diga que no, de modo que necesariamente será cualquiera de las dos cosas que en aquel momento era verdad decir ‹que sería›. Pero, desde luego, eso no difiere de si algunos dijeron o no la contradicción, pues es evidente que las cosas reales se comportan así aunque no ‹haya› quien afirme ni quien niegue; en efecto, "las cosas" o serán o no serán no por afirmarlas o negarlas, ni dentro de diez mil años más que dentro de cualquier otro tiempo (*Sob. int.*, 18b 35)

En esta cita Aristóteles señala que no existe un ser humano capaz de predecir el futuro, ya que no sucede que las palabras se conviertan en hechos tan sólo por proferirse; los hechos suceden independientemente de que alguien los enuncie. Sin embargo, en la cita se puede observar que, pese a que crea que hay una imposibilidad de predecir los sucesos futuros, éstos necesariamente se darán dentro del marco bivalente. Por ello, Aristóteles no se desmarca por completo de la bivalencia de la LC (al contrario, hasta la considera necesaria), pero abre el camino para pensarla desde una postura no determinista, y desde ahí surgen nuevas posibilidades. Una de ellas es no considerar a los enunciados que contengan futuros contingentes como verdaderos o falsos, sino que se presenten bajo un tercer valor tan indeterminado como ellos.

Las paradojas autorreferenciales

La LC ha tratado de depurar su relación con el lenguaje ordinario a través del lenguaje proposicional, con el objetivo de evitar en la mayor medida posible las ambigüedades; sin embargo, pareciera que la forma misma del lenguaje, ya sea ordinario o formal, no lo permite: los enunciados contingentes, antes abordados, son un ejemplo, y las paradojas autorreferenciales a tratar aquí, son otro.

Las paradojas autorreferenciales resultan atractivas debido a que conllevan dentro de sí el problema acerca de cómo pensar un enunciado que, sin importar si es verdadero o falso, es contradictorio consigo mismo. Con esto ya se va perfilando el porqué de su relación con la $\widehat{\text{LP}}$, pues el problematizar la asignación de valores de la LC, conlleva problematizar la bivalencia que la compone.

La paradoja del mentiroso

La paradoja más famosa de este tipo es la de Epiménides, poeta y filósofo cretense del siglo VI, que afirmó:

«Todos los cretenses son mentirosos»

A sabiendas de que él es cretense, ¿es la afirmación proferida por Epiménides falsa o verdadera? Habrá que analizar con atención el caso. Si se asume que la enunciación es verdadera, entonces se obtiene como resultado que Epiménides, al ser cretense, está mintiendo, por lo cual, el enunciado es falso. Pero, por otra parte, si se asume que la afirmación es falsa, entonces Epiménides no sería un mentiroso, por lo cual, irónica y paradójicamente, el enunciado sería verdadero. De lo paradójico sobreviene la imposibilidad de una asignación de valores adecuada, en donde no se ponga en duda la relación entre el valor de verdad y el contenido.

La paradoja de Epiménides no es, en realidad, una paradoja en sentido estricto, pues existe al menos un caso en el que ésta no se cumple: ya que, de que el enunciado «Todos los cretenses son mentirosos» sea falso, se sigue que «Hay al menos un cretense que no es mentiroso»; por lo cual, el hecho de ser cretense y decir la verdad no representa una contradicción en todos los casos. Es por este motivo que la paradoja de Epiménides ha sido catalogada dentro de las llamadas paradojas falsídicas. Sin embargo, pese a no tratarse de una paradoja autorreferencial estricta, enunciados de este tipo visibilizan la existencia de casos en los que la estructura bivalente de la LC flaquea o, cuando menos, flaquea parcialmente. Y es que se trata de un enunciado que, en teoría sí podría entrar en el campo de las proposiciones a las cuales se les otorga un tratamiento lógico, pero el tratamiento lógico de la LC resulta, desde esta perspectiva, inadecuado.

La paradoja de Russell

En materia de lógica matemática hay que resaltar la paradoja de Russell. Para contextualizar es necesario volver de nueva cuenta sobre el proyecto de Frege con relación a las matemáticas. En *Las leyes fundamentales de la aritmética*, Frege ofrecía un conjunto de leyes que, en palabras de Agustín Rayo, era el equivalente a una lógica de segundo orden más una teoría de *extensiones**, por lo que se puede percibir como un prototipo de la teoría de conjuntos. Dentro de esa propuesta hay leyes que aún siguen vigentes, pero no todas lo están. De entre las que escapan, hay una que fue la causante de lo que conocemos como la paradoja de Russell.

En la carta que Russell dirigió a Frege se realizó una de las observaciones más relevantes para la teoría informal de conjuntos que en ese momento se estaba gestando, ya que evidenció inconsistencias en uno de los elementos centrales de la misma: se trata de la ley fundamental V. La objeción por parte de Russell fue la siguiente:

> Usted afirma que una función también podría constituir el elemento indefinido. Eso mismo creía yo antes, pero ahora me parece dudoso a causa de la siguiente contradicción: Sea *w* el predicado de ser un predicado que no se puede predicar de sí mismo. ¿Se puede predicar *w* de sí mismo? De cada una de las respuestas se sigue su contradictoria. Por lo tanto, tenemos que concluir que *w* no es un predicado. De la misma manera, no hay ninguna clase (como un todo) de las clases que, como todos, no son miembros de sí mismas. De esto concluyo que, bajo determinadas circunstancias, un conjunto definible no conforma un todo (Russell, *Cart. Russ.-Freg.*, 575-576)

Al ser notificado sobre la paradoja, Frege agregó el descubrimiento a su *Apéndice* del segundo volumen de *Las leyes fundamentales de la aritmética*, donde explicó la contradicción de manera más clara:

> Nadie querrá afirmar de la clase de los seres humanos que ella misma es un ser humano. Tenemos aquí una clase que no pertenece a sí misma. Digo que algo pertenece a una clase, cuando cae bajo el concepto cuya extensión es justamente esa clase. Fijemos ahora nuestra atención en el siguiente concepto: clase que no pertenece a sí misma. La extensión de este concepto, en caso de que se pueda hablar de ella, es, así, la clase de las clases que no pertenecen a sí mismas. Llamémosla K para abreviar. Preguntemos ahora si la clase K pertenece a sí misma. Supongamos primero que sí. Si algo pertenece a una clase entonces cae bajo el concepto cuya extensión es esa clase. Por consiguiente, si nuestra clase pertenece a sí misma, tenemos entonces que es una clase que no pertenece a sí misma. Nuestra primer suposición nos ha llevado, pues, a una contradicción. Supongamos que, por el contrario, nuestra clase K no pertenece a sí misma. En el caso, cae bajo el concepto cuya extensión es ella misma, y por tanto pertenece a sí misma. Hallamos aquí otra vez una contradicción (554).

La paradoja tiene por base una definición informal de conjunto, y es que todo conjunto se define a través de una propiedad, a la vez que toda propiedad define un conjunto. Para ilustrar se puede pensar en los números primos, dado que se componen por todos los números naturales que poseen la propiedad de ser divisibles únicamente por sí mismo y por uno.

En este punto no hay restricción sobre las propiedades que pueden definir un conjunto. Siendo así, es posible para Russell introducir la idea de un conjunto formado por todos los conjuntos que no se pertenecen a sí mismos. Dicho conjunto conduce a una contradicción y se encuentra señalado en su carta a Frege: «Siendo w un predicado de los predicados que no se pueden predicar de sí mismos. ¿Se puede predicar w de sí mismo?» (575-576). Reformulando, suponiendo que existe un conjunto que contiene a los conjuntos que no se pertenecen a sí mismos ¿este conjunto se pertenece a sí mismo? A continuación se presenta la misma expresión formalizada desde la notación de Cantor:

$$\forall x \quad \{ x \in K \leftrightarrow x \notin x \}$$

Que se lee: cualquier conjunto dado es elemento de *K* si y sólo si x no es elemento de sí mismo. Dado que por hipótesis *K* es un conjunto, se puede sustituir x por *K* en la ecuación anterior, lo que arroja:

$$K \in K \leftrightarrow K \notin K$$

Lo cual quiere decir que *K* es un elemento de *K* si y sólo si *K* no se pertenece a sí mismo; he aquí una paradoja autorreferencial formulada en lenguaje lógico formal.

Las paradojas autorreferenciales y la $\widehat{\mathbf{LP}}$

Hasta el momento se han presentado dos ejemplos de paradojas autorreferenciales: la primera es la de Epiménides y la segunda es la de Russell. En ambos casos se presenta una situación que conflictúa la posible asignación de valores de verdad dentro del margen de la LC, puesto que, sin importar si se elige verdadero o falso, se obtiene una contradicción.

Es cierto que se han dado varias respuestas con miras a su resolución. No obstante, continúa siendo una situación conflictiva, ya que, cuando el contenido de la proposición es una referencia al sujeto que la enuncia su verdad depende no sólo de esa articulación lingüística sino de la articulación del mundo: de un estado de cosas o de una definición. No sólo es Epiménides el que asevera, sino el sujeto que actúa de una manera que pueda predicarse, o no, como mentiroso. Lo mismo ocurre con la paradoja de Russell, sólo que en ese caso no depende de un estado de cosas material, sino de un orden conceptual; un concepto que refiere a sí mismo y que arroja una contradicción.

Los conflictos que causan las paradojas autorreferenciales se han considerado como antecedentes de la $\widehat{\mathrm{LP}}$, debido a que su formulación representa un problema con el supuesto bivalente de la LC, y su estudio incita la idea de introducir más *valores*. Las paradojas semánticas son un parteaguas que genera duda y que sirve para replantear los supuestos de la LC desde su conformación más elemental. Frege es una muestra de que esa duda es profunda y que, si no se le encuentra respuesta, puede derrumbar las construcciones más grandes:

> ¿Qué debemos hacer ante esta situación? ¿Debemos acaso suponer que la ley del tercio excluso no vale para las clases? ¿O debemos suponer que hay casos en los que a un concepto inapelable no le corresponde clase alguna como su extensión? En el primer caso, nos vemos compelidos a negar por completo el carácter de clase a los objetos, pues si las clases fuesen propiamente objetos, la ley del tercio excluso tendría que valer para ellas (Frege, *Ley. fund. aritm.*, 554)

Para Frege, en un primer momento, le es más viable negar a los objetos el carácter de clase, que poner en duda el principio del tercio excluso. Esto demuestra la dificultad[13] para abandonar la configuración del sistema de la LC.

[13] La dificultad radica en que, si se niega el carácter de clase, entonces estas podrían ser considerados objetos impropios, y al ocurrir esto, las clases no podrían figurar como argumentos de ninguna función de primer nivel. No obstante, hay funciones que pueden tener como argumentos objetos propios e impropios, tal como la relación de identidad. Frege menciona como posibilidad la existencia de introducir dos tipos de identidad: una que refiera a objetos propios y otra que refiera a objetos impropios; empero, inmediatamente descarta esta opción debido a que la identidad «es dada de un modo tan determinado que resulta inconcebible que pueda haber varios tipos de ella» (Frege, *Ley. fund. aritm.*, 555). Asimismo, se encuentra la dificultad para crear un sistema que determine qué argumentos son aceptables para ciertas funciones. Otro motivo por el cual es conflictivo el negar a los objetos el carácter de clase, es que carecerían de referencia y sólo podrían ser considerados pseudonombres; la referencia únicamente sería dada en tanto que se consideran parte de un todo. Esto ocasionaría que los números no sean admitidos en tanto individuales (Frege explica que, por ejemplo, el «2» sólo sería explicado con base en su ocurrencia en otros signos, pero no por sí mismo), por lo cual, la generalidad de las proposiciones aritméticas se perdería.

La $\widehat{\mathrm{LP}}$ es una alternativa, una postura que intenta responder a estos conflictos a través de una disección del supuesto bivalente. En este sentido, la perspectiva de la $\widehat{\mathrm{LP}}$ invertiría el carácter prescriptivista de algunas corrientes que defienden a la LC como sistema único, para abogar por un carácter descriptivista; ya no se trata de que las teorías, los pensamientos y el mundo encajen dentro de un margen, sino de crear un margen que se acomode al mundo.

Mecánica cuántica y SPs

A principios del siglo XX emergió la mecánica cuántica, una de las ramas más recientes de la física y uno de los sucesos científicos más importantes de los últimos tiempos. La mecánica cuántica causó (y sería inviable refutar que continúa causando) un gran impacto debido a que agitó la concepción física del mundo provista por las teorías creadas desde la mecánica clásica (tal como la contemporánea teoría de la relatividad). La diferencia entre ambas es que, mientras la mecánica clásica se ocupó en su mayoría de objetos observables a simple vista, *i.e.* de objetos macro, la mecánica cuántica se enfocó en un nivel nunca alcanzado con anterioridad en el reino de lo atómico y subatómico donde, para sorpresa de los físicos de la época, los objetos de estudio se comportaban muy distinto de lo esperado. De esta disconformidad se dedujo que no era posible que ambos reinos compartieran las mismas (o cuando menos semejantes) leyes; se hizo notorio el imponente cometido de conjeturar nuevas teorías.

En la obligada labor de figurarse novedosas teorías, novedosas concepciones físicas, hubo algunos matemáticos, lógicos, filósofos y físicos que apostaron a favor de la elaboración de un SP de tres valores para comprender ese reciente dominio del mundo. A continuación, se presentará un bosquejo general de la mecánica cuántica con la intención de proveer un modesto contexto que ayudará a comprender la parte ulterior, que es donde se abordará una de esas apuestas.

Breve panorama de la mecánica cuántica

En la mecánica clásica se creía que la energía se trasmitía de forma continua y con base en ese supuesto se podía predecir el espacio y el momento que ocuparía. Sin embargo, Planck (en lo que Guillermo García Alcaine, en su artículo *Einstein y la mecánica cuántica*, llamó un acto desesperado, ya que su deseo en realidad era responder a la teoría de Lord Rayleigh y sir James, sugirió que un objeto caliente irradiaba energía infinitamente) propuso un método de medición basado en pequeñas cargas a las que denominó *cuantos*; al tratarse de unidades mínimas se apartaba de la otrora idea de continuidad. Escasos años más tarde, Einstein concretaría la propuesta, ya que dio el paso a considerarla, no sólo un método de medición como su colega, sino como un fenómeno físico. De este modo, la concepción de la energía continua fue suplantada por cantidades discretas y emergió seriamente la mecánica cuántica.

Los cuantos presentan la dualidad partícula-onda, lo que quiere decir, que en algunas ocasiones se comportan como partícula y en otras como onda; se comportan como partícula cuando son aislados y se comportan como onda cuando están en movimiento. Los cuantos poseen dos cualidades no conjuntas (no aisladas y únicamente relacionadas por la letra «y»), sino como insólita unidad demostrable; de allí el conflicto. En el experimento de la doble rendija, denominado el más bello de la física según la sugerencia de la revista *Physics World* (vol. 15, 2002), se ilustra con vasto detalle ese comportamiento dual.

El experimento de la doble rendija inició como un experimento imaginario que posteriormente sería realizado en varias ocasiones. Esta vez se referirá al ejecutado por un grupo de investigadores japoneses integrado por A. Tonomura, J. Endo, T. Matsuda T. Kawasaki y H. Ezawa en 1989, y cuyo minucioso reporte se puede consultar en el artículo *Demonstration of single-electron buildup of an interference pattern*. El experimento consiste, a grandes rasgos, en arrojar electrones hacia un muro donde hay dos rendijas y detectar la trayectoria que toman mediante una pantalla después de atravesar por alguna de ellas; la maqueta del experimento corresponde a la imagen (1) y en la imagen (2) se muestran los concluyentes y fascinantes fotogramas que demuestran la cualidad ondulatoria expresada a través de múltiples agrupaciones definidas.

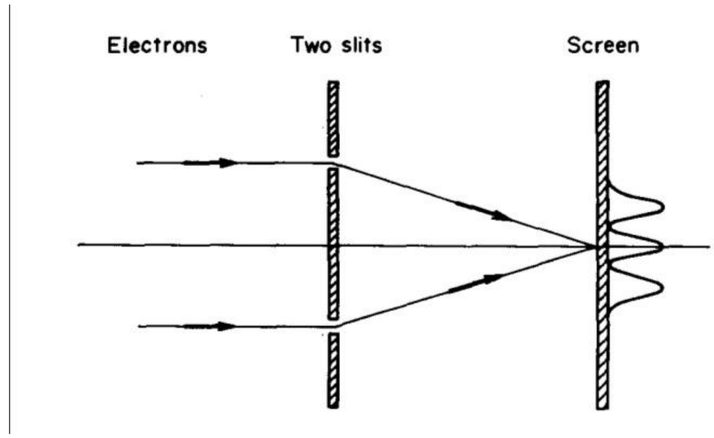


Imagen 1. Maqueta del experimento realizado por el grupo de investigadores japoneses de la compañía Hitachi.

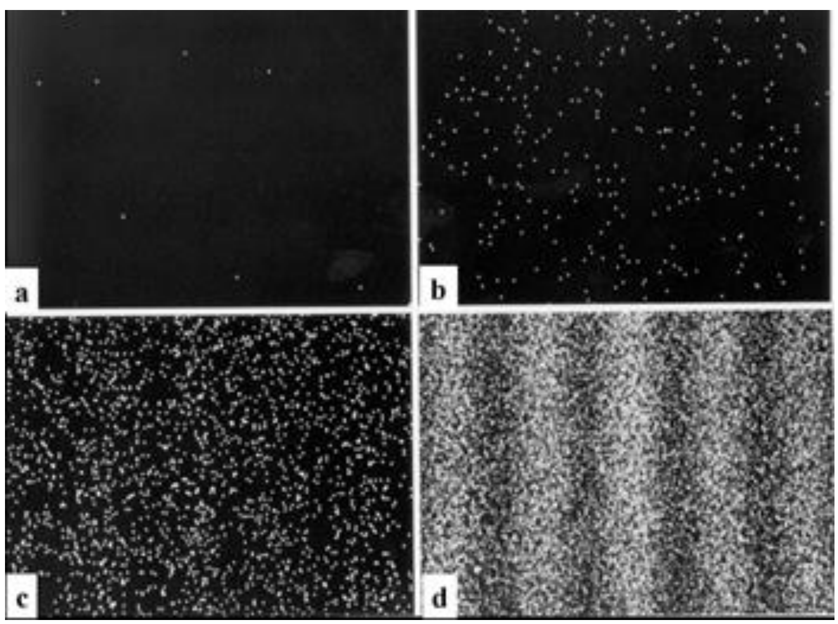


Imagen 2. Fotograma del experimento realizado por investigadores japoneses de la compañía Hitachi.

La conformación dual de los cuantos produjo un irónico resultado: se desarrolló una medición de inevitable variabilidad que, a su vez, resultó sumamente exacta. El principio de incertidumbre de Heisenberg (postulado en 1927) es prueba de ello: establece que «cuanto con mayor precisión se trate de medir la posición de la partícula, con menor exactitud se podrá medir su velocidad, y viceversa» (Hawking 56); y es que

> En general, la mecánica cuántica no predice un único resultado de cada observación. En su lugar, predice un cierto número de resultados posibles y nos da las probabilidades de cada uno de ellos. Es decir, si se realizara la misma medida sobre un gran número de sistemas similares, con las mismas condiciones de partida en cada uno de ellos, se encontraría que el resultado de la medida sería A un cierto número de veces, B otro número diferente de veces, y así sucesivamente. Se podría predecir el número aproximado de veces que se obtendría el resultado A o el B, pero no se podría predecir el resultado especifico de una medida concreta. Así pues, la mecánica cuántica introduce un elemento inevitable de incapacidad de predicción, una aleatoriedad en la ciencia (Hawking 57)

Debido a la novedosa aleatoriedad en la naciente teoría de la mecánica cuántica el sistema de la LC empezó a causar inconvenientes: en este complejo margen no es de gran ayuda el supuesto de bivalencia, no se puede, por ejemplo, deducir una proposición verdadera sobre la posición y de una partícula, derivada de la mera negación de una determinada posición x; es más, ni siquiera es conveniente reducir el espectro de posibilidades a tan sólo dos opciones (y ó x). No es tan sencillo, ni tan intuitivo. La mecánica cuática es un gran suceso que recuerda la extrañeza de la que puede estar compuesta el mundo; una extrañeza que, para ser aprehendida demanda herramientas conceptuales diferentes, pues como bien señaló Reichenbach «(…) *their implications include, in adittion to a transition from causal laws to probability laws, a revision of philosophical ideas about the existence of unobserved objects, even the principles of logic, and reach down to the deepest fundamentals of the theory of knowledge*» (Reichenbach V)[14].

[14] «(…) sus implicaciones incluyen, en adición a las transición de leyes causales a leyes de probabilidad, una revisión de las ideas filosóficas sobre la existencia de objetos no observados, incluso los principios de la lógica, y llegar a los fundamentos más profundos de la teoría del conocimiento». Traducción de la autora

Un SP de tres valores como herramienta teórica para aprehender el fenómeno cuántico

Debido a la complejidad de la teoría y a las implicaciones para la LC, hubo quienes apelaron por la introducción de un SP de tres valores como herramienta que ayudara a reestructurarla. Zygmunt Zawirski, Fritz Zwicky, Paulette Destouches-Février, Hans Reichenbach, Putnam, Carl Friedrich von Weizsäcker y Jaroz L. Pyckaz fueron algunas de ellos. En esta ocasión se retomará el trabajo de Reichenbach para presentar esa posibilidad, en compañía de los comentarios de Putnam.

El objetivo de Reichenbach fue elaborar un SP de tres valores que auxiliara «*To develop a philosophical interpretation of quantum physics which is free from metaphysics, and yet allows us to consider quantum mechanical results as statements about an atomic world as real as the ordinary physical world*» (Reichenbach VII)[15]. Reichenbach distinguió entre el lenguaje observacional, que es el lenguaje referencial, y el lenguaje cuántico. Este último es el que estaría conformado por un SP de tres valores, ya que consideraba que al ampliar la estructura de la LC se podría aprehender un espectro más amplio de premisas que demanda la realidad;

> *It is possible to introduce an intermediate truth value which may be called indeterminacy, and to coordinate this truth value to the group of statements which in the Bohr-Heisenberg interpretation are called meaningless. Several reasons can be adduced for such an interpretation. If an entity which can be measured under certain conditions cannot be measured under other conditions, it appears natural to consider its value under the latter conditions as indeterminate. It is not necessary to cross out statements about this entity from the domain of meaningful statements; all we need is a direction that such statements can be dealt with neither as true nor as false statements. This is achieved with the introduction of a third value of indeterminacy* (Reichenbach 145)[16]

---

[15] «desarrollar una interpretación de la física cuántica que esté libre de la metafísica, y que permita considerar los resultados de la mecánica cuántica como declaraciones sobre un mundo atómico tan real como el mundo físico ordinario». Traducción de la autora.

[16] «Es posible introducir un valor de verdad intermedio que puede ser llamado indeterminación, y coordinar este valor de verdad al grupo de enunciados que en la interpretación Bohr-Heisenberg, son llamados sinsentidos. Varias razones pueden ser aducidas por tal interpretación. Si una entidad que puede

La recepción de la propuesta de Reichenbach tuvo una gran variedad de críticas, hay quienes como Rosser J. Barkley y Atwell R. Turquette creían que se trataba de una propuesta apresurada, ya que, pese a estar de acuerdo con la posibilidad que representan los SPs, el darle una interpretación sin una estricta formalidad lógica les pareció inadecuado. En lo que respecta a la física, no hay un consenso general sobre la calidad de la propuesta, debido a su complejidad y a que es una propuesta reciente. Sin embargo, no está de más mencionar que hubo críticas, que más que críticas son dogmas (en el sentido no grato de la palabra), que descartaban la propuesta por el simple hecho de considerarla una extravagancia; ante ellas Putnam realizó una simpática analogía:

> *And perhaps this is what is meant when it is said that three-valued logic does not constitute a real alternative to the standard variety: it exists as a calculus, and perhaps as a nonstandard way of using logical words, but there is no point to this use. This objection, however, cannot impress anyone who recalls the manner in which non-Euclidean geometries were first regarded as absurd; later as mere mathematical games; and are today accepted as portions of fully interpreted physical hypotheses* (Putnam 76)[17]

Esta perspectiva es bastante interesante, porque recuerda, de nueva cuenta, la dificultad que implica cambiar algún sistema de creencias; y es que quizás el mundo es más complejo e imbricado de lo que se ha creído, y así como en su momento las geometrías no euclídeas generaron eco en otras concepciones del mundo, ahora el eco de la mecánica cuántica conflictúa al área lógica.

ser medida en determinadas condiciones, no puede ser medida en otras, parece natural considerar su valor bajo estas últimas condiciones como indeterminado. No es necesario tachar enunciados sobre esta entidad del dominio de enunciados significativos; todo lo que necesitamos es una dirección en la que cada enunciado pueda ser tratado no como verdadero ni falso. Esto se logra con la introducción del tercer valor indeterminación». Traducción de la autora.

[17] «Y quizás esto es lo que se quiere decir cuando se dice que la lógica de tres valores no constituye una alternativa real para la variedad estandar: existe como un cálculo, y quizá como una manera no estandar de usar palabras lógicas, pero no tiene sentido este uso. Esta objeción, sin embargo, no puede impresionar a nadieque recuerde la manera en que las geometrías no euclideanas fueron consideradas absurdas; después como meros juegos matemáticos; y ahora son aceptadas como porciones de hipótesis físicas plenamente identificadas». Traducción de la autora.

Capítulo III.

Categoría $\widehat{\text{LP}}$

Los capítulos anteriores tuvieron como propósito principal ilustrar el contexto en el que surgió la $\widehat{\text{LP}}$ del modo más nutrido posible y presentar su relación con el área lógico-filosófica; por ello, en el primer capítulo se abordaron algunas nociones que serían retomadas en el transcurso de todo el escrito, mientras que en el segundo se mostraron algunas de las causas que incitaron su desarrollo. Mediante las exposiciones referidas se proveyó al lector de un panorama general; panorama que se detalla en el presente apartado, puesto que aquí se ofrece una clasificación de la $\widehat{\text{LP}}$, al igual que una aproximación a su noción de *valor* a través de un análisis ontológico, así como la presentación de algunos SPs.

Su clasificación

La $\widehat{\text{LP}}$ es una categoría que surge a la par de otras que tienen por objetivo subsanar o alternar algunos inconvenientes que la LC presenta; esta gama de lógicas es lo que se ha llamado LNCs. Las LNCs tienen argumentos singulares sobre su creación o, dicho en otras palabras, cada una presenta motivos y métodos distintos para pensar su relación con la LC[18].

[18] Para esclarecer mejor este tipo de relaciones se puede aludir a otros tipos de LNCs; por ejemplo, la relación de la lógica relevante consiste en puntualizar el sinsentido que pueden implicar algunos principios de la LC, especialmente el principio de explosión, cuyas formulaciones en latín dictan dos cosas diferentes (que por obvias razones no se presentarán como sinónimos): 1) de la falsedad se sigue cualquier cosa, *ex falso quodlibet*; y 2) de la contradicción se sigue cualquier cosa, *x contradictione quodlibet*. La formalización del principio es $p \wedge \neg p \vdash q$, y el conflicto se evidencia cuando se traspasa al lenguaje ordinario: suponiendo que p es «el pasto es verde» y q es «la luna es de queso», la formulación «el pasto es verde y no es cierto que el pasto es verde, por lo tanto, la luna es de queso» es verdadera. Otro ejemplo se observa en la lógica modal, donde se ha agregado un indicador temporal que permite esquivar el supuesto bivalente; puede

Un dato importante sobre las LNCs es que hay varias maneras de pensarlas y, por ende, hay varias formas en las que se pueden clasificar u ordenar: pueden ser *respuestas*, *oposiciones*, *diferencias*, *rivales* (u otros términos dependiendo de la perspectiva) de la LC. Por ejemplo, Haack presenta a la $\widehat{\mathrm{LP}}$ como «rival» de la lógica estándar (entiéndase que, para el caso, la lógica estándar es semejante a lo que aquí se ha presentado como LC). El motivo que guía a Haack para considerarla así, es que la propuesta de la $\widehat{\mathrm{LP}}$ es *incompatible* con el de la estándar, a causa de su relación con el supuesto bivalente, mientras que existen otras lógicas no estándar (entiéndase la variedad de LNCs) que son meras extensiones. De este modo, mientras se considera a la lógica modal como una extensión, dado que sus principios básicos se encuentran sustancialmente en la LC, la $\widehat{\mathrm{LP}}$ es rival, en tanto que modifica u omite el supuesto de bivalencia.

A diferencia de Haack, Siegfried Gottwald cree que la $\widehat{\mathrm{LP}}$ sí puede pensarse como una extensión de la LC y no como su rival o competencia. El motivo de que Gottwald crea esto es que, según él, en los SPs hay una tácita asunción de bivalencia en los *valores* que se encuentran en los límites; *e. g.*, si se cuenta con los valores 1, ½ y 2, el valor 1 y 2 actúan de modo análogo a los valores de verdad verdadero y falso[19]. Por lo cual, el autor concluye que, pese a que existan diferencias, ese par de grados en cada extremo valen como argumento para pensar a la $\widehat{\mathrm{LP}}$ como mera extensión de la LC.

---

que en determinado momento T la proposición p sea verdadera, mientras que en el momento S, p sea falsa; de esta manera, se podría formular que $p \wedge \neg p$ es verdadera, siempre y cuando se señale que cada elemento de la conjunción tiene un indicador temporal distinto (T y S respectivamente). Aunque parece que esta formulación evade el principio de no contradicción, la introducción de los indicadores temporales evita que sea así.

[19] La crítica de Gottwald es, en realidad, bastante intuitiva: muchos autores han propuesto sus SPs manteniendo el rótulo de verdadero y falso con algún valor intermedio (en el capítulo anterior se puede observar este método de clasificación al igual que en las páginas siguientes). Sin embargo, el que lleve el mismo nombre no significa que se refieran a lo mismo; no podrían, porque son estructuras lógicas diferentes.

Quienes leen se habrán percatado de que en este escrito no se utiliza ninguno de los términos mencionados; no se ha llamado a la $\widehat{\mathrm{LP}}$ rival o extensión de la LC, sino *respuesta*. El motivo es que es un término más ventajoso que los anteriores, debido a que carece de los tintes de confrontación que presenta el término «rival», a la vez que permite pensarlo de manera un poco más independiente que el término «extensión». Siendo así, la presentación de la $\widehat{\mathrm{LP}}$ no se limitaría a ser una oposición de la LC y se evitaría caer en la perniciosa idea de que se encuentra en una lucha por posicionarse como el único sistema auténtico; si se pensara de esa forma, se podría omitir a las LNCs, que en potencia pueden resultar útiles en un futuro, e ignorar los usos fructíferos de la LC, lo cual no es el objetivo de este trabajo[20]. La LC y las LNCs pueden coexistir atendiendo casos específicos, sin que ello signifique que tengan que confrontarse entre sí.

Por otra parte, el pensar a la $\widehat{\mathrm{LP}}$ como extensión de la LC se da porque se parte del marco bivalente. Es cierto que los *valores* en los límites de un SP pueden ser pensados de manera análoga a los valores de verdad de la LC y, sin embargo, esa relación no define la totalidad de la propuesta de los SPs; es, en todo caso, una semejanza heredada por la costumbre y probablemente una buena herramienta pedagógica, pues como bien lo señaló Putnam «*Of course, if one is explaining three-valued logic to someone who only uses two-valued logic one will employ a two-valued language as a medium of communication. This is like remarking that one uses French to teach Latin to French schoolboys*» (79)[21]. Tal vez en un futuro los SPs puedan ser pensados desde sí mismos sin la necesidad de recurrir a tales analogías.

[20] Muchas teorías de todo tipo no son tan sólidas como suele creerse y menos aquellas que tienen aspiraciones o son científicas, y no por ello son menos relevantes, y es que como bien lo dijeron Maxwell Bennett, Peter Hacker y John Searle: «La ciencia no es más inmune al error conceptual y a la confusión que cualquier otra empresa intelectual» (22).

[21] «Por supuesto, si alguien está explicando una lógica de tres valores a alguien que únicamente usa una lógica de dos valores podría emplear un lenguaje de dos valores como medio de comunicación. Esto es como señalar que se usa francés para enseñar latín a estudiantes franceses». Traducción de la autora.

Otro argumento de Haack a favor de que la $\widehat{\mathrm{LP}}$ se piense como rival de la LC, consiste en que los creadores de algunos SPs así la presentaron, *i. e.*, como sistemas que compiten y, en el mejor de los casos, sustituyen a la LC. Si bien esto es cierto, no existe ningún compromiso con mantener las posturas de los fundadores; eso, probablemente, nunca sucede, e intentarlo sólo restringiría el alcance de la teoría. Los cambios son inevitables y más con propuestas con un siglo de distancia. Si la presentación de una teoría influye en la perspectiva que se produzca de ella, habrán de tomarse con cuidado los términos que se empleen; en esta ocasión la neutralidad (suponiendo que es posible algo como tal) al presentar la $\widehat{\mathrm{LP}}$, puede ser de gran ayuda.

Sobre la concepción de valores en la $\widehat{\mathrm{LP}}$ y su interpretación general

En varias ocasiones se ha indicado que la diferencia primordial entre la $\widehat{\mathrm{LP}}$ y la LC es que los SPs poseen más *valores* que los valores de verdad bivalentes del sistema clásico. Enseguida se analizará qué quiere decir valor de verdad en ambos casos.

El término *valor de verdad* surge gracias a la lógica matemática; Frege lo introdujo en *Función y concepto* y lo reafirmó en *Sobre sentido y referencia*. Con el tiempo, el término fue obteniendo matices diferentes dado que, «*Depending on their particular use, truth values have been treated as unanalyzed, as defined, as unstructured, or as structured entities*» (Shramko y Heinrich)[22]. En este caso, del amplio espectro de concepciones acerca de los valores de verdad, se retomará el aspecto ontológico. A través de este eje se mostrarán las implicaciones de los valores de verdad en el caso de la LC y en el caso de los SPs. De esta manera, se obtendrá una interpretación general de la categoría de la $\widehat{\mathrm{LP}}$ que, aunque no

[22] «Dependiendo de su uso particular, los valores de verdad han sido tratados como no analizados, como definidos, como no estructurados, o como entidades estructuradas». Traducción de la autora.

es tan rica como la de la LC, tampoco es inexistente como sostienen las críticas (recuérdese la postura de Quine y Haack, mencionadas en un principio).

Valor de verdad

En *Función y concepto*, Frege expone a qué se refiere con el término *función* (la relación entre argumentos), y a qué se refiere con el término *argumento* (objetos generales[23] independientes de las funciones); ambos forman un todo completo. Una función sin argumentos, sin contenido, es incompleta. Pero cuando se satisface tener una función y un argumento, aún *es necesario algo más*. Frege lo expone mediante el siguiente ejemplo:

i. $(-1)^2 = 1$
ii. $0^2 = 1$
iii. $1^2 = 1$
iv. $2^2 = 1$

De esta serie de ecuaciones con la función $x^2 = y$, con los argumentos -1, 0, 1 y 2, sólo i y iii son verdaderas; y ***esa verdad*** *tenía que ser expresada de algún modo*. De no ser así, sólo sería una serie de funciones incapaces de distinguirse entre sí, porque no habría alguna *interpretación* que lo permitiera; no existiría un parámetro que estableciera el orden. ***Esa verdad*** que tenía que ser expresada, Frege la concibe como algo dado, como algo independiente que se *devela* a través del sentido. Esta concepción es el por qué lo relacionan con Platón: *la verdad* propuesta en el mundo de las ideas de Platón es objetiva, y ***la verdad*** en Frege, también. Esa ***verdad*** fregeana es la que permite distinguir a las funciones 1 y 3 de las demás. «Frege establece una clara distinción entre "lo objetivo", "lo real" y "lo espacial o palpable" entendiendo que lo real afecta a los sentidos mientras que

[23] La concepción de objetos generales que Frege trabaja en este escrito es bastante vaga.

lo objetivo no tiene por qué afectar a los sentidos y su existencia es independiente de éstos» (Sebastián Solanes 93); ***la verdad*** fregeana es objetiva.

La introducción de esa concepción acerca de la ***verdad*** permitió que existiera algo como los *valores de verdad* y estos, a su vez, enriquecieron el lenguaje lógico formal, ya que con ellos fue posible la consolidación de la lógica proposicional y extender su uso con cuantificadores; de aquí su importancia.

Con lo que se ha dicho, es fácil entender la radicalidad de una propuesta como la $\widehat{\text{LP}}$. También es fácil entender su dificultad y sus críticas. La $\widehat{\text{LP}}$ no nace de una necesidad ontológica tan fuerte como sucedió con la LC en el proyecto de Frege, y esto acarrea algunos problemas. Además de que, por herencia, hay un marco del pensamiento que se da bajo lo verdadero y lo falso, situación que dificulta aún más las cosas. Jean-Yves Béziau aseveró que *valor de verdad* en el estricto sentido lógico *no* se mezcla con las *nociones de verdad y falsedad* en el lenguaje ordinario, pues nadie va diciendo cosas como «*the truth-value of "Paris is the capital of France" is true*» (235)[24]. No obstante, aunque sus usos y significados son distintos, existe una asociación innegable: son las mismas palabras, son los mismos signos ordenados de la misma manera. El uso de las nociones de verdad y falsedad en el lenguaje ordinario son condicionantes, que provocan que, en muchas ocasiones, se presenten como las únicas posibilidades de articular el pensamiento y la concepción del mundo (pues ¿cómo pensar o concebir de modo distinto lo que está plasmado en el lenguaje que se usa cotidianamente?). De este modo, y pese a que no se trate de cuestiones lógicas, *delimita* nuestro pensamiento: ¿cómo pensar más allá de una estructura bivalente, cuando además de presentarse en sentido estricto en lógica como *valor de verdad*, se usa constantemente en el lenguaje ordinario? ¿Cómo pensar más allá de las herramientas que poseemos para *decir* y *pensar*? Nadie (o casi nadie) hace uso del lenguaje como lo señala Béziau, pero sí es probable que alguien diga algo como «Es

[24] «El valor de verdad de "Paris es la capital de Francia" es verdadero». Traducción de la autora.

verdadero que París es la capital de Francia», y, en ese uso del lenguaje, que *no necesariamente trata de valores de verdad*, hay un uso semejante: ¿acaso hay otra manera de pensar enunciados de este tipo?, ¿la $\widehat{\mathrm{LP}}$ podría ayudar a concebir una formulación distinta? En este escrito se apela a que sí.

Valores e interpretación en la $\widehat{\mathrm{LP}}$

La $\widehat{\mathrm{LP}}$ se enfrenta a una dificultad que proviene de la ambigüedad respecto a sus *valores*, así como del uso de los términos «verdadero» y «falso» en el lenguaje ordinario (¿pues cómo concebir algo distinto a la estructura en la cual está basado todo nuestro aparato conceptual?). Las críticas más fuertes van, sobre todo, en la primera dirección: en repetidas ocasiones se cuestionó acerca de a qué refieren los *valores* de los SPs y, al no obtener una respuesta satisfactoria, se les ha descalificado con base en este argumento; *e. g.* Roman Suszko arguyó que los valores de los SPs son valores algebraicos y que los SPs de más de dos valores podían ser reducidos a los valores de verdad bivalentes de la LC (Cfr. *Rem. Luk. Three Val. Log./ Freg. Ax. & Pol. Math. Log. 1920s*); Quine, de manera semejante a la idea de Suszko, creía que los SPs no son diferentes del álgebra abstracta (Cfr. *Phil. Log.*); y Haack consideró que no había argumentos suficientes para introducir más valores (Cfr. *Fil. lóg.*).

No obstante, las personas que se encuentran interesadas en defender a la $\widehat{\mathrm{LP}}$ han enfatizado dos aspectos de las posibles respuestas acerca de qué son los *valores* de los SPs: uno tiende hacia la formalidad y otro al significado que adquiere (tal como lo hizo Reichenbach) dentro de una teoría; ambos aspectos son necesarios. En esta ocasión, el análisis se focalizará en el orden de los sistemas lógicos: se parte del supuesto de que las cualidades ontológicas de la LC y $\widehat{\mathrm{LP}}$ son diferencias sustanciales y tornan inasequible una noción de interpretación parecida. A los SPs no puede exigírseles una interpretación semejante a la de los valores de verdad de la LC, porque sus *valores* sobrevienen en un marco ontológico distinto.

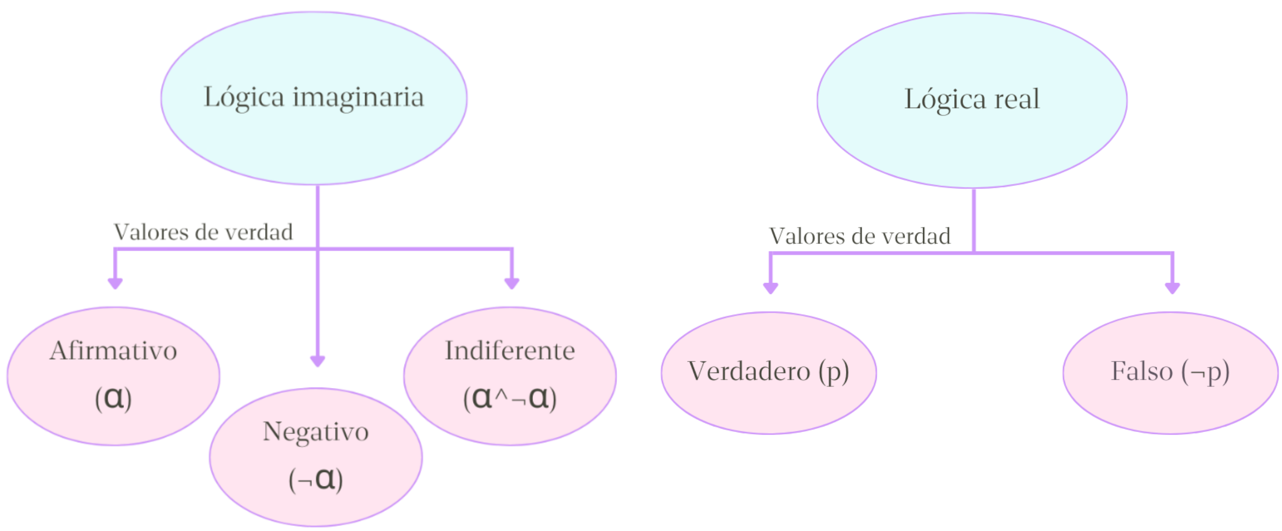
Los *valores de verdad* en la LC son necesarios para realizar una clasificación que tiene como cimiento la referencia a ***la verdad*** y que, con base en ella, son útiles. Al existir una clasificación, un margen, se puede separar aquellos elementos que son funcionales y pueden formar parte del sistema (piénsese en el ejemplo de Frege respecto a las funciones y argumentos). La idea de ***verdad*** (nótese que es ***verdad***, no valor de verdad) a la que refiere el sistema de la LC, y de la cual partió Frege para introducir los *valores de verdad*, posibilita que se trate de un sistema general. Semejante a las clasificaciones en biología o cualquier otra área, entre más generales son sus conceptos, menos se acerca a lo particular; asimismo, semejante a la biología y esas otras áreas, cuando se analiza capa por capa de la abstracción, tenemos por resultado que el concepto más amplio, aunque funcional, parece ser difuso: sabemos qué es un ser humano si tenemos que señalarlo en el mundo, pero el concepto *ser humano* es algo que, si se examina a detalle, siempre ha sido cambiante. Análogamente a lo que sucede con la biología, Frege ideó un sistema útil de la LC que consiste en una referencia a ***la verdad objetiva***, pero esa verdad objetiva, al ser un concepto amplio, es difuso. Aunado a la complejidad de los *valores de verdad* propuestos por Frege, se encuentra el hecho de que el concepto «verdad» en filosofía, en cualquiera de sus apariciones, ha generado cierta desconfianza en la Época Contemporánea, por lo cual, no causa extrañeza que se ponga en duda la naturaleza de un sistema como el de la LC. En respuesta, quienes se interesaron en crear SPs, como MacColl, Vasíliev y Peirce indagaron(allanaron) nuevos lares. Se propone, no una referencia a una verdad general objetiva, sino a sistemas que logren aprehender situaciones particulares, aunque ello implique la imposibilidad de concretar un único sistema común que dicte, a su vez, el sistema correcto de cada grado de valor (este es el motivo por el que hay varios sistemas de tres valores, como se verá a continuación).

Desde esta perspectiva es evidente que los *valores de verdad* de la LC, en comparación con los *valores* de los SPs, lucen más fuertes. Causa de ello es que los SPs no son sistemas generales (lo general es la propuesta misma de la $\widehat{\mathrm{LP}}$). Son, por el contrario, lo suficientemente singulares para que los *valores* de los SPs se conciban de manera distinta en cada grado, e inclusive, en distintos SPs del mismo grado: no se trata de la misma forma a un sistema de tres valores que a uno de cuatro, ni tampoco es igual la propuesta de Vasíliev que la de Peirce, pese a que ambos trabajen con tres *valores*. Los SPs no refieren a la ***verdad*** de la LC. No pueden. Probablemente a causa de su condición: si admiten una ***verdad*** *objetiva*, entonces ni siquiera habría una variedad de SPs de distintos grados, sino que se elegiría aquel que exprese mejor dicha verdad (como sucede con la LC). La generalidad de ***la verdad*** en la LC es la que posibilita que ésta aborde un mayor número de teorías (matemáticas, físicas y de argumentación clásicas), pero los SPs fueron ideados para responder a cuestiones particulares que no se encuentran subsumidas dentro de la estructura de la LC y, por tanto, la generalidad de la LC no los aborda. Cuando se utilizan los términos «general» y «particular» para referirse tanto a la LC como a la $\widehat{\mathrm{LP}}$, no se hace desde una perspectiva en la que la generalidad de la LC pueda abordar a los SPs, ni la particularidad de los SPs es compatible con la generalidad de la LC, ya que son estructuras diferentes, y el que sean estructuras diferentes es justo el punto relevante.

En $\widehat{\mathrm{LP}}$, si acaso, habrá de existir algo como *verdades específicas* que cambian en cada SP; y esta cualidad, más que estar desprovista de una interpretación, es un paso para concebir interpretaciones más singulares. Frege profesó los *valores de verdad* desde una perspectiva donde había algo como ***la verdad***; en cambio, los SPs surgen desde un lugar distinto, uno donde ***la verdad*** está en juicio y desde el cual se forjan alternativas. Debido a lo anterior, la concepción de *valores* en cada SP es particular. Es un término que adquiere una interpretación determinada dependiendo del contexto en el que surja la propuesta. No obstante, esto no quiere decir que su nivel ontológico sea inferior. Simplemente se trata de otro sistema lógico, que cuenta con sus propias diferencias, donde destaca la epistemológica, pues la pregunta sobre cómo formular un sistema lógico diferente, sobre cómo lograr un orden funcional que tenga más de dos posibilidades, es una cuestión epistemológica fundamental. Eso sin mencionar las nuevas posibilidades de pensamiento que pueda brindar un sistema de este tipo.

A continuación, se muestran unos esquemas que resumen dos prototipos de SPs que fueron estudiados en el capítulo anterior: el de Vasíliev y el de Peirce. A través de ellos se muestra que los sistemas lógicos no surgen de manera aislada y que pueden diferir, pese a que cuenten con el mismo grado de *valores*.

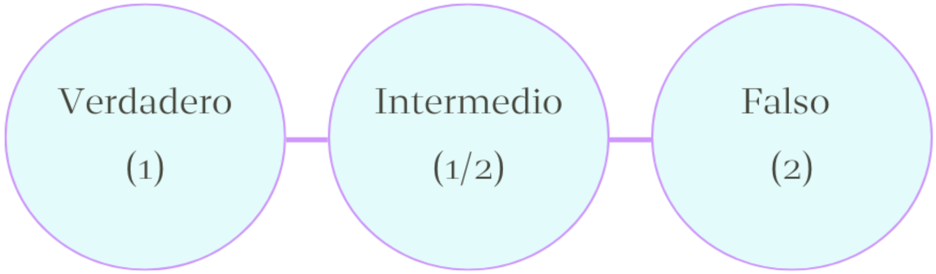
Esquema comparativo de los dos reinos de interpretación ontológica del prototipo de SP de Vasíliev:



Esquema 3. Interpretación ontológica de los valores desde la propuesta de Vasiliev.

El prototipo de Vasíliev se escinde en dos: el de la lógica real, o LC, y el de la lógica imaginaria (que es en el que yace el sistema de tres valores). El de la lógica real sólo admite los valores de verdad verdadero o falso; mientras que, en el de la lógica imaginaria, al tratarse de una propuesta que tiene la libertad de diferir con la lógica real, o LC, sí se puede introducir un tercer *valor*: el *valor* intermediario. La propuesta ontológica de Vasíliev se divide en dos reinos, el de lo real y el de lo imaginario, en el que hay un espacio para considerar alternativas del pensamiento.

El siguiente esquema representa la interpretación ontológica del prototipo del SP de Peirce (lineal):



Esquema 4. Interpretación lineal de los valores desde la propuesta de Peirce.

El proyecto de Peirce no presenta una división de reinos para introducir un tercer valor, tal como sucede con Vasíliev. Peirce tiene una interpretación en la que el tercer valor se anexa. Al igual que los otros SPs, sus *valores* se encuentran en el mismo nivel ontológico que los valores de verdad de la LC, sólo que cuenta con un orden distinto. No introduce un tipo de interpretación que tenga un matiz de comparación entre los clásicos valores de verdadero y falso (como sucede con los reinos de Vasiliev) y el tercer *valor* intermedio, sino que se trata de un acomodo lineal entre ellos. Esta propuesta resulta muy acorde con la idea que sostuvo Peirce: concebir a su prototipo de sistema trivalente como una extensión de la LC y no como una oposición.

Las *verdades específicas* de los SPs pueden ser pensadas como un sistema basado en una teoría que provee un universo discursivo coherente, del cual surgen reglas que adquieren sentido y que designan el funcionamiento de un preciso SP. Los *valores* son variantes necesarias que se ordenan con base en las condiciones del SP; debido a esto, a sus fines y necesidades, Vasiliev introdujo dos reinos, mientras que Peirce optó por un acomodo lineal.

Tal vez, volver las miradas hacia el aspecto ontológico arroje un poco de luz sobre este problema, ya que remite necesariamente al acomodo abstracto de cosas y objetos. Empero, no todos lo consideran así: en *Lógica polivalente* [*Many Valued Logic*] Attwell y Turquette critican la propuesta de Reichenbach debido a que consideran prematura una interpretación de su sistema trivalente previo a su desarrollo formal. Es cierto que la formalidad es de gran importancia; no obstante, no hay un método claro de cómo deben desarrollarse los sistemas lógicos (cualesquiera que sean), así que tampoco es incorrecta la propuesta de Reichenbach. Mucho menos por el hecho de que su planteamiento concernió a un entorno práctico que se encontraba delimitado por un campo de conocimiento naciente: la mecánica cuántica. La interpretación de los *valores* de los SPs es un problema complejo que requiere mucho trabajo en muchos sentidos, por lo que quizás, pensar en las condiciones de la interpretación de los SPs no es banal, ni apresurado.

Jan Łukasiewicz y su sistema Ł3

Łukasiewicz (1878-1956) fue un lógico y filósofo polaco a quien se le atribuye la inauguración de la $\widehat{\text{LP}}$. Por este motivo, su nombre se ha convertido en un referente imprescindible para el tema y es uno de los personajes más relevantes del campo de las LNCs. En el presente apartado se expondrá su trabajo; en primer lugar, se abordarán las causas que dirigieron su interés hacia la $\widehat{\text{LP}}$, para después presentar su sistema Ł$_3$ y cuestiones relacionadas con éste.

Su filosofía

Los intereses de Łukasiewicz fueron amplios y, en parte, posibles gracias a que perteneció al Círculo de Lwów-Varsovia, ya que ese espacio fue un punto de convergencia para personas interesadas en disciplinas emergentes (tales como *metalógica** y axiomatización). El Círculo de Lwów-Varsovia fue fundado por Twardowski[25] y tenía como objetivo erradicar los malentendidos semánticos y estructurar una metodología apropiada para

[25] Twardowski fue maestro de Łukasiewicz y hay quienes consideran que fue una de sus mayores influencias; en *La concepción de la polivalencia lógica en la escuela de Varsovia*, Pablo Domínguez realiza un análisis minucioso de esta idea.

las ciencias; acorde con esa meta, es posible notar las semejanzas de este grupo con el ulterior y más conocido Círculo de Viena: en ambos casos se mantuvo la premisa de que, con el rigor suficiente, todas las ciencias humanas podían alcanzar, o cuando menos acercarse, en la mayor medida de lo posible, a la exactitud. Sin embargo, de la misma manera en que es adecuado indicar las similitudes, lo es señalar las diferencias, y es que la disimilitud más relevante es que, para el Círculo de Lwów-Varsovia, los conceptos metafísicos no eran sinsentidos, sino precientíficos, lo que quiere decir, que tenían la posibilidad de convertirse en problemas científicos si se pulía su planteamiento.

Łukasiewicz se formó en este entorno. Eligió centrarse en cuestiones específicas del campo lógico que se veían resaltadas por el creciente desarrollo de la lógica matemática. Sus estudios fueron una mezcla entre historia y actualidad: desde el estudio de la dialéctica estoica y la obra aristotélica, hasta ser un firme simpatizante del logicismo. Desde historia y actualidad, desde una duda puesta sobre el principio de no contradicción y la posibilidad de pensar algo distinto, surge su planteamiento de un SP; el primero, según una buena parte de la literatura en torno al tema.

Para observar de manera más precisa la emergencia de dicho SP, el escrito más adecuado es su *Lección de despedida* pronunciada el 7 de marzo de 1918 en el aula magna de la Universidad de Varsovia. Este pequeño texto, quizá porque fue una presentación oral escrita en retrospectiva, es sumamente vigoroso: Łukasiewicz realiza algunas declaraciones que, más que asemejarse al terreno árido con el que se suelen relacionar los temas lógicos, es fluido y armónico. El breve escrito da inicio con la siguiente aseveración: «He declarado una guerra espiritual en contra de toda coerción que restrinja la libre actividad creativa del hombre» (15), y continúa:

> Hay dos clases de coerción. Una de ellas es la coerción física, que se presenta bien como una fuerza externa que pone cadenas a la libertad de movimientos, bien en la forma de una impotencia interna que hace imposible toda acción.

> De esa coerción podemos liberarnos. Tensando nuestros músculos podemos romper las cadenas, y ejercitando nuestra voluntad podemos vencer la inercia del cuerpo. Y cuando todas las medidas fracasan, todavía queda la muerte como la gran liberadora.
>
> La otra clase de coerción es la coerción lógica. No tenemos más remedio que aceptar los principios que son evidentes, así como los teoremas que de ellos se derivan. Esa coerción es mucho más fuerte que la física; no hay esperanza de liberación. No hay fuerza, ni física ni intelectual, que pueda vencer a los principios de la lógica y la matemática (15).

Esta declaración permite divisar el camino por el cuál transita Łukasiewicz cuando piensa en las lógicas y, por ende, permite comprender la vía por la cual avanza la $\widehat{\text{LP}}$. La cita refiere a la presión que la LC ha ejercido sobre el pensamiento y a cómo ésta llegó al grado de suprimir por completo la libertad:

> Esa coerción surgió con la aparición de la lógica de Aristóteles y la geometría de Euclides. Había nacido el concepto de ciencia como sistema de principios y teoremas conectados mediante relaciones lógicas. El concepto vino de Grecia y ha mantenido su soberanía. El universo se concebía sobre el modelo de un sistema científico: todos los eventos y fenómenos están interconectados por lazos causales y se siguen los unos de los otros como los teoremas de una teoría científica. Todo lo que existe está sujeto a leyes necesarias (Łukasiewicz, *Lec. desp.*, 15)

Ante la penitenciaria imagen en la que no queda espacio para un acto creativo, la única posibilidad de sublevación reside en la ruptura con la tradición lógica, y Łukasiewicz, asume el papel de dirigente.

En primera instancia, indaga sobre el origen de la LC y obtiene, como resultado, a Aristóteles y Euclides como sus iniciadores; y, en segundo lugar, postula al supuesto bivalente como la raíz que debe ser transformada. Esto fue posible porque, para él, la LC no es un producto de la observación empírica del mundo, sino una creación de la mente, igual que el artista y su obra. Pero esa obra, y las percepciones acerca de ella, se habían tornado dogmáticas: nuestras posibilidades se desarrollaban dentro del espacio de la LC, y todo lo que estaba fuera, era, para algunos, posibilidades; mientras que, para otros, un sinsentido; y para todos ellos, un espacio aún incognoscible. De este modo, semejante al artista que plasma trazos en un lienzo en blanco, o que comienza a engranar acordes de una melodía que en un principio sólo se encontraban en su cabeza, Łukasiewicz, bajo su humana condición creativa, se propuso fabricar algo diferente; y lo haría bajo una rama de la filosofía que, afirmó, apenas se había convertido en una disciplina independiente: la *logística**.

A través de esa disciplina desarrolló un SP y trató de sentar, en primer lugar, un novedoso supuesto: «He demostrado que, además de proposiciones verdaderas y falsas, hay proposiciones posibles, a las que corresponde la posibilidad objetiva como un tercer valor además del ser y del no-ser» (Łukasiewicz, *Lec. desp.*, 16)[26]. Łukasiewicz se remitió a la longeva, y probablemente única, herramienta que permite asimilar un orden diferente: la ontología. Mediante ella, se concibió una no muy ahondada propuesta epistémica pues, aunque su trabajo respecto al tema fue arduo, los avances fueron escasos debido a su desmedida empresa.

Sistema lógico trivalente (Ł3)

En 1920 Łukasiewicz escribió *Sobre la trivalencia lógica*. Pese a que, en apariencia, se trata de un bosquejo sucinto, es la culminación de uno de sus intereses, pues exhibe el fruto de años de investigación, manifestados a través de un sistema de tres valores ($Ł_3$). Este SP, el sistema $Ł_3$, sería el primer paso fuera del dominio de lo que llamó lógica coercitiva.

«La lógica trivalente es un sistema de lógica no aristotélica, puesto que opera sobre la base de que, además de proposiciones verdaderas y falsas, hay también proposiciones que no son ni verdaderas ni falsas, y, por tanto, de que existe un tercer valor lógico» (Łukasiewicz, *Sobre la lógica trivalente*, 18). En el caso del sistema $Ł_3$, ese tercer valor

[26] La posibilidad objetiva a la que refiere Łukasiewicz es proveer a su tercer valor el mismo nivel ontológico que el de valor de verdad de la LC.

significa «posibilidad» o «indeterminación» y se puede simbolizar como ½, notación que Łukasiewicz usaría posteriormente (en este primer texto lo simbolizó con el número 2).

El escrito da inicio planteando los principios y las definiciones esenciales de la lógica aristotélica, para después exponer los mismos puntos del sistema $Ł_3$ y evidenciar sus diferencias. Las más significativas descansan en los principios y sus conectivos primitivos de negación e implicación.

La estructuración del principio de identidad del sistema $Ł_3$ dicta que, cuando los valores en cuestión son iguales se tiene por resultado 1; mientras que, cuando se mezclan con ½, entonces el resultado es ½ y; cuando se combinan 0 y 1, el resultado es 0. La tabla de valores de la ley de identidad es:

α	β	α = β
0	0	1
0	½	½
0	1	0
½	0	½
½	½	1
½	1	½
1	0	0
1	½	½
1	1	1

En el principio de implicación (→), por su parte, cuando el antecedente es de menor valor que el consecuente; cuando ambos (antecedente y consecuente) son ½; cuando el antecedente es ½ y el consecuente 1; o cuando el antecedente y consecuente son 1, el resultado es 1. Por otra parte, cuando el antecedente es ½ y el consecuente es 0 o cuando el antecedente es 1 y el consecuente es ½, el resultado es ½. Y para finalizar, cuando el antecedente es 1 y el consecuente es 0, el resultado es 0 (este es el único caso donde el resultado es 0 y guarda semejanza con la implicación en la LC).

α	β	$\alpha \rightarrow \beta$
0	0	1
0	½	1
0	1	1
½	0	½
½	½	1
½	1	1
1	0	0
1	½	½
1	1	1

Del mismo modo, y siguiendo lo establecido, es posible formular cómo actúa la negación, conjunción y disyunción en su sistema. A continuación, se muestran sus tablas de verdad.

Para la negación:

α	¬α
0	1
½	½
1	0

Para la conjunción:

α	β	α ^ β
0	0	0
0	½	0
0	1	0
½	0	0
½	½	½
½	1	½
1	0	0
1	½	½
1	1	1

Para la disyunción:

α	β	$\alpha \vee \beta$
0	0	0
0	½	½
0	1	1
½	0	½
½	½	½
½	1	1
1	0	1
1	½	1
1	1	1

En el sistema $Ł_3$ sólo son *posibles*, más no *necesarios*, algunos supuestos generales de la LC, tales como el principio de no contradicción y el principio del tercio excluso. Mientras que otros, como la ley de identidad formulada en términos bivalentes es falsa. Se dice que el principio de no contradicción es *posible* puesto que hay al menos un caso donde $\neg (\alpha \wedge \neg \alpha)$ tiene por resultado 1:

$$\neg (½ \wedge \neg 1)$$
$$\neg (½ \wedge 0)$$
$$\neg 0$$
$$1$$

Y se dice que el principio del tercio excluso es *posible*, debido a que hay al menos un caso donde $\alpha \vee \neg \alpha$ tiene como resultado 1:

$$\tfrac{1}{2} \vee \neg 0$$
$$\tfrac{1}{2} \vee 1$$
$$1$$

A diferencia de la posibilidad de los principios antes mencionados, hay leyes que simplemente resultan falsas, tal como sucede con la ley de identidad formulada en términos bivalentes ($\forall\alpha\ \alpha = \alpha$) debido a que, cuando α tiene el valor de ½, ($\alpha = \neg\ \alpha$) es verdadero, así como ($\neg\ \alpha = \alpha$) también lo es.

Esta dislocación de la ley de identidad es la que permite culminar uno de los intereses de Łukasiewicz, debido a que de esto se sigue que no haya *antinomias** al combinar el valor ½ en el sistema $Ł_3$.

El apartado *Acerca de la im/posibilidad de formalizar futuros contingentes* se encuentra desarrollado a partir de las investigaciones de Łukasiewicz sobre el tema. Para el autor, el hecho de que el supuesto de bivalencia influenciara la concepción sobre cómo se plantea el futuro y ofreciera únicamente dos posibilidades, generaba conflicto; ya que, necesariamente, al concebir un enunciado sólo como verdadero o falso, se asume un estado de cosas; *e. g.*, en el enunciado «Mañana habrá una batalla naval» tanto la opción de verdadero o falso asume un estado de cosas del que no se tiene certeza. A causa de esto, Łukasiewicz se propuso crear un sistema en el que la contingencia, la indeterminación de dichos enunciados, estuviese plasmada. El sistema $Ł_3$ es el resultado. El que a través de este sistema lograra un acomodo distinto en el cual se encuentren incluidos los tres valores y que, a través de ese acomodo, sólo fuese posible el principio de no contradicción y el principio del tercio excluso, es una muestra del tratamiento que la $\widehat{LP}$ puede darle a uno de los problemas planteados en el capítulo anterior.

De la misma manera, es posible pensar en el sistema $Ł_3$ como una solución alterna a las paradojas semánticas. Ya que enunciados como «Epiménides es un mentiroso» en lugar de ser verdaderos o falsos serían pensados como «posibles» o «indeterminados».

Desarrollo del sistema Ł3

Uno de los objetivos de Łukasiewicz fue introducir valores modales a su sistema Ł3; empero, éste no cumpliría su objetivo de elaborar un sistema modal completo. En 1921, Alfred Tarski propuso definiciones simples de los *functores** modales usando como conectivos primitivos a la negación y la implicación.

La definición simple de modalidad (M), según Tarski, es: ($M\alpha =^{df} \neg\alpha\rightarrow\alpha$). En esta definición cuando α tuviera el valor de ½, y se aplicara el functor M, su valor pasaría a ser 1. Su tabla de verdad es:

α	Mα
0	0
½	1
1	1

Mientras que la definición simple de necesidad (N), según Tarski, es: [$N\alpha =^{df} \neg M\neg\alpha = \neg(\alpha\rightarrow\neg\alpha)$]. En esta definición, cuando α tiene el valor ½ aplicando el functor N su valor pasaría a ser 0. Su tabla de valor es:

α	Nα
0	0
½	0
1	1

Debido a esto, Tarski pudo derivar el tercer functor (I) que podemos leer como «es contingente que» o «es modalmente indiferente que», cuya definición es: (Iα = Mα^¬Nα). En este caso, cuando I se aplica a 0 y 1 tiene como resultado 0 y, el único caso en que es 1, es cuando α adquiere el valor de ½. Su tabla es:

α	Iα
0	0
½	1
1	0

Gracias a esto se pudo derivar la ley del medio excluso, o la ley del cuarto excluso, (α∨ I α∨¬α) y el principio de no contradicción extendido [¬ (α^¬Iα^¬α)]. De igual modo, y pese a la relevancia de las contribuciones de Tarski, es importante señalar que no todos los conectivos pueden ser definidos bajo estos valores.

Un par de críticas al sistema Ł3

En el apartado *Sobre la concepción de valor en la* $\widehat{LP}$ se mencionaron, en términos generales, las críticas habituales a los valores de los SPs. Sin embargo, esas no son las únicas críticas que se pueden realizar, puesto que cada SP es específico. En este apartado, se muestran un par de críticas realizadas al sistema $Ł_3$ con la finalidad de proveer un panorama más amplio. La primera crítica la realizó Haack en *Filosofía de las lógicas*; ella sostiene que Łukasiewicz arguye usando una falacia. Según Haack dicho argumento es el siguiente:

> Supongamos que es verdadero ahora que yo estaré en Varsovia a mediodía del 21 de diciembre del año próximo; entonces no puedo no estar en Varsovia a mediodía del 21 de diciembre del año próximo, es decir, es necesario que esté en Varsovia a mediodía del 21 de diciembre del año próximo. Supongamos, por otra parte, que es falso ahora que yo estaré en Varsovia a mediodía del 21 de diciembre del año próximo; entonces no puedo estar en Varsovia a mediodía del 21 de diciembre del próximo año, es decir, es imposible que este en Varsovia a mediodía del 21 de diciembre del año próximo. Por tanto, si ahora es o verdadero o falso que estaré en Varsovia después, es o necesario o imposible que esté en Varsovia después. La única manera de evitar esta conclusión fatalista, argumenta Lukasiewicz, es negar dicho tiempo futuro, y así los enunciados contingentes son verdaderos o falsos con anticipación al evento. La bivalencia, concluye, debe ser rechazada (234)

Tomando como punto de partida su interpretación del argumento de Łukasiewicz, Haack señala que el lógico incurre en la falacia modal de argumentación al intercalar: «Es necesario que si α entonces β» que podemos representar como $N\ (\alpha\rightarrow\beta)$ por «Si α es necesario que β» que podemos representar como $\alpha \rightarrow N\beta$. Esta manera de interpretar la argumentación de Łukasiewicz conduce a Haack a creer que el fatalismo no se sigue de la bivalencia, y que los motivos para presentar un sistema lógico de tres valores son insuficientes, ya que la argumentación es inaceptable[27].

[27] Las críticas no son algo negativo; muy al contrario, en su ejercicio se develan nuevas perspectivas. La crítica de Haack es refutada en el artículo *On Jan Lukasiewicz's many- valued logic and his criticism of determinism* [Sobre la lógica polivalente de Jan Łukasiewicz y su crítica al determinismo], de Dariusz

La segunda crítica la realizó Ferdinand Gonseth. Él señaló que el valor ½ es incompatible con la definición de sus conectivos, particularmente la negación, dado que suponiendo que α sea ½, hay al menos un caso donde α ^¬ α da como resultado ½ [28], lo cual va en contra de las intuiciones heredadas de la LC (pese a que esto no represente un problema para Łukasiewicz) y omite relaciones de dependencia de algunas proposiciones posibles, tal como sucede con la negación. El punto de Gonseth es bastante interesante de pensar, ya que da cabida a la pregunta de cuál sería el uso de la negación en los casos donde las posibles combinaciones arrojen ½.

Emil Post

Emil Post fue un lógico y matemático polaco-estadounidense. Su nombre también es un referente cuando se trata de $\widehat{\text{LP}}$; de hecho, siempre se le suele mencionar a la par de Łukasiewicz, lo cual, puede propiciar la errónea idea de que ambos trabajaron juntos. Los motivos que tuvieron para adentrarse en la $\widehat{\text{LP}}$ son distintos: mientras los incentivos de Łukasiewicz tenían una fuerte carga filosófica, el SP (o el sistema *n*-valente[29]) de Post (P_n) fue un resultado circunstancial de sus estudios, que consistieron en el análisis matemático y filosófico de las nociones de *consistencia** y *completud**; mientras que Łukasiewicz continuaría con su estudio filosófico y trataría de proponer otro SP además de $Ł_3$, Post no volvería a retomar el sistema P_n. El sistema P_n fue una mera derivación de su trabajo, y una vez expuesto, no volvió a hacer hincapié en él.

Łukasiewicz, donde si bien acepta que la lógica trivalente de Łukasiewicz tiene defectos, la crítica de Haack no tiene presente todas las premisas que acepta Łukasiewicz y tiene una noción diferente sobre la semántica de los verbos futuros.

[28] Piénsese:

$$\frac{1}{2} \wedge \neg \frac{1}{2}$$
$$\frac{1}{2} \wedge \frac{1}{2}$$
$$\frac{1}{2}$$

[29] El término *n*-valente es usado cuando no hay un número de valores *n* (donde n > 2) determinado, sino que es general y puede ampliarse.

Sus intereses

El trabajo de Post tuvo fuertes influencias de la lógica matemática. La obra *Principia Mathematica* fue fundamental para su pensamiento, al igual que la obra *A Survey of Symbolic Logic* [Un estudio de la lógica simbólica] de C. I. Lewis. Ambas obras están conectadas, y es que Lewis arguyó que el trabajo de Russell y Whitehead no era un sistema completamente formal; el motivo es que «*Whitehead and Russell fail to make the basic distinction between axioms and rules of inference, since they are lumped together under the heading of "Primitive Propositions"*»[30] (Urquhart 619). A partir de esta idea, Post construyó una crítica a los *Principia Mathematica* con una estricta mirada formalista.

En 1921, Post publicó un escrito que es una versión breve de su tesis doctoral. Siguiendo la línea antes mencionada, el contenido de éste es, en palabras de Urquhart, «*the first published proof of completeness and decidability of the propositional fragment of Principia Mathematica*»[31] (Urquhart 620). En él, Post afirmó que Russell y Whitehead tenían como meta desarrollar las matemáticas a través de un formalismo que fuese, a su vez, un lenguaje universal; sin embargo, las afirmaciones que ahí se encuentran son particulares, lo cual no compagina con la meta señalada. Por ello, la perspectiva de Post fue pensar el conjunto de afirmaciones y no únicamente su particularidad; a esto lo denominó *metalógica**.

Sistema multivalente (Pn)

En el último apartado del escrito mencionado, Post desarrolla su sistema P_n. En dicha sección, reemplaza los valores que utilizó en las dos secciones anteriores, a saber, positivo

---

[30]«Whitehead y Russell fallaron al hacer la distinción básica entre axiomas y reglas de inferencia, ya que se agrupaban juntas bajo el título de "proposiciones primitivas"». Traducción de la autora.
[31]«la primera prueba publicada de completud* y decidabilidad* del fragmento proposicional de los *Principia Mathematica*». Traducción de la autora.

(+) y negativo (-) (los cuales actuaban como análogos a los valores de verdad de la LC), por una diversidad de valores (α_1, α_2, α_3… α_n) en donde *n* es cualquier número entero positivo. Post usó la negación y la disyunción como conectivos primitivos, pero al tratarse de más *valores*, los conectivos actúan de manera diferente: la negación pasa a ser un tipo de permutación cíclica de los valores *n* y la disyunción se generaliza. A continuación, y suponiendo que *n*=3 (esto es, que se tiene los valores α_1, α_2 y α_3), se concluyen las siguientes definiciones.

Para la negación:

Se dice que la negación es cíclica porque se da bajo la forma $\neg\, \alpha_1 + 1$; así, en el caso de $\neg\, \alpha_1$ se obtiene como resultado α_2, y cuando se llega al límite de valores, que en este caso es α_3, se obtiene como negación el primer valor, así $\neg\, \alpha_3$ es α_1. En la siguiente tabla de valores se observa mejor la idea:

α	$\neg\alpha$
α_1	α_2
α_2	α_3
α_3	α_1

Para la disyunción:

Se dice que la disyunción se generaliza porque se da de la forma $\alpha_1 \vee \alpha_2 = {}_{max\,\{1,\,2\}}$. Esto quiere decir que el resultado de cualquier disyunción es el valor máximo que participe en ella. De este modo, si se tiene, por ejemplo, $\alpha_1 \vee \alpha_2$ el resultado es α_2; o si se tiene $\alpha_2 \vee \alpha_3$, el resultado es α_3. En la siguiente tabla de valores se observa mejor la idea:

α	β	$\alpha \vee \beta$
α_1	α_1	α_1
α_1	α_2	α_2
α_1	α_3	α_3
α_2	α_1	α_2
α_2	α_2	α_2
α_2	α_3	α_3
α_3	α_1	α_3
α_3	α_2	α_3
α_3	α_3	α_3

Nótese que la elección de n=3 fue completamente arbitraria, es decir, que no es necesario que este valor sea el caso (aunque sí la elección de alguno); por consiguiente, puede tomarse cualquier otro número entero positivo. Cabe resaltar que, cuando n=2, el acomodo de los valores no difiere de la estructura de la LC; la única distinción es que, mientras que en la LC esta es la única manera de expresarse, desde la perspectiva del sistema P_n es sólo una de las posibilidades.

«The most important property of Post algebras is their functional completeness: by means of the two primitive functions, every finite-argument function on Pn can be defined»[32] (Malinowski, *Many-Val. Log. & Phil.*, 33). Esto se debe, en parte, a que los intereses de Post estuvieron más ligados a las matemáticas que a una postura filosófica; fabricó este sistema teniendo las ideas de completud y consistencia en mente, por ende,

> *Post (1921) also defined a family of purely implicative n–valued logics. The family is fairly extensive and it covers implications designed by other authors, e.g. Lukasiewicz and Gödel. The novelty of this proposal was that Post designated many logical values at a time. That possibility, which seems quite natural, was ignored by other originators of many-valued logics* (Malinowski, *Many-Val. Log. & Phil.* 33)[33]

Pese a que el trabajo de Post resultara exitoso en estos sentidos, una vez expuesto su sistema P_n en el escrito antes mencionado, no volvió a regresar a él.

Otros horizontes de la $\widehat{\mathbf{LP}}$

Hasta ahora se han mencionado un par de SPs (el sistema $Ł_3$ y el sistema P_n). Cabe destacar que, aunque son los más conocidos, no son los únicos; en este apartado se mencionarán someramente otros SPs con el mismo grado de *valores*, con la intención de exponer la amplitud de alternativas sobre cómo pueden configurarse. El primer SP de tres valores que se abordará será el de Kleene (K_3), que es una propuesta dirigida a la teoría de la computabilidad; el segundo es el de Bochvar (B_3) que nació con el objetivo de ofrecer una solución a las paradojas autorreferenciales; el tercero, y último, es el de Heyting (H_3), que es la formalización de la propuesta intuicionista de Brouwer. Este

[32] «La propiedad más importante de las álgebras de Post es su completud funcional: por medio de las dos funciones primitivas, cada función de argumento finito de P_n puede ser definida». Traducción de la autora.

[33] «Post también definió una familia de lógicas *n*-valuadas puramente implicativas. La familia es bastante extensa y cubre implicaciones diseñadas por otros autores, *e. g.*, Lukasiewicz y Gödel. La novedad de esta propuesta fue que Post designó muchos valores lógicos a la vez. Esa posibilidad, que parece bastante natural, fue ignorada por otros originadores de lógicas polivalentes». Traducción de la autora.

panorama demuestra que puede existir una heterogeneidad de SPs del mismo grado de *valores*.

SP de Kleene (K3)

Kleene tuvo como objetivo solucionar un problema dentro de la *teoría de la computabilidad**, a saber, el tratamiento de predicados parcialmente definidos. En *Introduction to Metamathematics* [Introducción a la metamatemática] expone un sistema de tres valores; al tercero lo llama *indefinido* (*i*) y

> A diferencia de Lukasiewicz, Kleene no consideró *i* como valor de verdad intermedio, más bien se trataba de presentar "indecidible" y asignárselo a oraciones matemáticas que, aunque verdaderas o falsas, no son ni demostrables, ni irrefutables. De este modo las matrices de Kleene se construyen sobre el principio de que allí donde la verdad o falsedad de un componente es suficiente para decidir la verdad o falsedad de un compuesto, el compuesto tomaría ese valor a pesar de tener (un u) otros componentes indecidibles; en otro caso: el compuesto es en sí mismo indecidible (Haack, *Fil. lóg*., 232)

El tercer valor *i* no es semejante a verdadero o falso, no se encuentra en un mismo nivel para Kleene: «*The third "truth value" u* [indefinido] *is thus not on a par with the other two t* [verdadero] *and f* [falso] *in our theory. Consideration of its status Will show that we are limited to a special kind of truth table*» (Kleene 333)[34].

La distinción de concepciones referida se ve plasmada en el aspecto formal del sistema, ya que la distinción del sistema K_3 respecto al sistema $Ł_3$ radica en lo que Kleene llamó la *implicación fuerte*, que se muestra a continuación:

[34] «El tercer "valor de verdad" u [indefinido] no está, por lo tanto, a la par con los otros dos t [verdadero] y f [falso] en nuestra teoría. La consideración de su estatus mostrará que estamos limitados a un tipo especial de tabla de verdad». La traducción es de la autora.

α	β	α → β
F	F	V
F	I	V
F	V	V
I	F	I
I	I	I
I	V	V
V	F	F
V	I	I
V	V	V

SP de Bochvar (B_3)

Bochvar, a diferencia de Kleene, tenía como objetivo encontrar una respuesta a las paradojas autorreferenciales, así que introdujo un tercer valor al que llamó *sinsentido* (*s*), el cual, tiene un carácter que Haack denominó «infeccioso», puesto que, según Bochvar, en cada caso que aparezca dicho valor, el resultado es, asimismo, *s*. En las siguientes tablas se ilustra la idea.

Para la negación:

α	¬α
F	V
S	S
V	F

Para la conjunción:

α	β	α ^ β
F	F	F
F	S	S
F	V	F
S	F	S
S	S	S
S	V	S
V	F	F
V	S	S
V	V	V

Para la disyunción:

α	β	$\alpha \vee \beta$
F	F	F
F	S	S
F	V	V
S	F	S
S	S	S
S	V	S
V	F	V
V	S	S
V	V	V

Para la implicación:

α	β	$\alpha \rightarrow \beta$
F	F	V
F	S	S
F	V	V

S	F	S
S	S	S
S	V	S
V	F	F
V	S	S
V	V	V

Intuicionismo

El intuicionismo es una doctrina filosófica, matemática y lógica, inaugurada por Brouwer; su premisa principal difiere sustancialmente de otras corrientes que tuvieron lugar en el debate acerca de la fundamentación de las matemáticas debido a que,

> los intuicionistas consideran la lógica como secundaria a la matemática, como un conjunto de principios descubiertos *a posteriori* para gobernar el razonamiento matemático. Esto es, obviamente, un reto a la concepción "clásica" de la lógica entendida como el estudio de principios aplicables a todo el razonamiento sin tener en cuenta el contenido, y considerada como la teoría más general y fundamental respecto de la cual incluso la matemática es secundaria (Haack, *Fil. lóg.*, 242)

El intuicionismo se apartó de la concepción logicista que sostuvo que la LC era la base primaria y que, sólo a través de su perfeccionamiento, se conseguiría un fundamento para las matemáticas. Relevar a la LC a un campo secundario, y considerarla una serie de reglas dadas *a posteriori*, fue una postura radical; rompió con la importancia tradicional que se le concedió a la LC y se emancipó del vínculo entre la LC y la verdad: ya no se trataba de *descubrir* sistemas lógicos, sino de *fabricarlos*. La postura de Brouwer se encontraba compuesta, principalmente, por el siguiente par de premisas:

1. Los números son una construcción mental
2. Sólo se admiten entidades matemáticas construibles (lo que descarta, por ejemplo, secuencias infinitas completas)

Mediante este par de premisas se implicó que no todos los supuestos de la LC y de las matemáticas clásicas son aceptables; por ejemplo, en lo que respecta a la LC obtenemos que el principio del tercio excluso no es ni evidente, ni necesario; se trata, más bien, de una tradición de la LC que se ha instaurado como dogma. El principio del tercio excluso se expresa: $\forall x\ (x \vee \neg\ x)$. Esto quiere decir que, una proposición lógica p, tiene que ser necesariamente verdadera o falsa y que no existe una tercera opción). Si los números son construcciones mentales, las proposiciones lógicas también, así que, en tanto construcción mental semejante a los números, deben de ser demostrables; por lo tanto, contar con un principio que derive sus valores por mera oposición, en lugar de presentar una prueba constructiva de su resultado (como sucede con la reducción al absurdo), no acata las premisas de Brouwer; el principio del tercio excluso, en esta perspectiva, se reduce a un acuerdo previo (basado en la tradición) sin ningún soporte. La siguiente demostración es un ejemplo de lo que se critica:

Suponiendo que se quiere demostrar: $\neg$ p

Y que se tienen las premisas

1. $p \rightarrow q$ Pre
2. $\neg q$ Pre

La reducción al absurdo dicta que se agregue como premisa subsidiaria la negación de lo que se quiere demostrar, que en este caso es:

3. p PreSub

Se tienen los pasos:

4. q MP 1, 3
5. ¬ q ^ q Con 2, 4

Y el resultado:

6. ¬ p Abs 3-5

Como se puede observar, este método se basa en la contradicción encontrada a partir de la negación de la hipótesis, en lugar de fabricar una prueba constructiva. Para que este método sea posible, es necesario partir del principio de no contradicción, puesto que este fundamenta la prueba.

Con el teorema de la doble negación, que se expresa $\neg\neg q \rightarrow q$, pasa algo afín. El valor de verdad de la doble negación es el mismo valor de la proposición atómica: si q es verdadera, $\neg\neg q$ también lo es y si q es falsa, $\neg\neg q$ también es falsa. No obstante, si seguimos las premisas de Brower, entonces no es válido extraer la doble negación para alguna premisa lógica, si no se cuenta con una demostración de ella que vaya más allá de una equivalencia.

En conclusión, desde la perspectiva intuicionista, el principio del tercio excluso y el teorema de la doble negación no son veritativo-funcionales, ya que no son compatibles con sus premisas centrales. Del mismo modo, tampoco se podría hacer uso de algunos métodos, como, por ejemplo, la prueba sintáctica de reducción al absurdo, ya que implica una elección de valores basada en premisas bivalentes, en lugar de una demostración específica para cada valor.

En un intento por abarcar un espectro lógico más amplio que el de la LC que obedeciera a los principios de Brouwer, Heyting introdujo un tercer valor para el caso de las premisas *indemostrables*. Dado que «los intuicionistas también piensan que la formalización de las reglas lógicas válidas es un asunto de importancia secundaria» (Haack, *Lóg. div.*, 103) existen varios sistemas intuicionistas; en este caso, se presentará el SP elaborado por Heyting (H_3).

Heyting presenta el tercer valor indemostrable semejante a la notación de Łukasiewicz, esto es como ½. Además de la presentación de sus valores, la tabla para la conjunción es la misma que el sistema $Ł_3$. Sin embargo, en la negación e implicación difieren, y para el sistema H_3 son las siguientes:

α	¬α
0	1
½	0
1	0

α	β	α → β
0	0	1
0	½	1
0	1	1
½	0	0
½	½	1
½	1	1

1	0	0
1	½	½
1	1	1

Capítulo IV.

Conclusiones

Hasta este momento, se realizó una exposición detallada de la $\widehat{LP}$ que incluye su contexto (capítulo I); sus motivaciones e inconvenientes a los que responde (capítulo II); así como su clasificación, análisis de su noción de *valores* y la presentación de algunos SPs (capítulo III). Como se mencionó en un principio, los objetivos del presente escrito son exponer por qué la $\widehat{LP}$ es una propuesta perteneciente al área lógico-filosófica y exponer una interpretación general de los SPs mediante el análisis de la noción de *valores*. A lo largo de este trabajo se han satisfecho ambos objetivos. A continuación, se realizará una recapitulación de los temas trabajados en el presente trabajo:

Cuando se abordaron los motivos e inconvenientes a los que la $\widehat{LP}$ responde se pudo observar que, varios autores que no tenían relación entre sí, llegaron a la misma conclusión: sistemas lógicos que incluyeron más valores, sistemas que se alejaron de la estructura bivalente de la LC. MacColl, Peirce y Vasiliev, ofrecieron respuestas semejantes para distintos problemas que habían percibido de manera independiente: ya fuera para proponer un sistema proposicional alterno de tres valores semánticos, como le sucedió a MacColl; por una fuerte duda sobre las bases de las matemáticas, como le pasó a Peirce; o por tratar de emular un suceso del campo matemático en el de la lógica, como le pasó a Vasiliev, que trató de repetir la sublevación que la geometría de Lobatchevski supuso para la geometría euclídea. Todos ellos condujeron a SPs; tal vez, porque fue la respuesta más natural que pudieron encontrar ante la difícil pregunta sobre cómo pensar lógicamente al mundo de un modo que prescindiera de la bivalencia instaurada por la LC.

Asimismo, además de autores, también hubo temas que condujeron a pensar en SPs de manera natural, como la posibilidad de formalización de proposiciones sobre futuros contingentes, las paradojas autorreferenciales o la mecánica cuántica (de hecho, el sistema $Ł_3$ de Łukasiewicz surge como una propuesta al cuestionamiento sobre cómo pensar los enunciados que contienen futuros contingentes). En lo que concierne a la posibilidad de formalización de proposiciones acerca de futuros contingentes, hay una fuerte carga filosófica implícita, ya que el cómo abordar este tipo de proposiciones conlleva la cuestión acerca de cómo pensar el futuro. Los análisis de Łukasiewicz mencionados en el Capítulo II, aunque breves, señalan esta relación: para Łukasiewicz, el abanico de posibilidades para pensar el futuro se limita (al abordar únicamente dos opciones) y se compromete (al tener que ser necesariamente verdadero o falso), además de no incluir una posibilidad que muestre la variabilidad que puede existir. Por otra parte, las paradojas autorreferenciales son otro inconveniente ampliamente discutido en el ámbito filosófico debido a su carácter paradójico. Mientras que, en el caso de la mecánica cuántica, se encuentra la correlación entre una parcela de la realidad que antes no había sido abordada, la exigencia de un sistema lógico capaz de aprehenderla, y la propuesta de un SP como alternativa.

Tanto los autores como los temas mencionados son sólo una muestra de los problemas que incitaron a la creación de los SPs. MacColl, Peirce y Vasiliev crearon sus SPs con la intención de proyectar algo distinto, con la intención de incluir elementos que no era posible aprehender mediante la LC; mientras que, en los temas, la LC se presentó como un límite y la elaboración de SPs se mostró como su respuesta. Inclusive en el último caso, es como si una demanda del mundo, *i. e.* el avance de la física, exigiera una reestructuración de los márgenes conceptuales que provee la LC; por ello Reichenbach no tuvo reparo en escribir que su propuesta consistía, también, en un minucioso examen lógico.

Los SPs distan de ser juegos algebraicos, puesto que fueron pensados para poder expresar ideas que a través de la LC no era posible pensar. No se trata de artilugios formales, pues se basan en argumentaciones filosóficas que respaldan su existencia y desarrollo. Sin embargo, el que la $\widehat{\text{LP}}$ se presentara en tanto *rival* o *competencia* de la LC, así como la ausencia de una interpretación general de sus *valores* semejante a la interpretación ontológica de los valores de verdad de la LC, resultó pernicioso, ya que devino en una teoría naciente de la que se exaltaron más sus críticas que su potencial. Con la intención de evadir dicho panorama, se presentó a la $\widehat{\text{LP}}$ como *respuesta* de la LC, dado que este término prescinde de los tintes de confrontación y le otorga independencia. En lo que respecta a la interpretación de sus *valores*, a través de un análisis ontológico se expusieron las diferencias entre la idea de *valores de verdad* de la LC y los otros *valores* de los SPs. La conclusión fue que, para los SPs era inasequible una idea de interpretación parecida a la de la LC, debido a dos motivos: 1) que la LC es un sistema general y los SPs son particulares; y 2) que la LC refiere a una verdad objetiva (en el sentido de objetividad de Frege), mientras que los SPs se basan en *verdades específicas*, adquiridas de teorías específicas que proveen un universo discursivo coherente (consigo mismo) del cual surgen axiomas que adquieren sentido y designan su funcionamiento.

En virtud de la idea de que las *verdades específicas* actúan así para cada SP, es que se puede decir que se trata de una teoría general; la teoría general consiste en la posibilidad de un sistema con más de dos *valores*, (idea que sustenta la categoría de $\widehat{\text{LP}}$). Por otra parte, la particularidad, entendida en este caso, se da en los SPs, en la teoría específica. La particularidad de los SPs se puede verificar en los SPs de tres valores abordados a lo largo del escrito ya que, pese a que todos cuentan con el mismo grado de *valores*, todos presentan diferencias.

El sistema $Ł_3$ de Łukasiewicz fue relevante por varios motivos: es un sistema que se gestó en la frontera externa de la coerción lógica y es un símbolo de años de labor por parte de su creador. Este sistema muestra que es posible dar un paso en el incierto campo de lo novedoso: relega algunos supuestos generales necesarios de la LC a la calidad de posibles, y vuelve a otros falsos[35]. El sistema $Ł_3$ es muestra de una teoría que fabrica reglas diferentes a las de la LC, con miras a explorar alternativas lógicas. Más tarde, Tarski introdujo functores al sistema $Ł_3$, los cuales posibilitaron la derivación del functor *I*, que permite extender el sistema y proponer el *principio del medio excluso* y el *principio de no contradicción extendido*. Los agregados de Tarski son muestra de que hay un buen pronóstico para los intentos de extensión de algunos SPs. Post reafirmó esta idea, ya que el sistema P_n puede derivar SPs de varios grados.

También se mostró que puede haber una variedad interesante de SPs del mismo grado de *valores* que siguen la idea de verdades específicas; los sistemas K_3, B_3 Y H_3 atestiguan esto. Todos, bajo distintas motivaciones (al igual que los autores y temas trabajados en el segundo capítulo) llegaron a la conclusión de que la mejor opción era el desarrollo de SPs; no importó si se trató de teorías de la computabilidad, de estudios sobre las paradojas autorreferenciales o sobre una propuesta sumamente interesante para el área de filosofía de las lógicas y de las matemáticas como el intuicionismo. Cada sistema partió de una teoría que proveyó la creación de reglas diferentes (como se muestran en sus tablas de *valores*). A su vez, cada sistema mantuvo tres *valores*, en el que uno de ellos representó lo antes inefable; ¿acaso no es una buena opción que, en lugar de omitir todo lo que se desconoce al evitar nombrarlo, se le presente con la única cualidad medianamente certera que se tiene de ello, *i. e.*, como *intermedio*, *incognoscible*, o *indecible*? Los SPs referidos consideraron que sí.

Cesare Pavese escribió un fragmento acerca de los poetas que es una buena analogía para reflejar lo que sucede con la $\widehat{\mathrm{LP}}$; el extracto reza: «Aunque sintamos un pálpito de alegría al encontrar un adjetivo acoplado con acierto a un sustantivo, que jamás se habían

[35] Como la ley de identidad aplicada a su valor ½, ya que cuando p = ½ para todo $p = \neg p$ da ½ en lugar de 1. En consecuencia, el sistema $Ł_3$ es, asimismo, una respuesta a las antinomias, ya que, aunque hay casos en los que el principio de identidad es verdadero (cuando p = 1 ó p = 0), no ocurre en todos los casos, por lo cual no se le considera necesario.

visto juntos, no es asombro ante la elegancia de la cosa, ante la prontitud del ingenio, ante la habilidad técnica del poeta lo que nos conmueve, sino maravilla ante la nueva realidad puesta de manifiesto» (Pavese 17). En esta situación, quizás lo más interesante de la $\widehat{\mathrm{LP}}$ no sea su aspecto formal, sino su posibilidad de proveer una nueva concepción lógica del mundo, una en la que acontecimientos antes inexistentes tengan lugar y que aquellos inconvenientes que antes se habían omitido en el intersticio de lógica y lenguaje o lógica y mundo puedan ser tratados; una concepción novedosa del pensamiento mismo, pues como ciertamente dictó Kitarō Nishida «La lógica es la forma discursiva de nuestro pensamiento. Y solamente podremos llegar a clarificar qué es la lógica mediante la reflexión sobre la forma de nuestro propio pensamiento» (20). Por este motivo, emprender una reflexión sobre a dónde se dirige la $\widehat{\mathrm{LP}}$, no es banal, ni precipitado. Apelar a que se abandone debido a sus imperfectos sólo restringe el campo del pensamiento, pues omite el proceso por el cual pasan las teorías; omite el desarrollo, que no es menos importante que el resultado. Si se adopta una actitud de este tipo frente a teorías futuras, nunca se verán los frutos, pues como acertadamente escribió Russell (en una reseña del trabajo de MacColl): «*and since one never knows what will be the line of advance, it is always most rash to condemn what is not quite in the fashion of the moment*» (Russell, *Crit. Not.: MacColl Symb. Log. & Applic.*, 260)[36].

[36] «Y como uno nunca sabe cuál será la línea del progreso, siempre es de lo más osado condenar lo que no está en la moda del momento». La traducción es de la autora.

Apéndice

Anotaciones sobre los lenguajes perfectos

El siguiente escrito tiene como finalidad trazar el boceto de una idea: pensar las semejanzas entre los lenguajes perfectos y el sistema lógico proposicional de la LC; pensar en las cualidades que comparten y cómo su desarrollo se encuentra imbricado. La naturaleza de esta idea, de esta relación, exige una vasta exposición, que en esta ocasión será reemplazada por pequeñas advertencias que indiquen hacia dónde mirar. La falta de cohesión que pueda percibirse en la escritura, no es por falta de cohesión en la idea; sino resultado de la carencia de tiempo y espacio.

Los denominados lenguajes perfectos ocupan un lugar especial en la historia de las ideas. No en pocas ocasiones se ha aspirado a descubrir o fabricar uno. La cualidad de ser capaces de contener la totalidad de las cosas (hechos, objetos, palabras o todos los anteriores) en abreviaciones, en un sistema necesariamente finito, exacto y comprensible, es sumamente tentadora; puesto que, si se lograrᠬ representaría la cúspide del conocimiento: la totalidad del mundo contenida en un único sistema, el *diccionario secreto* de algún Dios.

Un par de ejemplos de gran impacto de esta idea yacen en la tradición judeocristiana, en el Génesis: en la asignación de nombres que Adán dio a los animales y en la Torre de Babel. El primero versa:

> Y Yahvé Dios modeló del suelo todos los animales del campo y todas las aves del cielo y los llevó ante el hombre para ver cómo los llamaba, y para que cada ser viviente tuviese el nombre que el hombre le diera (Génesis, 2: 19).

Este versículo es la narración de un origen. Actúa como un tipo de prueba de que existe una designación correcta de los nombres y abre la posibilidad del error: todo aquel nombre que no sea el original no es más que una deformación, y toda persona que emule un intento arbitrario de la designación adámica, no hace más que una réplica defectuosa. Por otra parte, el segundo ejemplo versa de la siguiente manera:

> Todo el mundo tenía un mismo lenguaje e idénticas palabras. Al desplazarse la humanidad desde oriente, hallaron una vega en el país de Senaar y allí se establecieron. Entonces se dijeron el uno al otro: «Vamos a fabricar ladrillos y a cocerlos al fuego.» Así el ladrillo les servía de piedra y el betún de argamasa. Después dijeron: «Vamos a edificarnos una ciudad y una torre con la cúspide en el cielo, y hagámonos famosos, por si nos desperdigamos por toda la faz de la tierra.» Bajó Yahvé a ver la ciudad y la torre que estaban edificando los humanos, y pensó Yahvé: «Todos son un solo pueblo con un mismo lenguaje, y éste es el comienzo de su obra. Ahora nada de cuanto se propongan les será imposible. Bajemos, pues, y, una vez allí, confundamos su lenguaje, de modo que no se entiendan entre sí.» Y desde aquel punto los desperdigó Yahvé por toda la faz de la tierra, y dejaron de edificar la ciudad. Por eso se la llamó Babel, porque allí embrolló Yahvé el lenguaje de todo el mundo, y desde allí los desperdigó Yahvé por toda la faz de la tierra. (Génesis, 11: 1-9)

Esta narración presupone una unidad preexistente en el lenguaje; el lenguaje que sobrevino después de la purificación ocasionada por el diluvio; el lenguaje de Noé y su familia, el de los sobrevivientes, el de los elegidos. El lenguaje que fue confundido con miras a la pluralidad; la pluralidad que les impediría alcanzar el cielo. El que tiempo después fue objeto de búsqueda, el que señalaría un origen, el que distinguiría a aquellos que continúan siendo los elegidos. El lenguaje que «en virtud de su relación especular con el mundo, era el vehículo más idóneo del conocimiento porque sus significados coincidían con el referente en un isomorfismo absoluto y lo representaban de manera perfecta» (Galán Rodríguez 103). Este par de ejemplos, en los que se plasma la creación y disolución del lenguaje por obra divina incitaron, más tarde, búsquedas incansables de este lenguaje originario y especular.

En el ámbito público, en el campo de lo político, se realizaron una serie de experimentos antropológicos, los llamados «experimentos del silencio», con la finalidad de averiguar cuál era el lenguaje originario y así poder diferenciar al pueblo elegido (está de más decir que, en cada caso que éste se llevó a cabo, esperaban proclamarse como tal a sí mismos). Los experimentos del silencio consistían en privar a infantes de toda comunicación desde su nacimiento y sólo darles los cuidados necesarios para que sobrevivieran; de este modo, al no estar corrompidos por el entorno, el lenguaje que éstos hablaran sería el original: el lenguaje innato del ser humano. Estos experimentos fueron realizados en varias ocasiones, pero ninguno de ellos tuvo éxito: desde el faraón Psamético II, a quien refiere Heródoto en su segundo volumen de *Historia*; Federico II, en Prusia en el siglo XII; hasta James IV, en Escocia en el siglo XV.

El acercamiento de Occidente con Oriente también recordó la idea del lenguaje perfecto. El chino fue pensado como el lenguaje original, debido a que sus múltiples derivados utilizaban el mismo sistema de escritura, las mismas ideografías (Cfr. *Hist. Essay Endeav. Prob. Lang. Emp. China Prim. Lang.* de John Webb).

En una alternativa a la idea de encontrar un lenguaje perfecto surgieron proyectos como el de la *Characteristica Universalis* de Leibniz que, en lugar de buscarlos, intentaron crearlos. El siglo XVII fue un periodo de arduo trabajo en esta dirección: Francis Bacon, con miras a un tipo de depuración de las ideas falsas que proceden de la naturaleza humana y que se expresan a través de una comprensión errónea de las palabras, propuso un alfabeto de nociones elementales que sirviera como índice del conocimiento (Cfr. *Nov. Org. Scient.*); Francis Lodwick buscaba un lenguaje artificial que sirviera como intermediario y que, además, facilitara el aprendizaje del inglés (Cfr. *Essay Tow. Univ. Alph.*); Cave Beck propone un lenguaje con la finalidad de tirar las barreras de la comunicación (Cfr. *Univ. Char.*); igualmente, Athanasius Kircher dirigió su trabajo con el mismo objetivo (Crf. *Polygr. Nov. Univ. Comb. Art. Dir.*, 1663); y, finalmente, John Wilkins (Cfr. *Essay Tow. Real Char.*) y George Dalgarno (Cfr. *Ars Sign.*), apelaron a lenguajes artificiales para apoyar a las ciencias.

Como se puede observar, no fueron pocos los autores que se dedicaron a fabricar lenguajes que aspiraban a ser perfectos. De entre todos ellos, Wilkins y el tlönista

Dalgarno aparecen en el *Desarrollo de la lógica matemática* de Peter Harold Nidditch, debido a que los considera precedentes del desarrollo formal de la lógica. El proyecto de Dalgarno fue semejante al de Wilkins. De hecho, las acusaciones de plagio de parte de Dalgarno a Wilkins fueron públicas, al igual que lo fue la innegable influencia y la omisión de algún agradecimiento en su obra (pese a que hay quienes especulan que los agradecimientos que dirigió Wilkins a « *another person*»[37] eran para él).

Los dos se ocuparon de las posibilidades de un lenguaje universal y propusieron una serie de principios. La obra de Dalgarno fue menos minuciosa, pues se dificulta realizar un análisis claro y preciso de ella, ya que

> Las tablas de Dalgarno, a diferencia de las de Wilkins, son breves y el texto, en la parte de ejemplificación, resulta bastante críptico, a veces contradictorio y casi siempre fulminantemente alusivo. Su obra está llena de errores de impresión precisamente donde se dan ejemplos de caracteres reales, y en este tipo de lenguas, si se equivoca una letra, cambia el sentido del carácter (a modo de inciso, esta facilidad en incurrir en errores de imprenta es testimonio de la dificultad de manejar estas lenguas, incluso por parte de sus propios creadores) (Eco 103)

La ambigüedad y generalidad de su proyecto contribuyeron a su poca popularidad. La posterior labor de Wilkins fue más minuciosa en este sentido. Wilkins «[d]ividió el universo en cuarenta categorías o géneros, subdivisibles a su vez en especies. Asignó a cada género un monosílabo de dos letras; a cada diferencia, una consonante; a cada especie, una vocal» (Borges 707), con este método trató de contener el universo en un sistema, en un lenguaje, que fuese entendido por todos. La naturaleza caótica y ambiciosa del proyecto puede ser de difícil comprensión; ¿cómo entender la vastedad del universo en un número limitado de clasificaciones?, ¿cómo pensar esta reducción tan conflictiva? Extrañamente, el método de Wilkins es más familiar de lo que se cree, pues al igual que todos los lenguajes —al igual que el lenguaje aquí utilizado— apeló a la arbitrariedad:

[37] «(…) otra persona *(…)*». La traducción es de la autora.

«notoriamente no hay descripción del universo que no sea arbitraria y conjetural» (Borges 708). Wilkins sistematizó su idea; un lenguaje de un sólo hombre que, en contra de las intuiciones, no fuera privado (no como un lenguaje de un hombre para sí mismo, semejante a los que criticó Ludwig Wittgenstein en sus *Investigaciones filosóficas*), sino un intento de orden universal. Abogar por una suerte de correlación, de referencia entre lenguaje y mundo, respecto a estos proyectos es inevitable:

> Wilkins tenía en mente tres puntos: las reglas de su lenguaje debían ser «naturales»; las diferentes palabras tenían que estar formadas de modo tal que las dependencias y relaciones mutuas corrieran paralelas con las de las cosas e ideas de las cuales eran «marcas o notas»; y las formas de estos nombres deberían ser ordenadas según que sus letras y sonidos fueran semejantes u opuestos a otras letras y sonidos, de suerte que los nombres estuvieran de algún modo de acuerdo con las cosas de las que fuesen signos (Nidditch 26)

De esta manera, la empresa de Wilkins sería un reflejo abreviado del mundo. Sin embargo, su extenuante labor no tuvo los resultados esperados, pues «El fruto de la meditación de Wilkins nació ya muerto» (Nidditch 26); su proyecto se limitó a ser una interesante acotación en la historia de las ideas.

Debido a lo ambiciosos e imprácticos que deben sonar estos proyectos en la actualidad, se podría caer en el error de creer que sólo se trataba de una fabricación lúdica. No obstante, como aseveró Mauricio Beuchot sobre Leibniz (y que también aplica para Llull, Dalgarno, Wilkins y los autores del siglo XVII mencionados),

> (…) en contra de lo que se cree, la combinatoria no fue cultivada por autores como Leibniz con un mero afán de divertimento. Era algo muy serio en sus vidas. Estaba incluso al servicio de una lógica —en el cabal sentido de arte del razonamiento— encauzada a la búsqueda y justificación de la verdad que se deseaba fuera compartida por todos sin excepción. Esta lógica vertiginosa era el arma de ideales políticos, religiosos, metafísicos y científicos. Se entreveraba con un proyecto vital de conocerlo todo, la verdad en plenitud, y llamar a todos los hombres al conocimiento de esa verdad (Beuchot 183)

Los lenguajes de este tipo suelen presentar ese ideal. En la emergencia de la lógica matemática se puede observar cómo aún existía ese objetivo. De Llull y Leibniz a Dalgarno y Wilkins; y de Dalgarno y Wilkins a Frege[38] y Russell.

En la Introducción al *Tractatus Logico-Philosopicus* escrita por Russell, y juzgada cómo una muestra de incomprensión hacia su trabajo por Wittgenstein, se muestran rastros de este objetivo: «No es que haya lenguaje lógicamente perfecto, o que nosotros nos creamos aquí y ahora capaces de construir un lenguaje lógicamente perfecto, sino que toda la función del lenguaje consiste en tener significado y sólo cumple esta función satisfactoriamente en la medida en que se aproxima al lenguaje ideal que nosotros postulamos» (Russell 140); Russell niega la posibilidad de un lenguaje lógicamente perfecto, pero enfatiza la necesidad de acercarse a un lenguaje ideal. Mantuvo el anhelo de construir un sistema que resultara de un determinado número de combinaciones que más tarde se llamarían *reglas* y, en el punto más alto de su desarrollo, *axiomas*; que establecieran (o encontraran) una armonía preestablecida donde las contradicciones no tuvieran lugar. Los *Principia Mathematica* son una prueba de ello.

[38] Frege también buscaba ese objetivo (Cfr. *supra*, 12).

Glosario

Antinomia: La antinomia es un concepto introducido por Kant para indicar un par de tesis contradictorias. En el marco de este trabajo, antinomia refiere a la contradicción entre determinismo y libertad; más particularmente, a los estudios de Łukasiewicz sobre el tema y a cómo su sistema $Ł_3$ proveyó una alternativa a ese problema con la introducción del valor *indeterminado*, que también se expresa como ½.

Automático: Este término se usa para expresar que, una vez establecidos los preceptos de un determinado sistema, éste puede funcionar en conjunto, al igual que sus partes pueden hacerlo de modo independiente siempre y cuando se refiera al sistema al que pertenecen.

Axioma: Sobre qué son los axiomas tenemos una dificultad para definirlos; en lo que respecta al área lógico-filosófica parece haber una concepción bastante clara, aunque no bien definida, de qué quiere decir axioma y es un tipo de «principios verdaderos e indemostrables»; mientras que, en matemáticas, existe un panorama más amplio sobre qué quiere decir, debido a los relativamente recientes estudios en el área, que van desde una concepción semejante a la señalada en el campo lógico-filosófico, hasta una concepción más cercana a las ideas de Hilbert, que profesan que los axiomas son fórmulas que no presuponen ser ciertas, o refieren a algo como intuiciones o conocimientos previos; los axiomas pensados desde las matemáticas son algo demostrable, lo cual rompía con la concepción tradicional de axioma.

En este caso axioma se entiende como un punto intermedio entre ambas definiciones: por una parte, no se trata de algo evidente y demostrable, y tampoco se entiende como algo que sea meramente moldeable, cual secuencia de signos sin contenido estable, al estilo hilberiano. Es una herramienta que cuenta con contenido y, por ende, una interpretación particular que adquiere significado dentro de una teoría determinada.

Completo: Cualidad de los sistemas formales que indica que no hay contradicciones dentro de él y que puede abarcar la totalidad de un espectro.

Completud: Una de las propiedades principales que estudia la metalógica. Este término hace referencia a una cualidad de los sistemas lógicos que consiste en que se trate de un sistema cerrado o, dicho de otro modo, que sean definidas las proposiciones derivables o refutables.

Consistencia: Una de las propiedades principales de estudio de la metalógica. Este término hace referencia a la cualidad de los sistemas lógicos de que no existan contradicciones dentro de su estructura.

Decidabilidad: Una de las propiedades principales de la metalógica. Este término hace referencia a la efectividad de algún método para determinar cuáles son aquellas fórmulas que serán dadas por verdaderas en algún sistema formal.

Extensión: En este trabajo se ha usado el término extensión en dos sentidos. El primero ha sido en sentido estrictamente lógico (véase las págs. 35-37) y refiere al conjunto de proposiciones que están dentro de algún sistema lógico. El segundo es el término de extensión usado por Haack (véase las págs. 44-45-73) que refiere a la $\widehat{\mathrm{LP}}$ como una rama de la LC, lo cual implica que comparten una raíz, aunque no sean estrictamente iguales (piénsese en la LC y la lógica modal, que es un estadio más especializado de ésta debido a la introducción de los operadores modales).

Formalismo: El formalismo fue propuesto, principalmente, por Hilbert. En su perspectiva, las matemáticas son juegos formales, y su consistencia debía ser probada por métodos finitos (que fuesen aceptables para todos, incluyendo a los intuicionistas).

Functor: Símbolo utilizado para representar funciones en un lenguaje formal.

Interpretación de clase: La interpretación de clase consiste en interpretar un conjunto o un determinado número de conjuntos con base en la cualidad, o cualidades, que los distinguen.

Lógica paraconsistente: Tipo de LNC que rechaza el principio de explosión ($p \wedge \neg p \vdash q$). Su objetivo principal es analizar las posibilidades de razonar con información inconsistente, aplicando criterios de control y exclusión. Al igual que la $\widehat{LP}$ es un tipo de LNC reciente (ambas datan de la década de 1920) y poseen varias posturas.

Metalógica: Rama del campo lógico encargada del estudio de las propiedades y elementos de los sistemas formales.

Metamatemáticas: Este concepto hace referencia a la reflexión matemática sobre los principios y fundamentos de la misma; se trata de un análisis con otro nivel de abstracción inaugurado en el debate sobre los fundamentos de la matemática que tuvo lugar en el siglo XX.

Pluralismo lógico: El pluralismo lógico es una corriente que defiende que hay más de un tipo de lógica «correcta» (generalmente correcta suele ser entendida como capaz de hacer inferencias válidas). Esta visión se contrapone al monismo lógico, que sostiene que sólo hay una perspectiva correcta y que suele ser la LC.

Teoría de la computabilidad: Rama de la computación y matemática encargada de estudiar los problemas de decisión que pueden ser resueltos mediante un algoritmo. Intenta establecer los límites (parámetros) sobre lo que puede ser computado.

Teoría de conjuntos: Rama de la lógica matemática encargada de estudiar las propiedades y relaciones de los conjuntos.

Teoría de tipos: Las teorías de tipos son cualquier sistema formal que funja como alternativa a la teoría de conjuntos.

Bibliografía

Aristóteles. *Metafísica* . Madrid: Gredos, 1994.

—. *Política*. Madrid: Gredos, 1988.

—. *Primeros Analíticos*. Aristóteles. *Tratados de lógica (Órganon) II* . Madrid: Gredos, 1995, pp. 85-300.

—. «Sobre la interpretación». *Aristóteles. Tratados de lógica (Órganon) II* . Madrid: Gredos, 1995, pp. 25-84.

Bacon, Francis. *La gran restauración (Novum Organum)*. Madrid: Tecnos, 2011.

Barkley, R. J. y Turquette, R. A. *Logic, Many Valued*. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1952.

Beck, Cave. The Universal Character. Tho. Maxey, 1657. Digitalizado el 9 de agosto del 2006.
https://books.google.com.mx/books/about/The_universal_character_by_which_all_the.html?id=yHYCAAAAQAAJ&redir_esc=y/
Revisado el 4 de diciembre del 2022.

Bennett, M. y Hacker P. «La polémica». *La naturaleza de la conciencia. Cerebro, mente y lenguaje*. Barcelona: Paidós, 2008, pp. 15-68.

Beuchot, M. «El Ars Magna de de Lulio y el Ars Combinatoria de Leibniz». *Diánoia*, 1985, pp. 183-194.

Béziau, J. Y. «A History of Truth-Values». *Handbook of the History of Logic. Volume 11: Logic: A History of its Central Concepts.* Amsterdam: Elsevier, 2012, pp. 235-308.

Biblia de Jerusalén. Bilbao: Desclée De Brouwer, 2009. https://www.edesclee.com/biblia-online. Revisado el 4 de diciembre del 2022.

Bochenski, J. M. *Historia de la lógica formal*. Madrid: Gredos, 1985.

Boehner, P. «Ockham and the problem of a three-valued». *W. Ockham, The Tractatus de praedestinatione et de praescientia*. St. Bonaventure: The Franciscan Institute, 1945, pp. 58-88.

Boole, G. *The Mathematical Analysis of Logic*. New York: Cambrige, 1984.

Borges, J. L. «El idioma analítico de John Wilkins». *Obras completas*. Buenos Aires: Emecé Editores, 1974, pp. 706-709.

Cala Vitery, F. y Eslava Castañeda, E. G. *Mécanica cuántica. Sobre su interpretación, historia y filosofía*. Bogotá: Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano. Facultad de Ciencias Naturales e Ingeniería, 2011.

Calvo Martínez, T. «Introducción general». Aristóteles. *Acerca del alma*. Madrid: Gredos, 1978, pp. 7-94.

Candel Sanmartín, M. «Introducción». Aristóteles. *Tratados de lógica*. Madrid: Gredos, 1995, pp. 85-92.

Castrillo, P. « H. MacColl, C. S. Pierce y la lógica proposicional en el s. XIX». *Endoxa*, 1994, pp. 73-93.

Copi, I. y Cohen, C. *Introducción a la lógica*. México: Limusa, 2007.

Dalgarno, George. *Ars Signorum*. Londres: Scolar Press Limited, 1968.

Deaño, A. *Introducción a la lógica formal*. España: Alianza, 2009.

Domínguez Prieto, P. *La concepción de la polivalencia lógica en la escuela de Varsovia*. Madrid: Universidad Complutense, 1993.

Eco, U. *La búsqueda de la lengua perfecta*. Barcelona: Grijalbo, 1994.

Einstein, A. «Prólogo». Planck, M. *¿A dónde va la ciencia?*. Buenos Aires: Losada, 1941, pp. 1-3.

Fisch, M. y Turquette, A. «Peirce's Triadic Logic». *Transactions of the Charles S. Peirce Society*. Indiana: Indiana University Press, 1966, pp. 71-85.

—. «Las leyes fundamentales de la aritmética». *Escritos sobre lógica, semántica y filosofía de las matemáticas*. Ciudad de México: Universidad Nacional de México, 2016, pp. 489- 573.

—. «Los fundamentos de la aritmética. Una investigación lógico-matemática sobre el concepto del número». *Escritos sobre lógica, semántica y filosofía de las matemáticas*. Trad. Padilla H. México: Universidad Nacional Autónoma de México, 2016, pp. 361-487.

—. «Sobre la justificación científica de la conceptografía». *Escritos sobre lógica, semántica y filosofía de las matemáticas*. Trad. Padilla H. México: Universidad Nacional Autonóma de México, 2016, pp. 155-161.

Galán Rodríguez, C. «Género, sexo y lenguas artificiales». España: *Boletín de la Sociedad Española de Historiografía Lingüística*, 2018, pp. 75-93.

—. «La invención de lenguas en la ficción literaria». *ELUA: Estudios de Lingüística. Universidad de Alicante*, España: Universidad de Alicante, 2009, pp. 103-130.

García Cruz, J. D. «La relevancia filosófica del teorema de Suszko». *Graffylia*, 2014, pp. 151-159.

García, J. A. «Historia de la lógica». *Lógica*. Madrid: Trotta, 2013, pp. 49-70.

Garrido, Angel. «Many-Valued Logic through Its History». *Proceedings of the 7th International Joint Conference on Computational Intelligence (IJCCI 2015)*. Setubal: SCITEPRESS – Science and Technology Publications, Lda, 2015, pp. 170-175.

Haack, S. *Lógica divergente*. Madrid: Paraninfo, 1980.

—. *Filosofía de las lógicas*. Trads. Amador Antón y Teresa Orduña. Madrid: Cátedra, 1982.

Hansen, C. *Language and Logic in Ancient China*. University of Michigan Press, 1983.

Hawking, S. *Breve historia del tiempo: del Big Bang a los agujeros negros*. Madrid: Alianza, 2011.

Heródoto. *Historia Libro II. (Euterpe)*. España: DYKINSON, 2011.

Kafka, F. «Un animal soñado por Kafka». Borges, J. L. y Guerrero, M. *Manual de zoología fantástica*. México: Fondo de Cultura Económica, 1996.

Kircher, Athanasius. *Polygraphia nova et universalis ex combinatoria arte directa*. Roma, 1663. Digitalizado el 3 de mayo del 2017. https://books.google.com.mx/books?id=4_4KFFlnrEgC&redir_esc=y/ Revisado el 4 de diciembre del 2022.

Kleene, S. *Introduction to metamathematics*. Amsterdam: North Holland, 1952.

Kneale, W. y Kneale, M. *El desarrollo de la lógica*. Madrid: Tecnos, 1980.

Lodwick, Francis. «An Essay towards An Universal Alphabet». *Philosophical Philosophical Transactions* (1683-1775), Volume 16.

Lombraña, J. « Leibniz y la lógica». *Thémata. Revista de filosofía*, 2002, pp. 217-231.

—. «Lógica polivalente». *El basilisco*, 1978, pp. 93-99.

Łukasiewicz, D. «On Jan Łukasiewicz's many-valued logic and his criticism of determinism». *Philosophia Scientiæ*, 2011, pp. 7-20.

Łukasiewicz, J. «Sobre el determinismo». *J. Łukasiewicz, Estudios de lógica y filosofía*. Trad. A. Deaño. Madrid: Revista de Occidente, 1975, pp. 20-33.

—. «Lección de despedida» *J. Łukasiewicz, Estudios de lógica y filosofía*. Trad. A. Deaño. Madrid: Revista de Occidente, 1975, pp. 15-17.

—. «Sobre la lógica trivalente.» *J. Łukasiewicz, Estudios de lógicca y filosofía*. Trad. A. Deaño. Revista de Occidente, 1975, pp. 18-19.

MacColl, H. *Symbolic logic and its applications*. London: Longmans, Green and Co., 1906.

Malinowski, G. «A Philosophy of Many-Valued Logic. The Third Logical Value and Beyond». *The Golden Age of Polish Philosophy*. Springer, 2009, pp. 81-92.

—. «Many-Valued Logic and its Philosophy». *Handbook of History of Logic. The Many Valued and Nonmonotonic Turn in Logic*. Ed. Gabbay, M. D. y Woods, J. Vol. 8. North Holland: Elsevier, 2007, pp. 13-94.

Matilal, B. K. *Logic Language, and Reality: an Introduction to Indian Philosophical Studies*. Delhi: Motilal Banarsidass, 1990.

Mosterín, J. y Torretti, R. *Diccionario de lógica y filosofía de la ciencia*. Madrid: Alianza, 2002.

Nidditch, P. H. *El desarrollo de la lógica matemática*. Madrid: Cátedra, 1995.

Nishida, K. «Sobre mi modo de pensar». *En Pensar desde la nada.* España: Ediciones Sígueme, 2006, pp. 19-22.

Öffenberger, N. *La prehistoria de la lógica polivalente en la antigüedad clásica*. Córdoba: Editorial Alejandro Korn, 1997.

Pavese, C. *El oficio de vivir*. Barcelona: Seix Barral, 2001.

Putnam, H. «Three-Valued Logic». *Philosophical Studies* VIII, 1957, pp. 73-80.

Pykacz, J. «Can Many-Valued Logic Help to Comprehend Quantum Phenomena?». *International Journal of Theoretical Physics*, 2015, pp. 4367- 4375.

Quine, W. V. *Philosophy of Logic*. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall Inc., 1970.

Rahman, S. y Redmon, J. «Hugh MacColl and the birth of Logcal Pluralism». *Handbook of History of Logic*. Vol. 4. North Holland: Elsevier, 2008, pp. 533-604.

Rayo, A. «Introducción a la parte III: Filosofía de las matemáticas». *G. Frege, Escritos sobre lógica, semántica y filosofía de las matemáticas*. Ciudad de México: Universidad Nacional Autonóma de México, 2016, pp. 351-360.

Reichenbach, H. *Philosophics Foundations of Quantum Mechanics*. California: University of California Press, 1944.

Rescher, N. *Many-Valued Logic*. United States of America: MacGraw Hill, 1969.

Russell, B. «Introducción al Tractatus Logico-Philosophicus». *Wittgenstein I*. Madrid: Gredos, 2019, pp. 139-152.

—. «Carta de Russell a Frege». *G. Frege, Escritos sobre lógica, semántica y filosofía de las matemáticas*. Ciudad de México: Universidad Nacional Autónoma de México, 2016, pp. 575-576.

—. *A History of Western Philosophy*. Great Britain: George Allend and Unwin, 1948.

—. «Critical Notices: Hugh MacColl Symbolic Logic and its Applications». *Mind,* 1906, pp. 256-260.

Rutz, P. *Zweiwertige und mehrwertige Logik. Ein Beitrag zur Geschichte und Einheit der Logik*. Munich: Ehrenwirth, 1973.

Sábato, E. «Lenguaje». *Uno y el universo*. México: Seix Barral, p. 44.

Sánchez, E. «Introducción general». Aristóteles. *Reproducción de los animales*. Madrid: Gredos, 1994, pp. 7-56.

Solanes, S. y Francisco, R. «El platonismo numérico en Götlob Frege: una aproximación a su filosofía de la matemática». *Cuadernos Salmantinos de filosofía*, 2016, pp. 89-105.

Shramko, Y. y Wansing H. «Truth Values». *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Publicado el 30 de marzo del 2010, https://plato.stanford.edu/archives/win2020/entries/truth-values/ Consultado el 4 de diciembre del 2022.

Simons, P. «Łukasiewicz, Meinong, and Many-Valued Logic». *The Vienna Circle and the Lvov-Warsaw School*. Kluwer Academic Publishers, 1989, pp. 249-292.

Suszko, R. «Remarks on Lukasiewicz's three-valued logic». *Bulletin of the Section of Logic 4*, 1975, pp. 87-90.

Suszko, R. «The Fregean Axiom and Polish Mathematical Logic in the 1920s». *Studia Logica: An International Journal for Symbolic Logic*. Vol. 36, No. 4. 1977, pp. 377-380

Urquhart, A. «Emil Post». *Handbook of the History of Logic. Logic from Russell to Church*. Ed. Gabbay, M. D. y Woods. Vol. 5. North Holland: Elsevier, 2009, pp. 617-666.

Vega, L. «La historia de la lógica y "el caso Aristóteles"». *Revista Llull*, 1983, pp. 175-207.

Wansing, H. y Shramko, Y. «Suszko's Thesis, Inferential Many-Valuedness, and the Notion of a Logical System». *Studia Logica*, 2008, pp. 405–429.

Webb, John. *An Historical Essay Endeavoring a Probability that the Language of the Empire of China is the Primitive Language.* Londres: Printed for Nath. Brook, at the Angel in Gresham College, 1669.

Wilkins, John. *An Essay Towards a Real Character, and a Philosophical Language*. Londres: Sa: Gellibrand, and for John Martyn printer to the Royal Society, 1668. Digitalizado el 18 de septiembre del 2012. https://books.google.com.mx/books/about/An_Essay_Towards_a_Real_Character_and_a.html?id=BCCtZjBtiEYC&redir_esc=y/
Revisado el 4 de diciembre del 2022.

Wittgenstein, L. «Tractatus Logico-Philosophicus». *Wittgenstein I*. Madrid: Gredos, 2009, pp. 1-139.

Ciudad Universitaria a 07 de octubre de 2022

ASUNTO: Voto aprobatorio

DRA. DULCE MARÍA ARIAS ATAIDE
DIRECTORA GENERAL DE SERVICIOS ESCOLARES
DE LA UAEM,
P R E S E N T E.

Los suscritos Catedráticos se dirigen a Usted con el fin de comunicarle que, después de haber revisado la tesis titulada: Una propuesta lógico-filosófica singular: la lógica polivalente ($\widehat{\mathrm{LP}}$) y sus sistemas (SPs), que presenta la pasante de la Licenciatura en Filosofía, la C. Salgado Villanueva Tania**,** consideramos que reúne los requisitos que exige un trabajo de esta especie, por lo que hacemos saber nuestro **VOTO APROBATORIO**. Teniendo como Directora de tesis a la Dra. Ivonne Victoria Pallares Vega, con la siguiente designación de jurado:

Nombre	Sinodal	Firma
Dr. Armando Villegas Contreras	**Presidente**	*Se anexa firma electrónica*
Dra. Ivonne Victoria Pallares Vega	**1er. Vocal**	*Se anexa firma electrónica*
Dr. Luis Alonso Gerena Carrillo	**Secretario**	*Se anexa firma electrónica*
Dra. Laura Campos Millán	**Suplente**	*Se anexa firma electrónica*
Mtro. Juan Ángel León	**Suplente**	*Se anexa firma electrónica*

Atentamente
Por una humanidad culta
Una universidad de excelencia

Psic. Akschenka Parada Morán
Persona titular de la Secretaría Ejacutiva
Se anexa firma electrónica

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MORELOS

Se expide el presente documento firmado electrónicamente de conformidad con el ACUERDO GENERAL PARA LA CONTINUIDAD DEL FUNCIONAMIENTO DE LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MORELOS DURANTE LA EMERGENCIA SANITARIA PROVOCADA POR EL VIRUS SARS-COV2 (COVID-19) emitido el 27 de abril del 2020.

El presente documento cuenta con la firma electrónica UAEM del funcionario universitario competente, amparada por un certificado vigente a la fecha de su elaboración y es válido de conformidad con los LINEAMIENTOS EN MATERIA DE FIRMA ELECTRÓNICA PARA LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ESTADO DE MORELOS emitidos el 13 de noviembre del 2019 mediante circular No. 32.

Sello electrónico

JUAN ANGEL LEON | Fecha:2022-11-07 18:42:06 | Firmante
Qsq0YSSfupl81EdAASMNH4Vsd9wUIHrP7mPB043v0/lzdmc00cygKDkrwuJh0VNKTRV1JuKlhbSNZ4NsNR7wLwnHnlSWZDMa8qtvbi7+00bu3NPoI0OTCgWay6Et2sYcU4jLshF
YgBoFaAZD+NBScfartcnwnAaj/tjAX8TNpA3hc6l9KkOhwHbDe3U5BXzdqMTje6ZzdSMg97iu55zxBRJrUnSPWzilA1RVhScVl9FV68Hb/LTdtNFprQRBKWVB1PMIKO6BcEecUPq
bP1eE6J0mpTFANJDB7McYn3/nsd3WEPuQkzQVzSt/DuEj7WPnvc7c/TWA+ojSBhoE6o/Gmg==

LUIS ALONSO GERENA CARRILLO | Fecha:2022-11-07 20:11:05 | Firmante
z5i48fSs7MFWiLrYnR9d83lxsk0pR1cxFTwpSqxiItuVruwyh2tERt6ujHNFUXS2ebiYogYgkcT8DbkHZt72AeTPl6I+G0YQVLXCPHHnUy5tnC6hK1DVeCeSrd3aIEirRPFi/bMPEF/3k
7zudhQuXYRELlcOHbJphQc1XiewoddthxpXl+OO1EVVJR97P1JpTTvVml9seRnDDIpK+qN15kMLbm3TSpwmHU7wEF69x3L1bclHePOFHeCkfsXZZl/tr1hCVNpNHfeCRJs6Nph
wvBxIPI7UT+CZCjZh1KOtpGjaYpHOmcbinNzMkTsiyKJxr9wVKJwK9czaK7lP3iGYaw==

LAURA CAMPOS MILLAN | Fecha:2022-11-08 08:16:05 | Firmante
llqs/Wany5tUMA1Ykue3SLs5CXGA9CzfUgKpxkFlcbEehUgsndhcjzuclf0fZ0FxxB9VgEosWwlCrNpSypmnADzyoKWSQR2KjVkmP4AFNOlzvH7Sl4Sl8R1hXP57jy7AmM6kfKaecA
PT2Yvbp/FPlrc3GgsmMmS/QqbFPxhM+F1PVYuelQ/DsYLy3KS4uHFiC2QLfHQ/9qA49h8neOoxN2HePLnwEUJMLsjylOim4RdNGf4qROy+E37/LKyp2xuRnmGcTMimo6Ffc86sf
qd3tNwSx/j5V0IkmXItHc2vnmpUhp0fx5wGdZNlvujkkijA5p2P7rZQzbqEz6Tj7mmz3Q==

AKASCHENKA PARADA MORAN | Fecha:2022-11-08 08:31:35 | Firmante
nvSXJ2PFs7Us8Z4xmelUC7DumrKXxioTY01YrW8jZyJBkHIEQzKQC+g6CgnSISCWPTXoB9NS6NEhRkgCuABsbPKwr4RSvTEb9tVTx9W3nwfCdHEVu+GCDoNG/Oyf1lZnZoNt
1ksQ5FM3mQYYmSVEbMM11CGLCDSG4tE939aN3Dqcra0/wAh7AeQuFXOssoItkRG+ce6hU4cuGKKMgTRVd/fOO9Tr5p4TYOQTVmLMcGsWTDinFLyFVXgtEXVPeW6ItIq+B
WVL47oOwyUWqOzIifAy1jv6OUqFdZI860qeRNlX10vFRSnY9ncaagBu+DGO9Vhm97cji1XvuJ4SPD540w==

ARMANDO VILLEGAS CONTRERAS | Fecha:2022-11-08 09:54:07 | Firmante
RZJsh2rABFuLYRSpSDcqCmDR6dHgBDYtH2OkDQ2kG2nQH2SyrgPJM2/SSqbsrLKd6sg1RJfakNhOBIbijdGXYt1+sJZnajtpOA97HI8jwe9JYVoihcBJgVjvktVAZFnsK5ZogVYMJ
n7oPTa100RD9UoAKTu65Nr4Fr+FNATrevVfhHPc7+0uUHYwuM0ipl619D6HfpCfLBDc5iu7DE0ieYLeiZy0muv9aNoAuxRs62cN73/OfFbIyEKxbF25zhiDarAZrb0DSxHkiVV164uu
ZQ8Q7ptSOU3S1rDcKDJ7eaJb5DuFCWWyy1Ld1loAFXBHf+hzW3sZKIp30rtc0ZSpwg==

IVONNE VICTORIA PALLARES VEGA | Fecha:2022-11-08 12:34:29 | Firmante
ilwdHrIhTDC9kGtvo8vXCiq0kg2YsXEhwdAg9qvPU6Bx8aQEQLXWEt9tXAuLCrDFCSG5QuqbeUtw+pct4KaQUMxrWDvDetZc06TgcYUAAKRJrJy6MG7axfU9z7e/kuUfn9P+7sU
SU5UZcEJNb5c1wVaW++mqq9GFKgU6/ZvXNfku0/qjuax2ByzHo02aExelcidxQRWnDejYkIhAarxGprzP5cuhGEm6r1KUQv0Ukjqetb/M4nAphDebSID/IZxxEphj2Thm0mJTzUEkx
pP57BzFiOK61K7VQM7YJeKQFTL93Lp4CAAdThjxu3A2Nj2CKw73mjss4oBr8g0QTIUnEg==

Puede verificar la autenticidad del documento en la siguiente dirección electrónica o escaneando el código QR ingresando la siguiente clave:

Q71GOWJCn

https://efirma.uaem.mx/noRepudio/25QVBPvDx9zVnpNrpEGVFYs5dHtmKs5r