



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE
MORELOS

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL
ESTADO DE MORELOS

INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS
BÁSICAS Y APLICADAS

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS

DINÁMICA DE VÓRTICES EN BURBUJAS DE JABÓN

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADO EN CIENCIAS ÁREA TERMINAL EN
FÍSICA

P R E S E N T A:

ALVAREZ JIMENEZ MISAEL YEZER

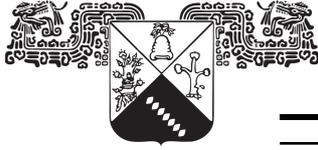
TUTOR

DR. ALDO FIGUEROA LARA



Instituto de
Investigación en
Ciencias
Básicas y
Aplicadas

CUERNAVACA, MORELOS, 2022



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE
MORELOS

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL
ESTADO DE MORELOS

INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS
BÁSICAS Y APLICADAS

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS

DINÁMICA DE VÓRTICES EN BURBUJAS DE JABÓN

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADO EN CIENCIAS ÁREA TERMINAL EN
FÍSICA

P R E S E N T A:

ALVAREZ JIMENEZ MISAEL YEZER

TUTOR

DR. ALDO FIGUEROA LARA



Instituto de
Investigación en
Ciencias
Básicas y
Aplicadas

CUERNAVACA, MORELOS, 2022

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Federico Vázquez Hurtado

Secretario: Dr. Marco Antonio Rivera Islas

Vocal: Dr. Aldo Figueroa Lara

1er. Suplente: Dr. Sergio Cuevas García

2do. Suplente: Dr. Michel Alejandro Rivero Corona

Lugar donde se realizó la tesis: Centro de Investigación en Ciencias - Instituto de Investigación en Ciencias Básicas y Aplicadas.

TUTOR DE TESIS:

DR. ALDO FIGUEROA LARA

FIRMA

Dedicatoria ...

A mi Madre, que siempre me apoyo en todos los aspectos para que saliera adelante en la carrera.
A mi Padre quien me ayudó en todo durante la realización de este tema de tesis.

Agradecimientos

Agradezco a mis padres por apoyarme durante toda mi estancia en la carrera.

Agradezco al doctor Aldo Figueroa Lara por creer en mí y dejarme estar en su laboratorio para elaboración de este proyecto de investigación.

Agradezco a mis compañeros de laboratorio José Manuel Orozco y Leonardo Fidel por apoyarme en la realización experimental y analítica de este proyecto de investigación.

La infraestructura para la realización de este proyecto de investigación fue adquirida gracias al proyecto CONACYT No.258623

Resumen

En la presente tesis se hace un análisis experimental y teórico sobre la creación de vórtices y plumas térmicas en burbujas de jabón con dos casos de estudio. En el caso número uno la burbuja está en un estado estático, y en el caso número dos la burbuja rota sobre su propio eje. Para el primer caso de estudio la burbuja de jabón, cuyo espesor de nanómetros, se coloca en una base que produce un gradiente de temperatura en la burbuja al ser alimentada por una corriente en mA, ante este efecto aparecen fuerzas de flotabilidad que inducen un flujo ascendente en forma de una pluma térmica en conjunto con la formación de vórtices con un sentido de giro ciclónico. Para el segundo caso de estudio la burbuja se pone a rotar mientras está bajo el efecto de un gradiente de temperatura; las plumas térmicas que se forman están sujetas a una fuerza que las obliga a inclinarse a medida que ascienden además de la formación de vórtices con sentidos de giro ciclónicos y anticiclónicos. El sistema experimental muestra una variación en cuanto al tamaño y velocidad de estas plumas térmicas al variar la temperatura en la base de la burbuja la variación de estas plumas térmicas se realizó con forme al número de Rayleigh, de igual forma se pudo obtener un perfil de velocidad mediante la técnica de velocimetría de imágenes de partículas (PIV) en donde se aplica un tamizado de partículas trazadoras en el fluido que conforma la burbuja. A partir de un análisis computacional se obtiene una velocidad promedio a partir de varias mediciones, con la cual el fluido que conforma las plumas térmicas y los vórtices se desplaza. Con base en el campo de velocidades se determinó la velocidad máxima en la superficie de la burbuja y se estimó el número de Reynolds. Cuyos valores se encuentran entre $2000 < R < 3000$ para un canal o tubería. En el caso rotacional se puede calcular el ángulo de inclinación que toman las plumas térmicas además de que se puede calcular el efecto que tiene la fuerza de Coriolis respecto a las fuerzas viscosas propias del fluido con el cálculo del número de Ekman que junto con los números adimensionales mencionados anteriormente forman parte del sistema de estudio. Todo esto con un modelo experimental fácil de replicar y controlar.

Índice general

Agradecimientos	v
Resumen	vii
1. Introducción	1
2. Antecedentes	7
2.1. Vorticidad	8
2.2. Relación entre Vorticidad y Circulación	10
2.3. Fuerza de Coriolis	12
2.4. Número de Reynolds	14
2.5. Transferencia de Calor	15
2.6. Número de Grashof	16
2.7. La convección natural	16
2.8. Pluma Térmica	18
2.9. Aproximación de Boussinesq	19
2.10. El efecto Marangoni	20
2.11. Número de Ekman	23
3. Modelo Experimental	25
3.1. Control de la temperatura en la placa Peltier	27
3.2. Controlar la velocidad del motor	28
3.3. Caracterización de la placa Peltier	29
3.4. Parte I: Modelo estático	32
3.5. Parte II: Modelo dinámico	33
3.6. Velocimetría de Imágenes por Partículas	33

4. Resultados	35
4.1. Observación inesperada	49
5. Conclusiones y trabajo a futuro	51

Capítulo 1

Introducción

Todos los movimientos atmosféricos ocurren en mayor medida en el primer nivel de la atmósfera terrestre denominado troposfera y pueden ser atribuidos al fenómeno de convección natural que se debe a los gradientes de temperatura. La gran mayoría de los fenómenos atmosféricos terrestres ocurren a nivel ecuatorial ya que al estar el planeta Tierra inclinado 23.5°C en relación a la órbita que sigue alrededor del Sol, este sistema Tierra-Sol puede verse como una máquina térmica en la que el Sol calienta la superficie terrestre, esta energía superficial es usada para mover grandes corrientes de aire alrededor de la Tierra [1,2].

El aire que está más cerca de la superficie terrestre es calentado y una fuerza de flotación hace que el aire caliente empiece a ascender en forma de una columna de fluido que recibe el nombre de pluma térmica. Mientras la columna de fluido va en ascenso y comienza a desplazar el aire frío, si todo este proceso ocurre en la superficie oceánica entonces las columnas de fluido están conformadas por vapor de agua que al llegar a la capa superior de la troposfera, ocurre el fenómeno de condensación donde el vapor de agua empieza a perder energía y por lo tanto a enfriarse. Este fenómeno al ocurrir a escala masiva, da pie a la formación de nubes que son conocidas con el nombre de nubes de convección [3,4].

La Tierra al estar en constante movimiento de rotación sobre su propio eje produce fuerzas que afectan al movimiento de las masas de aire en la troposfera produciendo un efecto de rotación sobre las masas nubosas empezando a expulsar enormes cantidades de calor hacia el espacio y dando inicio a la formación de un ciclón tropical como se puede apreciar en la Figura 1.1

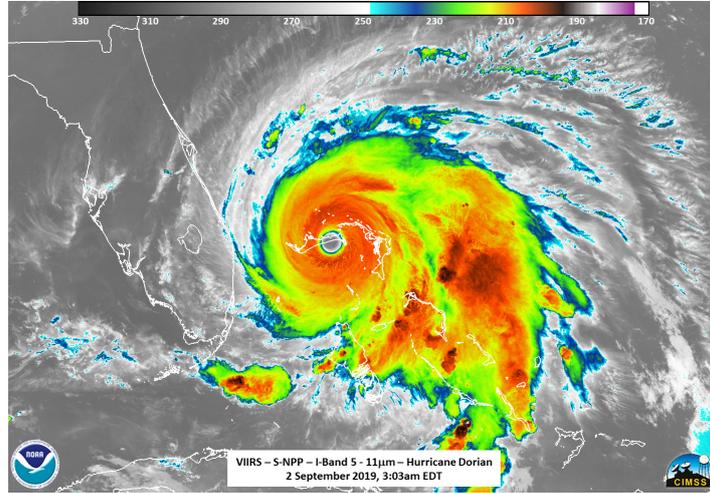


Figura 1.1: Imagen satelital de un ciclón tropical por medio de infrarrojo [5].

Estos fenómenos se forman cuando el agua en el océano alcanza una temperatura de 27.5°C elevando el vapor de agua oceánica hacia las partes superiores de la troposfera, generando una zona de baja presión cerca de la superficie oceánica. El aire a mayor presión de las áreas circundantes llena esa área de baja presión, este nuevo aire se calienta y empieza a elevarse como se muestra en la Figura 1.2.

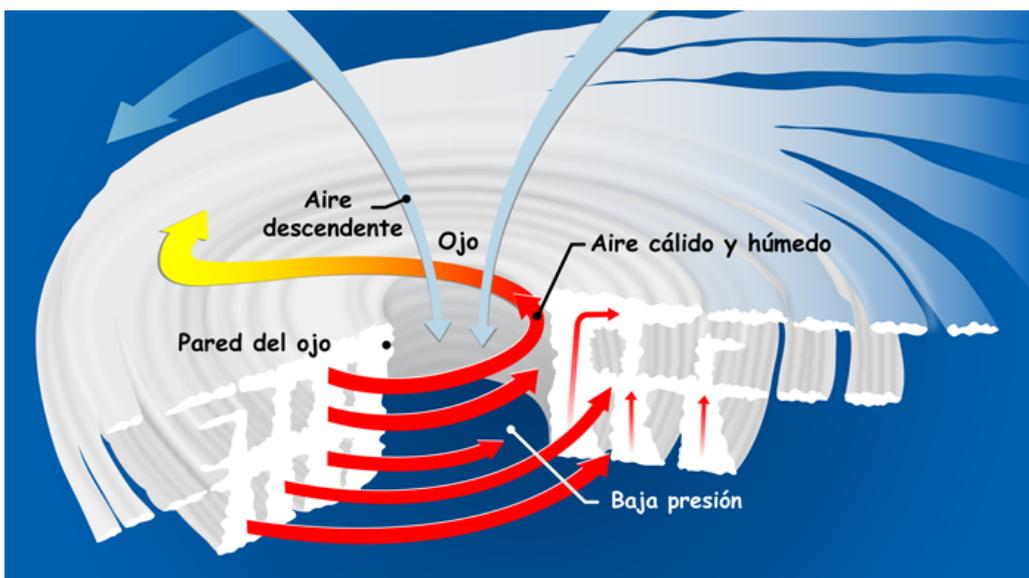


Figura 1.2: Modelo de formación de un ciclón tropical [6]

En la medida que el aire cálido y húmedo sigue ascendiendo empieza a formar cúmulos nubosos y el aire circundante empieza a desplazarse y girar debido a la fuerza de Coriolis que genera la Tierra. Todo el sistema de nubes sigue girando y creciendo alimentado por el calor oceánico y el agua que se evapora en su superficie como se aprecia en la figura [1.3](#)

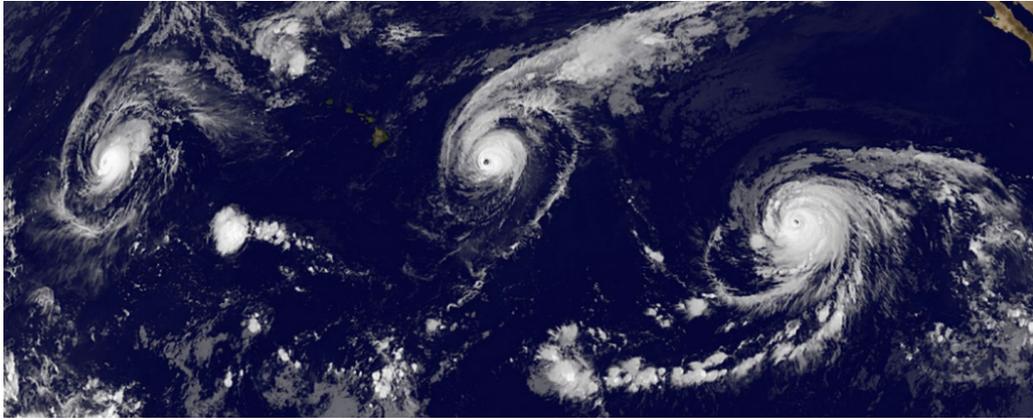


Figura 1.3: Tres huracanes formados al mismo tiempo sobre el océano pacífico [7](#).

Los ciclones tropicales con vientos máximos sostenidos en la superficie de menos de 60 km/h se denominan depresiones tropicales. Aquellos con vientos máximos sostenidos de 60 km/h se denominan tormentas tropicales y cuando los vientos máximos sostenidos de una tormenta alcanzan los 120 km/h como en la Figura 1.2, se denomina huracán. La escala de vientos de Saffir-Simpson es una calificación o categoría de 1 a 5, basada en los vientos sostenidos de un huracán [8,9](#). La formación y estudio de estos fenómenos es en cierta medida complicada pues se requieren de ciertas de variables atmosféricas que actúen en conjunto para la formación de un fenómeno atmosférico de esta naturaleza.

Sin embargo, la formación de estos fenómenos de circulación cerrada también puede estudiarse a escala menor en el laboratorio por medio de un modelado bidimensional haciendo uso de una burbuja de jabón en la cual al ser calentada por la parte inferior genera un tipo de patrones coherentes y repetibles que se aprecian a través de la formación de vórtices en la superficie de la película de jabón, en el artículo titulado “Intensity of vortices: from soap bubbles to hurricanes” del año 2013 [10], se estudia la creación, comportamiento, desplazamiento, estructura y su dinámica sobre los vórtices que se forman en media burbuja calentada desde la parte “ecuatorial” de la burbuja sobre la que se manifiestan como se puede apreciar en la Figura 1.4 y establece que como los vórtices en la burbuja y los grandes ciclones tropicales son grandes vórtices con dimensiones mucho mayores que la membrana de la burbuja o la atmósfera terrestre respectivamente, ambos pueden ser tomados como objetos cuasi-bidimensionales, aunque esta gran simplificación tiene sus limitantes propias. Partiendo de este trabajo retomamos el estudio de estos vórtices y además de las plumas térmicas que se forman como preámbulo a la creación de estos.

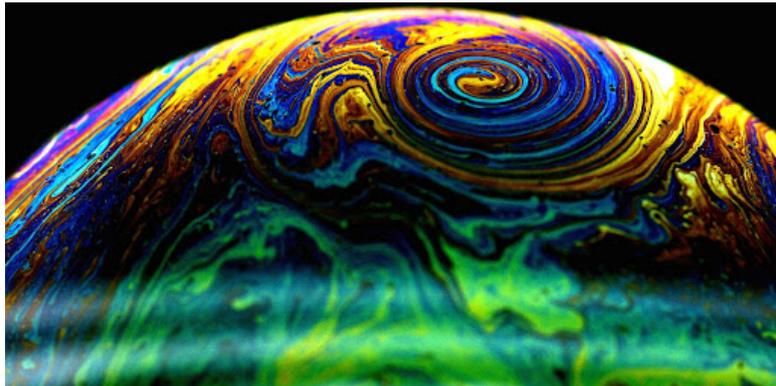


Figura 1.4: Vórtice formado en una burbuja de jabón [10].

También podemos definir el vórtice como un flujo de fluido circular o en espiral que gira rápidamente alrededor de un eje central. El movimiento de remolino tiene la tendencia a ejercer una fuerza de succión dentro del fluido hacia su centro. La velocidad y la tasa de rotación del fluido tienden a variar de forma que son mayores en el centro y como se alejan de éste empiezan a disminuir progresivamente. Los ejemplos de vórtices pueden ir desde los tornados y huracanes hasta el agua que fluye en un desagüe. Los vórtices son una parte importante del flujo turbulento. La distribución de la velocidad, la vorticidad, así como el concepto de circulación, se utilizan para caracterizar los vórtices [11] .

Para su estudio en el laboratorio se ideó un modelo experimental que se muestra a continuación, y que se divide en dos partes. En la primera nos centramos en la emulación y estudio de las plumas térmicas en la burbuja, y que podemos definir como columnas de fluido caliente que asciende hacia la parte más fría del medio donde se encuentra. En la Figura 1.5 se muestra un modelo físico de este fenómeno. Para la segunda parte hacemos rotar todo el sistema para dar un mayor rigor a las condiciones reales como lo es la rotación.

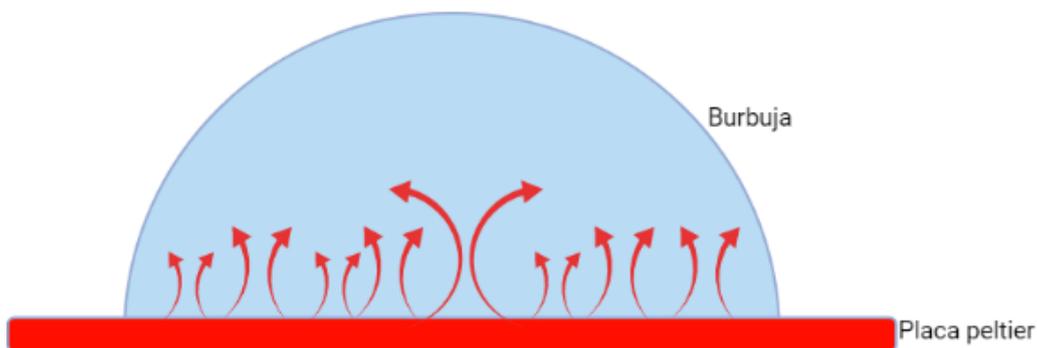


Figura 1.5: Modelo físico.

Capítulo 2

Antecedentes

En general los líquidos son incompresibles, es decir, su volumen sigue siendo el mismo ante el esfuerzo de compresión normal, por lo que su densidad puede ser tratada como una constante, o bien cuando el número de mach el cual es una relación entre la velocidad del flujo y la velocidad del sonido en dicho flujo es menor a 0.3. En este caso, la mezcla jabonosa usada en este experimento puede considerarse un fluido incompresible, pudiendo así usar la ecuación de conservación de masa de la forma:

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0, \quad (2.1)$$

con \vec{v} como el vector del campo de velocidades. También consideramos que el fluido dentro de las capas de la burbuja está en constante movimiento y tiene un comportamiento Newtoniano (es decir su viscosidad es constante, entonces usamos la ecuación de Navier-Stokes:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \vec{v} + \vec{F}, \quad (2.2)$$

con “ ρ ” la densidad del fluido, “P” la presión, “ ν ” como la viscosidad cinemática y “ \vec{F} ” como una fuerza de cuerpo [12].

2.1. Vorticidad

En términos simples la vorticidad es una medida de la rotación local del fluido y, por definición, es el rotacional o rotor de la velocidad. En la relación vectorial $\vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{v}$ donde hay un número igual de componentes para \vec{v} y $\vec{\omega}$ solo en el espacio tridimensional. Suponiendo un flujo viscoso incompresible. Partiendo de la ecuación (2.2):

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \vec{v}, \quad (2.3)$$

Y ayudandonos de las siguientes identidades matemáticas:

1. $\frac{1}{2} \nabla (\vec{v} \cdot \vec{v}) = (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + \vec{v} \times (\nabla \times \vec{v})$
2. $\nabla \times \nabla \Phi = 0$
3. $\nabla \times (\vec{v} \times \vec{\omega}) = (\vec{\omega} \cdot \nabla) \vec{v} - (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{\omega} + \underbrace{\vec{v} \nabla \cdot \vec{\omega}}_0 - \underbrace{\vec{\omega} \nabla \cdot \vec{v}}_0$ donde los dos últimos términos se anulan.

Primero usamos la condición numero 1 en la ecuación de momento para obtener:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla (\vec{v} \cdot \vec{v}) - \vec{v} \times \underbrace{(\nabla \times \vec{v})}_{\vec{\omega}} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \vec{v} \quad (2.4)$$

$$\rightarrow \underbrace{\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla (\vec{v} \cdot \vec{v}) - \vec{v} \times \vec{\omega}}_{LIE} = \underbrace{-\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \vec{v}}_{LDE}. \quad (2.5)$$

Con LIE que significa “Lado Izquierdo de la Ecuación” y LDE como “Lado Derecho de la Ecuación”. Ahora tomamos el rotacional del lado izquierdo de la ecuación (2.3)

$$\nabla \times \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla (\vec{v} \cdot \vec{v}) - \vec{v} \times \vec{\omega} = \frac{\partial}{\partial t} \underbrace{(\nabla \times \vec{v})}_{\vec{\omega}} + \frac{1}{2} \underbrace{\nabla \times \nabla}_0 - \underbrace{\nabla \times (\vec{v} \times \nabla)}_0 \quad (2.6)$$

Obtenemos que:

$$\nabla \times \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla (\vec{v} \cdot \vec{v}) - \vec{v} \times \vec{\omega} = \frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} - (\vec{\omega} \cdot \nabla) \vec{v} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{\omega}. \quad (2.7)$$

Ahora para el LDE que:

$$\nabla \times -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla \times \nabla P + \nu \nabla^2 (\nabla \times \vec{v}). \quad (2.8)$$

Juntando ambos lados de la ecuación y eliminando los términos que se hacen cero obtenemos que:

$$\underbrace{\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{\omega}}_{\frac{D\vec{\omega}}{Dt}} - (\vec{\omega} \cdot \nabla) \vec{v} = \nu \nabla^2 \vec{\omega}. \quad (2.9)$$

Finalmente, la ecuación resultante es la ecuación de transporte de vorticidad.

$$\frac{D\vec{\omega}}{Dt} = (\vec{\omega} \cdot \nabla) \vec{v} + \nu \nabla^2 \vec{\omega}. \quad (2.10)$$

Que muestra la tasa de cambio temporal de la vorticidad de las partículas, $\frac{D\vec{\omega}}{Dt}$, es controlado por el “estiramiento del vórtice” (descrito por $(\vec{\omega} \cdot \nabla) \vec{v}$) y la difusión (descrita por $\nu \nabla^2 \vec{\omega}$). La difusión de la vorticidad solo ocurre en flujos viscosos [13], [12].

2.2. Relación entre Vorticidad y Circulación

Como vimos la vorticidad está matemáticamente definida como la trayectoria del campo de velocidades y, por tanto, una medida de rotación local del fluido de estudio. Esta definición le da un significado vectorial. Tomando las siguientes definiciones:

1. Vorticidad: es una medida de giro local de un elemento de fluido dada por

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{v} \quad (2.11)$$

si el flujo es bidimensional, la vorticidad será un vector en la dirección perpendicular al flujo.

2. Divergencia: es la divergencia del campo de velocidades dada por

$$D = \nabla \cdot \vec{v} \quad (2.12)$$

3. Circulación: es lo que ocurre alrededor de un bucle como la integral de la velocidad tangencial alrededor del bucle

$$\Gamma = \oint \vec{v} \cdot d\vec{l} \quad (2.13)$$

Por ejemplo, considere el vórtice aislado en la Fig 2.1. La circulación alrededor

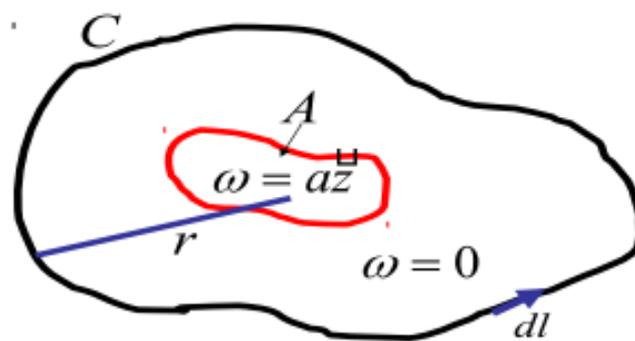


Figura 2.1: Un vórtice aislado de vorticidad "a" que apunta en dirección fuera de la página inducirá una circulación alrededor del bucle "C" con una velocidad tangencial que es proporcional a la inversa de la escala de longitud característica del bucle (r).

la curva cerrada C viene dada por:

$$\Gamma = \oint_C \vec{v} \cdot d\vec{l} = \iint (\nabla \times \vec{v}) \cdot d\vec{s} = \iint \vec{\omega} \cdot d\vec{s} = \iint_A a \cdot ds = aA \quad (2.14)$$

La circulación alrededor del bucle también se puede aproximar como la velocidad tangencial media multiplicada por la longitud del bucle y la longitud del bucle será proporcional a su escala de longitud característica. si el bucle fuera un círculo tal que $L = 2\pi r$. Por lo tanto, se deduce que la velocidad tangencial alrededor del bucle es proporcional a aA /res decir, no decae exponencialmente con la distancia desde el del vórtice. Entonces, las regiones de vorticidad tienen una influencia remota en el flujo en analogía con los campos electrostáticos o gravitacionales. La circulación se define como positiva para la integración en sentido contrario a las agujas del reloj alrededor de un bucle [14, 15].

2.3. Fuerza de Coriolis

El efecto Coriolis es una fuerza ficticia descrita por Gustave-Gaspard Coriolis en 1835 quien demostró que, si las leyes newtonianas del movimiento de los cuerpos se usasen en un marco de referencia giratorio, existirá una fuerza inercial que actúa hacia la derecha de la dirección que sigue un cuerpo que rota en sentido contrario a las agujas del reloj del marco de referencia del cuerpo o hacia la izquierda en el caso de la rotación en el sentido de las agujas del reloj y que esta fuerza debe incluirse en las ecuaciones de movimiento.

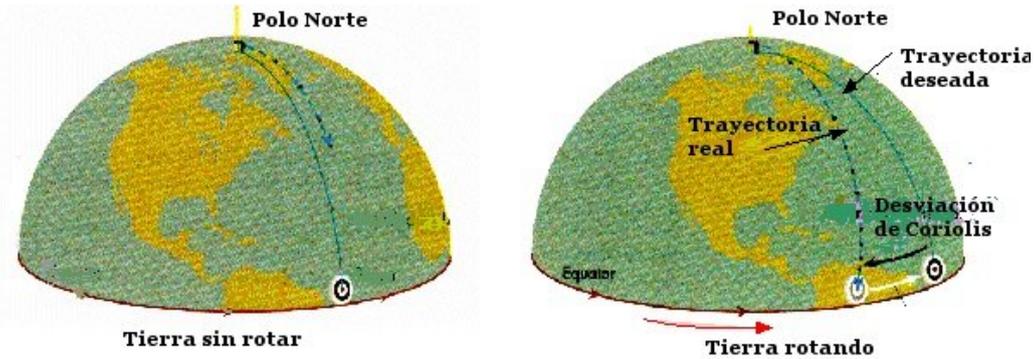


Figura 2.2: Esquema del efecto Coriolis para el hemisferio norte [16].

Podemos definirlo como una desviación aparente de la trayectoria de un objeto que se mueve dentro de un sistema de coordenadas giratorio. El objeto en realidad no se desvía de su trayectoria, pero parece que lo hace debido al movimiento del sistema de coordenadas. Matemáticamente se puede deducir de la siguiente manera:

Consideremos dos sistemas coordenados, uno que es inercial y fijo respecto a un punto y otro que está rotando con una velocidad angular $\vec{\Omega}$. Usamos el símbolo de primo (') para denotar una cantidad que se aprecia en el marco de referencia giratorio. Sea \vec{q} un vector fijo en el marco de referencia inercial, por lo que tenemos:

$$\frac{d\vec{q}}{dt} = 0, \quad (2.15)$$

Visto en el marco giratorio, \vec{q}' parece girar con velocidad angular $-\vec{\Omega}$ en la dirección opuesta a la rotación del sistema de coordenadas. Entonces la velocidad aparente del sistema de rotación es $-\vec{\Omega} \times \vec{q}'$, y $+\vec{\Omega} \times \vec{q}'$ que también debe ser agregada esta velocidad aparente. Lo que nos lleva a que:

$$\frac{d}{dt} \vec{q} = \frac{d}{dt'} \vec{q}' + \vec{\Omega} \times \vec{q}', \quad (2.16)$$

donde los términos de la izquierda se ven en el marco inercial y los de la derecha en el marco giratorio. Además, este mismo resultado, se mantiene incluso si el lado izquierdo no es cero. Consideremos una partícula con vector de posición " \vec{r} " en el marco inercial y " \vec{r}' " entonces la velocidad viene dada por:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt'} + \vec{\Omega}' \times \vec{r}' = \vec{v}' + \vec{\Omega}' \times \vec{r}', \quad (2.17)$$

y para la aceleración obtenemos que:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \left(\frac{d}{dt'} + \vec{\Omega}' \right) \left(\vec{v}' + \vec{\Omega}' \times \vec{r}' \right) = \frac{d\vec{v}'}{dt'} + 2\vec{\Omega}' \times \vec{v}' + \vec{\Omega}' \times \vec{\Omega}' \times \vec{r}'. \quad (2.18)$$

El primer término a la derecha es la aceleración como se vería en el sistema rotatorio. El segundo término es la aceleración de Coriolis. El tercer término es la aceleración centrípeta en el marco de coordenadas giratorio [8].

Una cosa más a destacar del efecto Coriolis es más evidente en la trayectoria de un objeto que se mueve longitudinalmente. En la Tierra, un objeto que se mueve a lo largo de una trayectoria norte-sur, sufrirá una desviación aparente hacia la derecha en el hemisferio norte y hacia la izquierda en el hemisferio sur. En el caso de la burbuja rotando este efecto se tomará en cuenta al momento de estudiar la trayectoria que siguen los vórtices en el instante que se desprenden de la pluma térmica.

2.4. Número de Reynolds

El número de Reynolds (R_e) es una cantidad adimensional que establece la relación entre las fuerzas inerciales y las fuerzas viscosas de un fluido en movimiento. Las fuerzas inerciales determinan mediante la segunda ley de Newton mientras que las fuerzas viscosas son las que se oponen al movimiento del fluido y sirve para determinar el comportamiento de un fluido, es decir, para determinar si el flujo de un fluido es laminar o turbulento y se determina de la siguiente manera:

$$R_e = \frac{\rho u L}{\mu}, \quad (2.19)$$

donde “ ρ ” es la densidad del fluido, “ u ” es la velocidad del flujo, “ L ” es la dimensión lineal característica y “ μ ” es la viscosidad dinámica del fluido.

El flujo es laminar cuando las fuerzas viscosas dominan sobre las fuerzas inerciales, estas fuerzas son las dominantes y por lo tanto el fluido se mueve con una velocidad baja. Un flujo tiene un comportamiento laminar, si el número de Reynolds es menor a 2000 ($R_e < 2000$) para un fluido que fluye por una tubería. El flujo es turbulento cuando las fuerzas inerciales son dominantes y el fluido se desplaza con cambios fluctuantes de velocidad y trayectorias irregulares, el valor para un flujo turbulento en un conducto o canal es cuando el número de Reynolds es mayor a 4000 ($R_e > 4000$) [17,18]. En nuestro caso experimental observaremos si el fluido que conforma las plumas térmicas que se desprenden de la parte inferior de la burbuja tiene un comportamiento laminar o turbulento usando velocimetría de imágenes por partículas.

2.5. Transferencia de Calor

La transferencia de calor es el proceso de propagación del calor en distintos medios. La transferencia de calor se produce siempre que existe un gradiente térmico o cuando dos sistemas con diferentes temperaturas se ponen en contacto. El proceso persiste hasta alcanzar el equilibrio térmico, es decir, hasta que se igualan las temperaturas [19].

La energía calorífica es transferida por tres mecanismos básicos.

1. **Conducción:** Es la transferencia de calor que se produce a través de un medio material por contacto directo entre sus partículas y sin transferencia neta de masa, el medio puede ser sólido, líquido o gaseoso, aunque en líquidos y gases solo se da la conducción pura si se excluye la posibilidad de convección.
2. **Convección:** Se caracteriza porque se produce por intermedio de un fluido (gas o líquido) que transporta el calor entre zonas con diferentes temperaturas. La convección se produce únicamente por medio de fluidos. Éstos, al calentarse, aumentan de volumen y, por lo tanto, disminuyen su densidad y ascienden desplazando el fluido que se encuentra en la parte superior y que está a menor temperatura. Lo que se llama convección en sí, es el transporte de calor por medio de las corrientes ascendente y descendente del fluido.
3. **Radiación:** En ausencia de un medio, existe una transferencia neta de calor por radiación entre dos superficies a diferentes temperaturas, debido a que todas las superficies con temperatura finita emiten energía en forma de ondas electromagnéticas [19].

2.6. Número de Grashof

El número de Grashof (Gr) es un número adimensional en dinámica de fluidos y transferencia de calor que se aproxima a la relación entre la flotabilidad y la fuerza viscosa que actúa sobre un fluido. Surge con frecuencia en el estudio de situaciones que involucran convección natural y es análogo al número de Reynolds [20].

El número de Grashof se define como:

$$Gr = \frac{g\beta(T_{pared} - T_{\infty})L^3}{\nu^2} \quad (2.20)$$

donde “ g ” es la aceleración de la gravedad, “ β ” es el coeficiente de expansión térmica, “ T_{pared} ” es la temperatura de la pared, “ T_{∞} ” es la temperatura aparente, “ L ” es la longitud vertical y “ ν ” es la viscosidad cinemática.

2.7. La convección natural

Como estamos trabajando con fluidos, entonces la transferencia de calor no es solo una transferencia de energía sino también de masa, por lo que la transferencia de calor en el caso de estudio sobre la burbuja de jabón es principalmente por la convección natural. La convección natural también conocida como convección libre, es un mecanismo o tipo de transporte de masa y calor, en el que el movimiento del fluido se genera solo por diferencias de densidad en el propio fluido debido a gradientes de temperatura y no por ninguna fuente externa (como una bomba de calor, un ventilador, etc.). En la convección natural, el fluido que rodea la fuente de calor recibe este calor y, por expansión térmica, se vuelve menos denso y por lo tanto tiende a ascender. En otras palabras, los componentes más pesados (más densos) caerán, mientras que los componentes más ligeros (menos densos) se elevarán, lo que provoca un movimiento de fluido en general que da lugar a recirculaciones o celdas convectivas. La convección natural solo puede ocurrir dentro de un campo gravitacional o en presencia de una aceleración adecuada como:

1. Fuerza centrífuga.
2. Fuerzas de Coriolis.
3. Aceleraciones externas.

La aparición de la convección natural está sujeta al número de Rayleigh que puede interpretarse conceptualmente como el parámetro adimensional que mide la importancia relativa

entre los efectos de las fuerzas de flotabilidad y los efectos de las fuerzas de viscosidad y de la conducción térmica y es definido como:

$$Ra = \frac{g\beta(T_{pared} - T_{\infty})L^3}{\nu\alpha}, \quad (2.21)$$

donde “ g ” es la aceleración de la gravedad, “ β ” es el coeficiente de expansión térmica, “ T_{pared} ” es la temperatura de la pared, “ T_{∞} ” es la temperatura aparente o temperatura ambiente segun sea el caso, “ L ” es la longitud vertical, “ α ” es la difusividad térmica y “ ν ” es la viscosidad cinemática.

Un numero de Rayleigh con una valor menor a 1000 indica que la transferencia de calor es por conducción mientras que un numero de Rayleigh mayor a 1000 indica que la transferencia de calor es por convección.

La convección natural aparece cuando un gradiente de temperatura aplicado a un fluido produce un cambio en la densidad del mismo y el numero de Rayleigh supera un cierto valor critico ($Ra > 1000$). Una representación física de este fenómeno lo podemos observar en la Figura 2.3 en la cual tenemos un fluido entre dos placas donde la placa inferior (T_1) esta a una temperatura mayor que la placa superior (T_2). El fluido se calienta y consecuentemente se produce un cambio de densidad y este fluido empieza a ascender para luego llegar al límite superior (placa Azul) y descender volviendo a iniciar el ciclo [21].

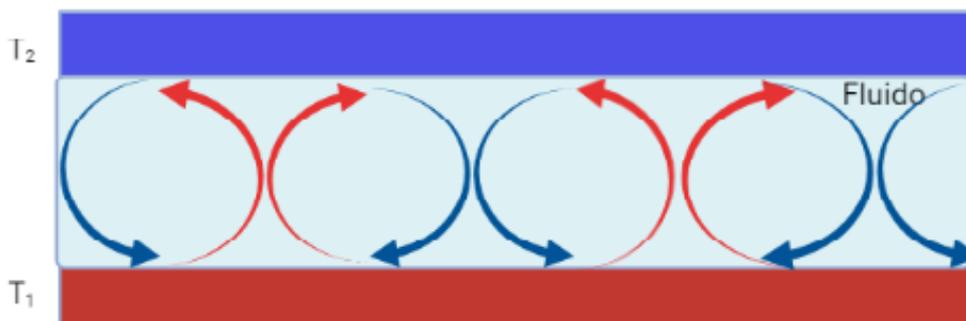


Figura 2.3: Modelo físico de la convección natural en el cual las flechas rojas representan las plumas térmicas en ascensión. Al llegar a la parte superior en color azul el fluido recupera su densidad original y decende, estas plumas termicas en un modelo realista se verian con forma de una celda las cuales se llaman celdas de Rayleigh-Bernard.

2.8. Pluma Térmica

Una característica a resaltar también de la convección natural es que la manifestación de esta, se produce mediante la aparición de plumas térmicas. Una pluma térmica es una columna de fluido que está siendo calentado a una temperatura superior a la del fluido circundante (aunque también se pueden dar casos en los que ambos fluidos sean distintos, sin embargo no es necesariamente una pluma térmica), esta diferencia de temperaturas produce un cambio de densidad en el fluido ya que la densidad disminuye con el aumento de la temperatura y produce una fuerza de flotación ascendente que conduce el fluido hacia la parte superior donde el fluido termina, es ahí donde el fluido caliente empieza a ceder energía térmica y por lo tanto regresa a su densidad original; al recuperar su densidad original el fluido cae por acción de la gravedad regresando al fondo donde de nueva cuenta se vuelve a calentar empezando así el ciclo , una representación física de este fenómeno se observa en la Figura (2.4) en la cual tenemos un fluido bajo las mismas condiciones que la Figura (2.3), pero para un solo caso en el que se formaría una sola celda convectiva [22], [23]. Este es el principal fenómeno de estudio sobre el cual tendremos dos vertientes, una estacionaria y otra rotatoria, en ambos casos se producirán plumas térmicas y se estudiara su forma, duración, velocidad de desplazamiento, además de la producción de vórtices, de igual forma caracterizando las propiedades antes mencionadas en ambos casos estacionario y rotatorio.

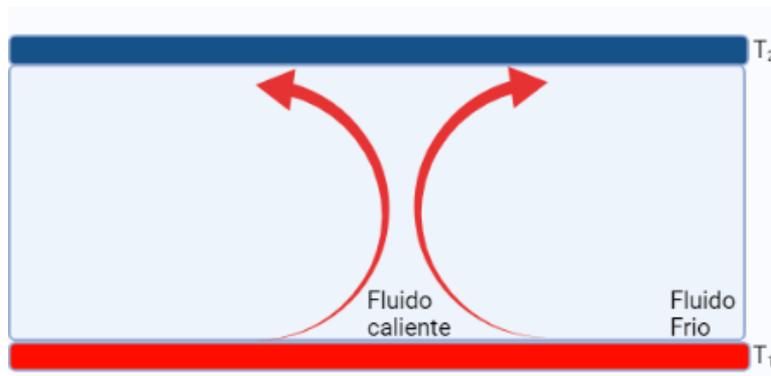


Figura 2.4: Modelo físico de una pluma térmica.

2.9. Aproximación de Boussinesq

La aproximación de Boussinesq suele utilizarse en flujos inducidos por convección natural para tratar las variaciones de densidad debidas a variaciones de temperatura de una forma simplificada. La aproximación es precisa cuando las variaciones de densidad son pequeñas, ya que esto reduce la no linealidad del problema. La aproximación de Boussinesq se aplica a problemas en los que el fluido varía en temperatura de un lugar a otro, impulsando un flujo de fluido y transferencia de calor.

El fluido satisface la conservación de la masa, la conservación del momento y la conservación de la energía. En la aproximación de Boussinesq, las variaciones en las propiedades del fluido distintas de la densidad se ignoran, y la densidad solo aparece cuando se multiplica por g la aceleración gravitacional, si \vec{v} es la velocidad local de una porción del fluido, la ecuación para la conservación de masa es:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0. \quad (2.22)$$

Si ignoramos las variaciones de densidad, está se reduce a:

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0. \quad (2.23)$$

La expresión general para la conservación de la cantidad de movimiento de un fluido newtoniano incompresible (las ecuaciones de Navier-Stokes) es:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \vec{v} + \frac{1}{\rho} \vec{F}, \quad (2.24)$$

donde ν es la viscosidad cinemática y F es la suma de todas las fuerzas del cuerpo como la gravedad. En esta ecuación, se supone que las variaciones de densidad tienen una parte constante y otra que tiene una dependencia lineal con la temperatura:

$$\rho = \rho_0 - \alpha \rho_0 (T - T_0), \quad (2.25)$$

donde α es el coeficiente de expansión térmica. La aproximación de Boussinesq establece que la variación de densidad solo es importante en el término de flotabilidad.

Si $\vec{F} = \rho \vec{g}$, es la fuerza del campo gravitacional, la ecuación de conservación resultante es:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla (P - \rho_0 \vec{g} \cdot \vec{z}) + \nu \nabla^2 \vec{v} - \vec{g} \alpha (T - T_0). \quad (2.26)$$

En la ecuación del flujo de calor, la capacidad calorífica por unidad de volumen ρC_p , se supone que es constante y se ignora el término de disipación. La ecuación resultante es:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla T = \frac{k}{\rho C_p} \nabla^2 T + \frac{J}{\rho C_p}, \quad (2.27)$$

donde J es la tasa por unidad de volumen de producción de calor interno y k es la conductividad térmica. Los flujos de Boussinesq son comunes en la naturaleza (como los frentes atmosféricos, la circulación oceánica, los vientos catabáticos), en la industria (dispersión densa de gas, ventilación con vitrinas de gases) y en el entorno de la construcción (ventilación natural, calefacción central). La aproximación es extremadamente precisa para muchos de estos flujos y simplifica las matemáticas y la física [24, 25].

2.10. El efecto Marangoni

Una cosa a tener en cuenta también es que la burbuja del signo experimental al ser de un grosor muy pequeño, y que está al estar formada por dos esferas concéntricas hechas de una película de jabón con una interfase en el medio que está llena de fluido (agua en su mayoría) en constante movimiento, desplazándose sobre todo a la parte superior de la burbuja, debemos tener en cuenta si este movimiento es producto de la propia capilaridad o del efecto Marangoni. El efecto Marangoni tiene lugar cuando hay un gradiente de tensión superficial en la interfaz entre dos fases; siendo comúnmente la interfaz de un líquido y un gas. Dado que un líquido con una tensión superficial alta “tira” más fuertemente del líquido circundante que uno con una tensión superficial baja, la presencia de un gradiente en la tensión superficial hará que el líquido fluya lejos de las regiones de tensión superficial baja. El gradiente de tensión superficial puede ser causado por un gradiente de concentración o un gradiente de temperatura (la tensión superficial es una función de la temperatura).

En los casos en que la concentración impulsa la variación de la tensión superficial, el efecto Marangoni se denomina efecto soluto-capilar. En los casos en que la tensión superficial varía con la temperatura, el efecto Marangoni se denomina efecto termo-capilar. Ambos efectos pueden tener lugar simultáneamente.

Es importante que no se confunda el efecto Marangoni con el efecto de capilaridad. Las fuerzas capilares son responsables de un menisco en una interfaz, o en la forma de una gota de agua. El tamaño típico de una pequeña gota de líquido se deriva del equilibrio entre las fuerzas de tensión superficial “ σ/L_c ” y la presión hidrostática “ $\rho g L_c$ ”. el tamaño “ L_c ” se denomina longitud y se puede estimar como:

$$L_c = \sqrt{\sigma/\rho g}, \quad (2.28)$$

aquí “ σ ” es la tensión superficial en N/m, “ ρ ” es la densidad del fluido en kg/m³ y “ g ” es la aceleración debido a la gravedad. En agua, $\sigma = 72.8 \times 10^{-3}$ N/m a 20 °C. La longitud capilar está por lo tanto dentro de rango de 2 a 3 mm para el agua. Esto proporciona una buena estimación del diámetro de una gota de agua que está en reposo sobre una superficie plana. Por encima de estas dimensiones, la gravedad se vuelve cada vez más predominante. Por debajo de esta dimensión, las fuerzas capilares suelen ser mucho mayores que los efectos de la gravedad. Todo esto es cierto para un sistema isotérmico.

Sin embargo, cuando hay un menisco y un soluto se evapora de la superficie del líquido, pueden ocurrir gradientes, de concentración a lo largo de la superficie del líquido. La razón de estos gradientes es que el soluto que se evapora se reemplaza más rápidamente en una superficie plana en comparación con el menisco, ya que el transporte del soluto desde la masa hasta la superficie es más rápido en la interfaz plana. En cierto modo, esto conecta los efectos capilares y el efecto Marangoni.

El efecto Marangoni puede tener lugar en ambas escalas: microfluidos y macrofluidos. Lo importante es la variación de la tensión superficial, por ejemplo, con respecto a la temperatura en el efecto Marangoni inducido térmicamente. La escala a la que se manifiesta el efecto Marangoni inducido térmicamente se relaciona con el gradiente de temperatura en la dirección tangencial a la interfaz. Una variación de σ podría provenir de efectos térmicos o de composición (concentración):

$$d\sigma = \frac{\partial\sigma}{\partial T}dT + \frac{\partial\sigma}{\partial c}dc, \quad (2.29)$$

con T y c indicando la temperatura y la concentración. Sea $\gamma = \left| \frac{d\sigma}{dT} \right|$ la dependencia térmica de la tensión superficial en N/m/K. el valor absoluto se usa para que el número adimensional de Marangoni permanezca positivo. Una definición similar se aplica a la dependencia de la composición de la tensión superficial. El efecto Marangoni inducido térmicamente relaciona la componente normal del esfuerzo cortante con la derivada tangencial de la temperatura.

Para un fluido incomprensible sin contribución de presión en un flujo laminar, se escribe como:

$$\left[\mu \left(\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T \right) \right] \cdot \vec{n} = \gamma \nabla_t T. \quad (2.30)$$

Esta es una condición de contorno que actúa en la superficie libre del fluido modelada con las ecuaciones de Navier-Stokes. El número de Marangoni es el Número adimensional que da la relación entre el efecto termocapilar y las fuerzas viscosas.

$$Ma = |\gamma| L \Delta T / (\mu k), \quad (2.31)$$

donde L es la longitud del sistema en metros, ΔT es la diferencia de temperatura a lo largo del sistema en K , μ es la viscosidad dinámica en kg/s/m , y k es la difusividad térmica en m^2/s . Quedando de la siguiente manera:

$$Ma = \frac{\sqrt{\frac{\gamma \Delta T}{\rho L}} \sqrt{\frac{\gamma \Delta T}{\rho L}}}{(\nu/L) (k/L)}, \quad (2.32)$$

las velocidades típicas involucradas son la velocidad termocapilar $\sqrt{\frac{\gamma \Delta T}{\rho L}}$, la velocidad de difusión térmica k/L , y la velocidad de difusión molecular ν/L . Basado en esto, es fácil derivar un número de Reynolds equivalente de la forma:

$$Re = \sqrt{Ma/Pr}, \quad (2.33)$$

con $Pr = \nu/k$ como el número de Prandtl, que es característico del fluido de interés [26, 27].

2.11. Número de Ekman

Al tener en la segunda fase del experimento un sistema en rotación a velocidad angular constante y dado que tenemos un fluido viscoso y que está rotando sujeto a la fuerza de Coriolis; podemos describir cómo estas dos fuerzas interactúan por medio del número de Ekman.

El número de Ekman es un número adimensional que se usa para describir la relación entre las fuerzas viscosas y las fuerzas de Coriolis. Se utiliza con frecuencia en la descripción de fenómenos geofísicos en los océanos y la atmósfera.

Está definido como:

$$Ek = \frac{\nu}{2D^2\Omega \sin \varphi}, \quad (2.34)$$

donde “ D ” es una escala de longitud característica del fenómeno; “ ν ”, la viscosidad; “ Ω ”, la velocidad angular de rotación; y “ φ ” la latitud [28], [29].

Capítulo 3

Modelo Experimental

La realización de este experimento se dividió en dos partes, en la primera parte se utilizó un modelo en donde la burbuja se encuentra sobre la placa Peltier en una base fija. En la segunda etapa de este experimento, la placa Peltier se puso a rotar a cierta cantidad de revoluciones por minuto para poder estudiar la fenomenología bajo estas circunstancias. La primera parte de este experimento consiste en la creación, observación y estudio de plumas térmicas y celdas de convección en una burbuja de jabón en estado estático, que es puesta en un baño térmico para mantener una temperatura específica. Parte del equipo utilizado en el experimento consiste en una caja de 40 cm × 40 cm de poliestireno con el fin de mantener la temperatura interna y con un forro de papel blanco que hace la función de pantalla de luz, al momento de que la fuente de luz entre en contacto con el interior de la caja se atenué, y pueda llegar a iluminar la burbuja de una manera en la que la propia refracción de la luz dentro de la burbuja nos permita observar la circulación de fluido de forma clara.

Para el calor aplicado a la burbuja se usó una placa tipo Peltier de 2.54 cm \times 2.54 cm sobre una base de acrílico o plástico que se conecta a un motor eléctrico para hacer girar la base en la que la placa Peltier está puesta de donde se desprenden un par de electrodos de cobre los cuales hacen contacto con un par de anillos de aluminio en la parte baja de la base del motor, de estos se extienden par de cables por los cuales es conectada la fuente de poder de 12 Vcc. Este sistema se usará para la segunda fase experimental en donde el motor es puesto en marcha y en donde la placa Peltier tenga una alimentación continua sin que existan cambios bruscos de temperatura en la burbuja al momento de que ésta esté girando debido a la pérdida de alimentación eléctrica hacia la placa; y que de igual forma la placa puede ser alimentada sin que el motor esté en marcha para realizar la primera fase del experimento. Todas las evidencias se tomaron con una cámara Nikon D3300.

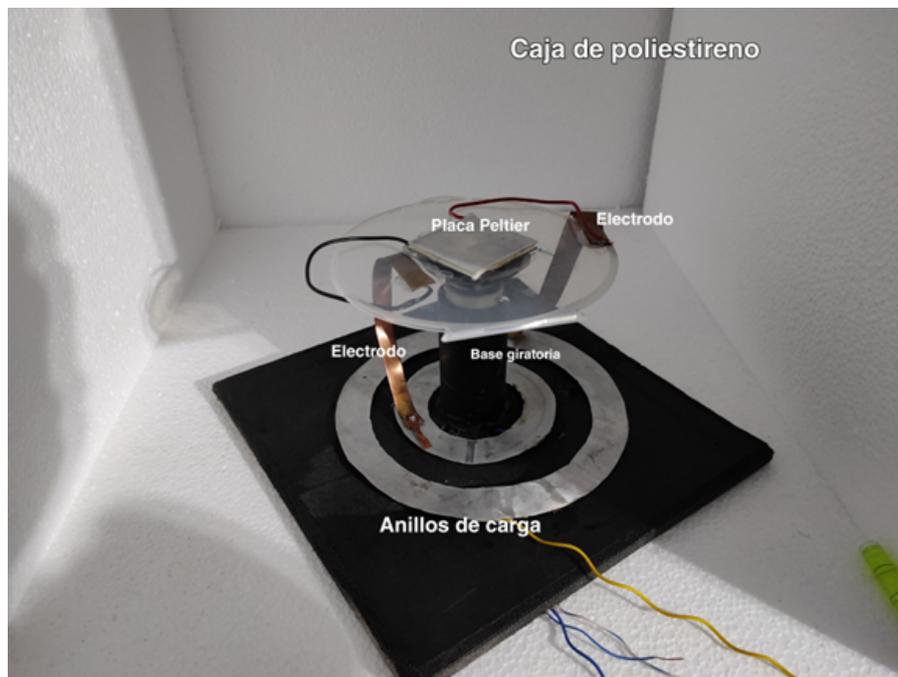


Figura 3.1: Modelo experimental.

Sin embargo el fluido utilizado para generar la burbuja es crucial para el desarrollo del experimento. En este caso, una tasa de evaporación rápida inducida por el calentamiento de la placa Peltier es indeseable ya que complica la realización del experimento. Por esta razón se probaron diferentes mezclas de agua, glicerina y jabón. En este trabajo la mezcla utilizada fue de 40 ml de jabón líquido, 30 ml de glicerina pura y 350 ml de agua.

3.1. Control de la temperatura en la placa Peltier

Teniendo en cuenta que durante este experimento se realizarán mediciones a distintas temperaturas, se debió mantener una temperatura estable durante un tiempo determinado, y poder establecer una nueva temperatura y así sucesivamente. Por este motivo se usó de un circuito que nos permitiera manipular la corriente al amperaje de alimentación deseado y que lo mantuviera estable para poder realizar las mediciones. Se recurrió a un circuito controlador de corriente basado en un regulador de tensión LM317 conectado en serie a una resistencia de $1\ \Omega$ y a una resistencia variable de $500\ \Omega$. El diagrama de este circuito se muestra en la Figura 3.2. Este componente tiene varias cualidades. Una de ellas es una protección ante las tensiones altas ya que nos entrega un potencial neto de $1.5\ \text{V}$ lo cual ayuda a evitar problemas con la placa evitando sobrecalentamientos innecesarios o variaciones de tensión que pueden afectar al experimento.

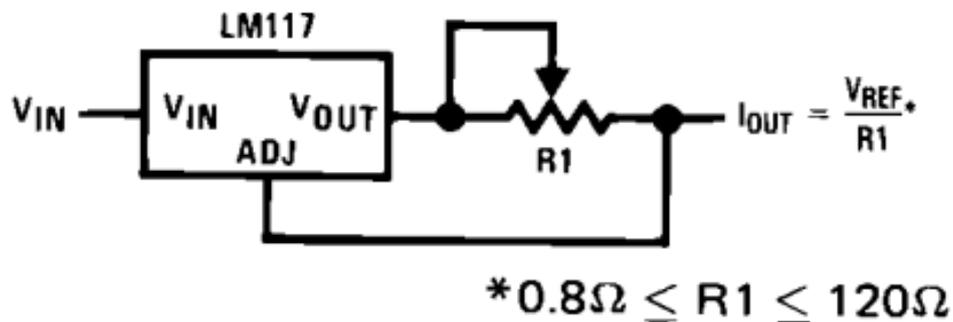


Figura 3.2: Circuito de control de corriente con un LM317 [30].

3.2. Controlar la velocidad del motor

Respecto del motor que se usa en la segunda fase del experimento se debe poder controlar su velocidad de giro a fin de mantener las revoluciones por minuto (RPM) adecuadas para un buen comportamiento de la burbuja y que se pueda estudiar su comportamiento mientras ésta se mantiene girando. Se tomó en cuenta esto y se armó un pequeño circuito que regula el voltaje de alimentación al motor con el fin de mantenerlo a revolución constante, usando un Mosfet IRFZ44N junto con un potenciómetro variable de 100 K Ω que es alimentado por un cargador de voltaje variable de 3 V-12 V en corriente continua como se muestra en la Figura 3.3. Cuando se conecta al motor, se establece la fuente de poder en un voltaje de alimentación de 3 Vcc y al momento de manipular el potenciómetro se notara como la velocidad del motor se reduce o aumenta en función de la resistencia seleccionada.

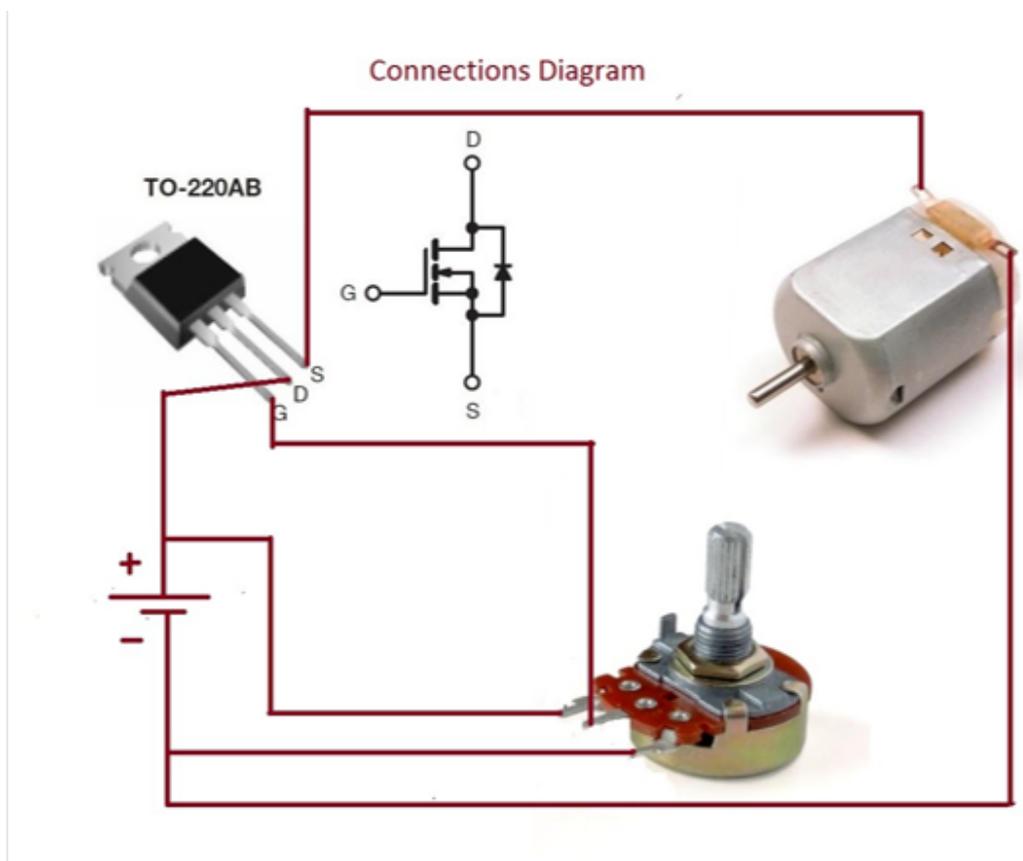


Figura 3.3: Diagrama de conexión del control de velocidad para un motor DC [31].

3.3. Caracterización de la placa Peltier

Otra cosa que se tuvo que tomar en cuenta es que se necesita caracterizar la temperatura que produce la placa al momento que se hace circular una corriente a través de ella y también si este calor producido es homogéneo en la placa. Para realizar esto, se caracterizó la temperatura que de la placa en función de la corriente con la que se alimenta. Este procedimiento se realizó usando dos instrumentos de medición, el primero fue un termopar conectada a un multímetro marca FLUKE modelo 179, y el segundo fue una cámara termográfica marca FLIR modelo C2. Las mediciones se hicieron alimentando la placa a distintos amperajes. Para el caso en el que se uso la sonda de temperatura las mediciones se hicieron con una variación de 10 mA. Esta información se puede graficar para analizar su comportamiento como se muestra a continuación en la Figura 3.4.

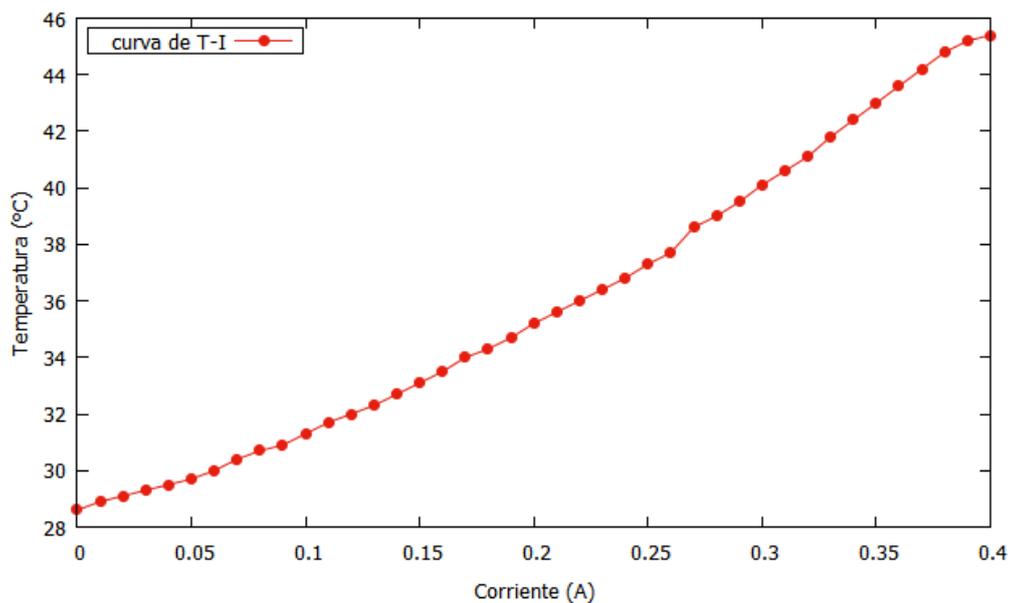


Figura 3.4: Curva de temperatura obtenida por medio de la sonda de temperatura en el centro de la placa.

Para el segundo método de medición se usó una cámara infrarroja con la cual se tomaron imágenes de la placa Peltier y de estas imágenes se comprobó que la temperatura que produce es en su mayoría homogénea en el área interna de la placa con pequeñas variaciones de 0.2 grados que son despreciables, como se muestra a continuación.

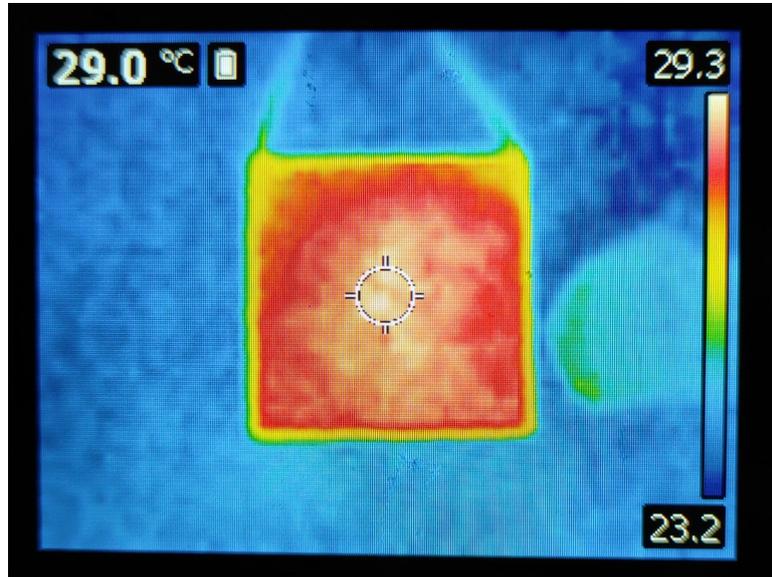


Figura 3.5: Imagen FLIR de la placa Peltier mientras es alimentada por una corriente de 500 mA.

Variando el amperaje en una tasa de 50 mA por un lapso de 1 minuto entre medición y medición y graficando los datos obtenidos de igual que la parte del termopar para poder observar su comportamiento a lo largo del tiempo se obtiene la siguiente grafica de la Figura [3.6](#)

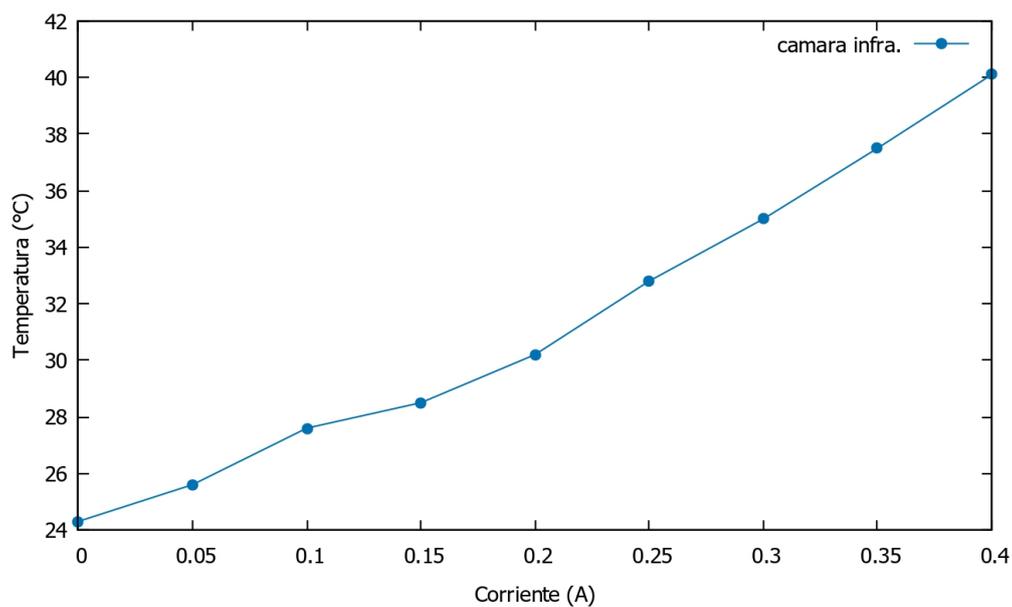


Figura 3.6: Temperatura en función de la intensidad de corriente aplicada. Datos obtenidos con la cámara FLIR.

Una vez obtenidos los datos de ambos equipos de medición podemos realizar una gráfica (Figura 3.7) de comparación entre las dos curvas donde podemos observar una tendencia muy similar entre los dos instrumentos; podemos observar una discrepancia en las temperaturas iniciales que nos llevan a diferencias en cada medida de temperatura respecto a la corriente, esto es debido a que las mediciones fueron realizadas en distinto tiempo y por lo tanto a distinta temperatura inicial.

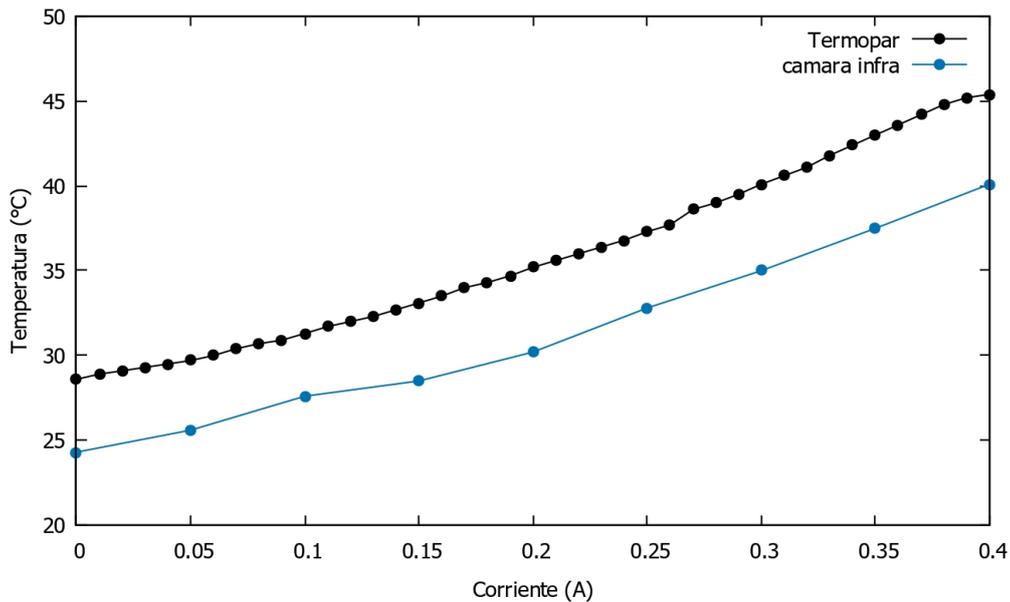


Figura 3.7: Comparación de la Temperatura en función de la Corriente usando la cámara FLIR y el Termopar.

Caracterizados estos aspectos podemos concluir que una buena forma de medición es la cámara infrarroja ya que nos da un mapeo de temperaturas en la superficie de la burbuja.

3.4. Parte I: Modelo estático

Una vez caracterizado el experimento, se debe aislar de toda luz exterior para obtener una refracción adecuada en la burbuja y que la cámara pueda captar el movimiento dentro de ésta, de igual importancia es el aislamiento de corrientes de aire que puedan afectar la tensión superficial de la burbuja, incluso el propio aliento puede afectar el experimento por lo que se debe mantener una distancia prudente de la burbuja.

En esta primer parte del experimento se buscó la caracterización de las plumas térmicas, haciendo mediciones con un intervalo de 50 miliampers, dejando en el intervalo de 0 a 50 miliampers un lapso de 5 minutos con el fin de que la placa llegue a su punto de calentamiento máximo a ese amperaje. Una vez calentada la placa se esparció una fina película de la mezcla de jabón junto con una gota de colorante de contraste o tinta trazadora, y se colocó la burbuja cuidando de que la bóveda de la burbuja no sobresalga de la placa, una vez la burbuja en posición, se dejó reposar para que empiece a calentarse aproximadamente un tiempo estimado de 20 a 30 segundos para que el calor de la placa se transfiera a la burbuja y el fluido entre la interface empiece a moverse. Se tomaron las imágenes y videos en las que se apreció movimiento y en donde ocurrió una diferencia de colores en forma de una columna transparente de líquido que sale con dirección ascendente. También se hizo uso de la cámara FLIR para obtener imágenes que demuestren cómo el flujo de fluido que conforma las plumas térmicas se desplaza hacia el polo de la burbuja están a una temperatura superior que el flujo que las rodea.

3.5. Parte II: Modelo dinámico

Para la segunda etapa del experimento se puso en marcha el motor eléctrico. Este procedimiento se pudo realizar de dos maneras, la primera manera fue poner la burbuja en la placa sin que el motor esté funcionando y esperar a que esta se caliente en el tiempo estimado, después se pone el motor en marcha y se realiza la toma de imágenes y videos con la cámara fotográfica y con la cámara FLIR. La segunda forma fue poniendo en marcha el motor en las revoluciones por minuto adecuadas gracias al control de velocidad del motor el cual fue colocado a 10,20,50,100 RPM, para después con mucho cuidado colocar la burbuja en la placa giratoria y esperar a su calentamiento para posteriormente hacer la toma de evidencia.

3.6. Velocimetría de Imágenes por Partículas

En esta tercera parte del experimento se realizó el metodo de velocimetría por imágenes de partículas para caracterizar y estudiar el comportamiento de las plumas térmicas formadas así como obtener una representación gráfica del comportamiento del campo de velocidades. La velocimetría por imágenes de partículas consiste en la siembra de partículas trazadoras hechas de vidrio con un tamaño de micrómetros y una densidad parecida a la del fluido para evitar efectos cinéticos en el mismo. Estas partículas al agregarse en el fluido y tener una densidad parecida no afectan su comportamiento de este y por lo tanto no lo afectan, para después por medio de una fuente de iluminación estas reflejen la luz incidente y se pueda ver el recorrido del fluido. Mediante la toma de un video, se realiza un análisis en el software de PIVlab para obtener una velocidad promedio del campo de velocidades captado por la camara para cada caso y poder calcular el número de Reynolds.

Capítulo 4

Resultados

Para la primera parte del experimento en donde se pudieron generar las plumas térmicas, se obtuvieron las siguientes imágenes en donde se aprecia una diferencia clara de colores. Las zonas blancas que conforman la pluma térmica son producto de una temperatura mayor en la burbuja mientras que la parte circundante de color rojo está a una temperatura más baja. Cabe resaltar que la temperatura inicial en la placa fue de 28.3°C , esto sin hacer pasar corriente a través de ésta además de que la burbuja tuvo una vida de media de entre 3-5 minutos, dependiendo la temperatura aplicada en la placa. Para la primera parte del experimento se obtuvieron las siguientes fotografías que se muestran en la Figura [4.1](#)

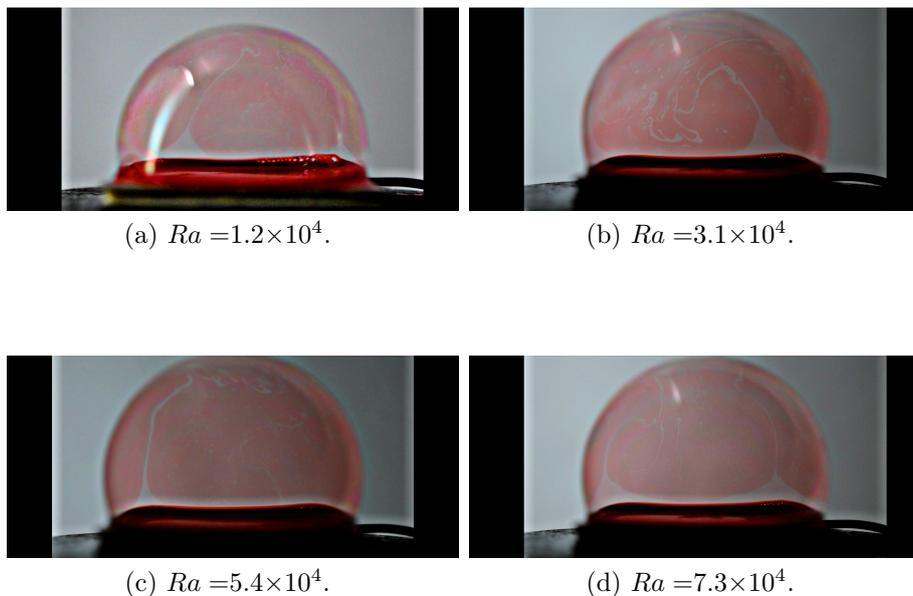


Figura 4.1: Plumitas térmicas a una corriente de 100, 200, 300 y 400 mA respectivamente.

En la Figura 4.1(a) la placa Peltier se alimentó con una corriente de 100 mA dando una temperatura de 30.1 °C en la base de la burbuja, y se pudo observar la formación de plumas térmicas de pequeño tamaño en la base de la burbuja y moviéndose a lo largo del mismo hasta que llegan a un punto en común en donde se formó una pluma térmica de mayor tamaño con el mismo desplazamiento hasta desaparecer en un tiempo alrededor de entre 2 y 3 s (Figura 4.2a).

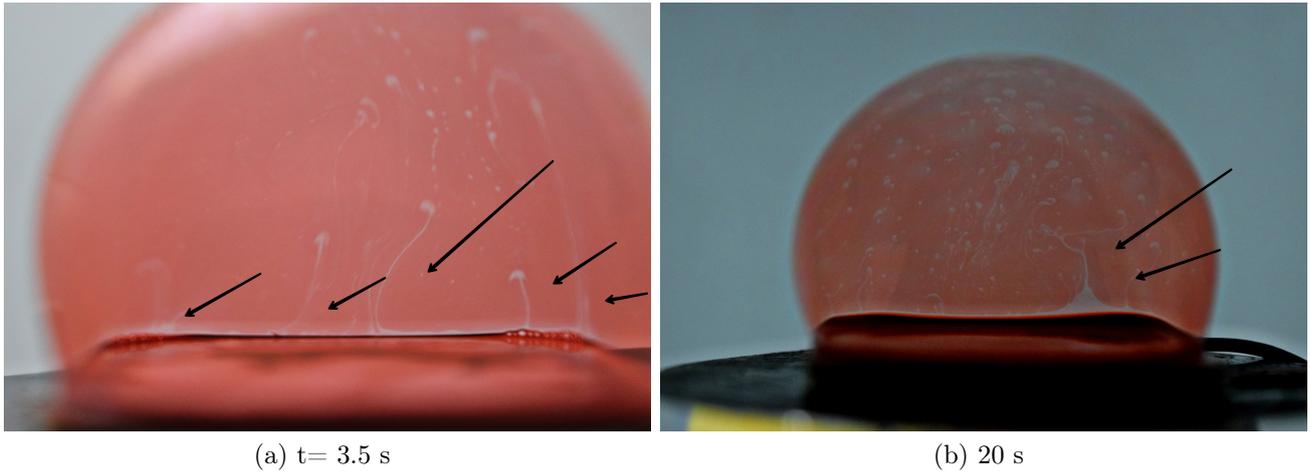


Figura 4.2: Formación de plumas térmicas con $Ra = 1.2 \times 10^4$ a distinto paso temporal.

Para la Figura 4.1(b) se hizo pasar una corriente de 200 mA obteniendo una temperatura de 34.9 °C en la base de la burbuja, obteniendo una pluma térmica que se extiende desde el ecuador de la burbuja hasta casi el polo de la burbuja, deviniendo en la caída del fluido formando una pequeña recirculación antes de llegar al polo de la misma y teniendo una duración de 4 s hasta disiparse y pasar a formar plumas térmicas más pequeñas (Figura 4.3).

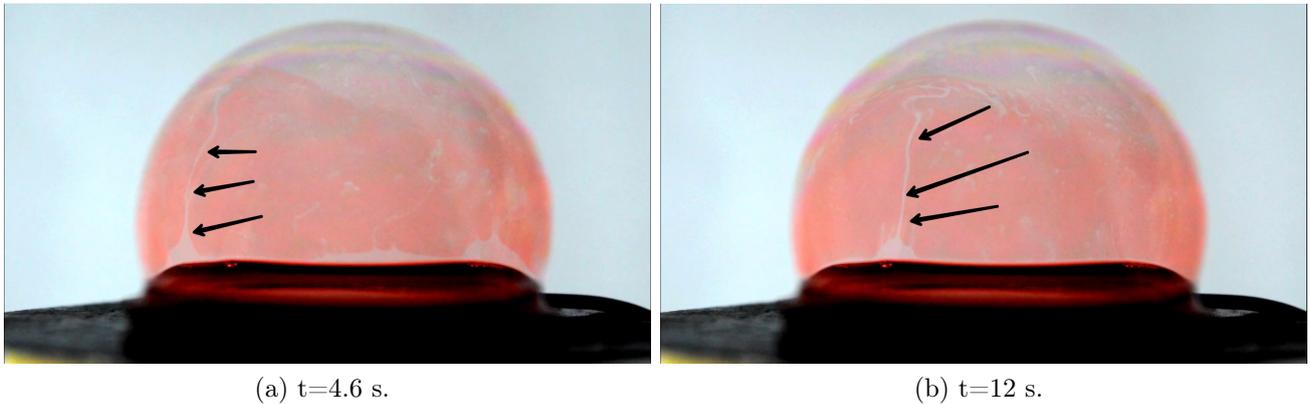


Figura 4.3: Formación de plumas térmicas con $Ra = 3.1 \times 10^4$ a distinto paso temporal.

En la Figura 4.1(c) la placa Peltier se calentó a 39.8 °C con una corriente de 300 mA, para este caso se observó cómo las plumas térmicas se formaban desde que la burbuja fue colocada en la placa Peltier. De igual forma estas pequeñas plumas térmicas que se formaron al principio, interactuaron entre ellas para pasar a formar plumas mas grandes las cuales se elevaron hasta alcanzar el polo de la burbuja y permanecer activas por 10 s antes de decaer en pequeñas recirculaciones momentáneas como se puede apreciar en la Figura 4.4.

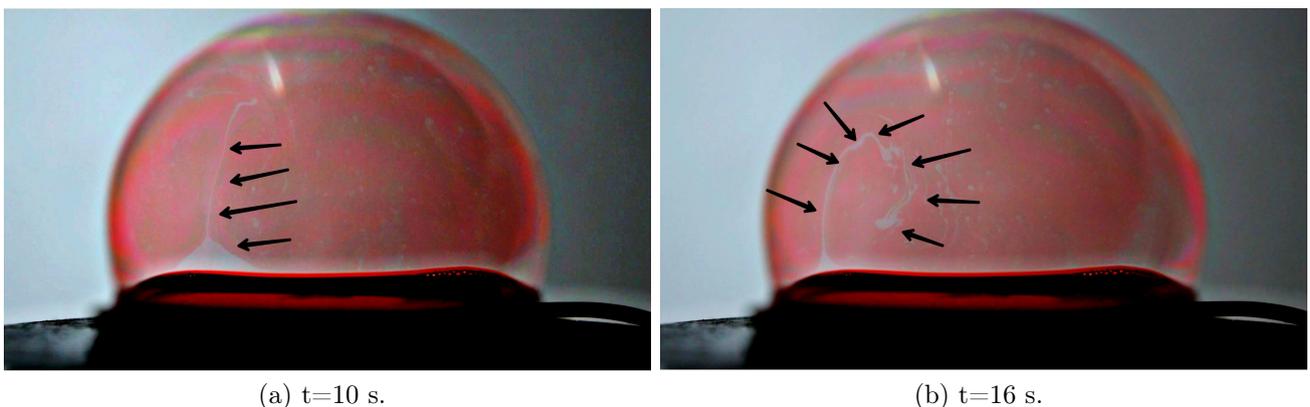


Figura 4.4: Formación de plumas térmicas con $Ra = 5.4 \times 10^4$ a distinto paso temporal.

Para la Figura 4.1(d) se alcanzó una temperatura de 44.8 °C a una corriente de 400 mA. Se obtuvieron de igual forma plumas térmicas de un tamaño medio respecto al tamaño de la burbuja y que alcanzaron el polo en un lapso de 3 s, además de que se obtuvo una separación de la interface en un lapso de 8 s, el comportamiento de estas plumas fue errático alrededor del ecuador ya que la formación de esta separación de fluidos calientes y fríos, condujo a que las plumas dejaran de tener un comportamiento estable para pasar a formar recirculaciones debido a que el fluido se mueve mas rapido que en comparación con casos anteriores.

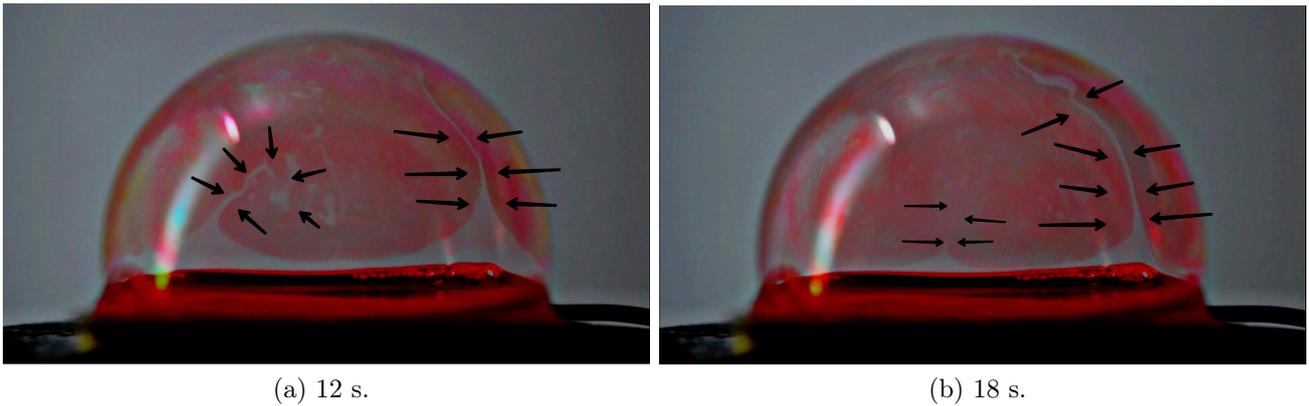


Figura 4.5: Formación de plumas térmicas a $Ra = 7.3 \times 10^4$ a distinto paso temporal.

Junto con estos resultados también se obtuvo un mapa de la variación de temperatura a lo largo del hemisferio que conforma la burbuja como se muestra a continuación.

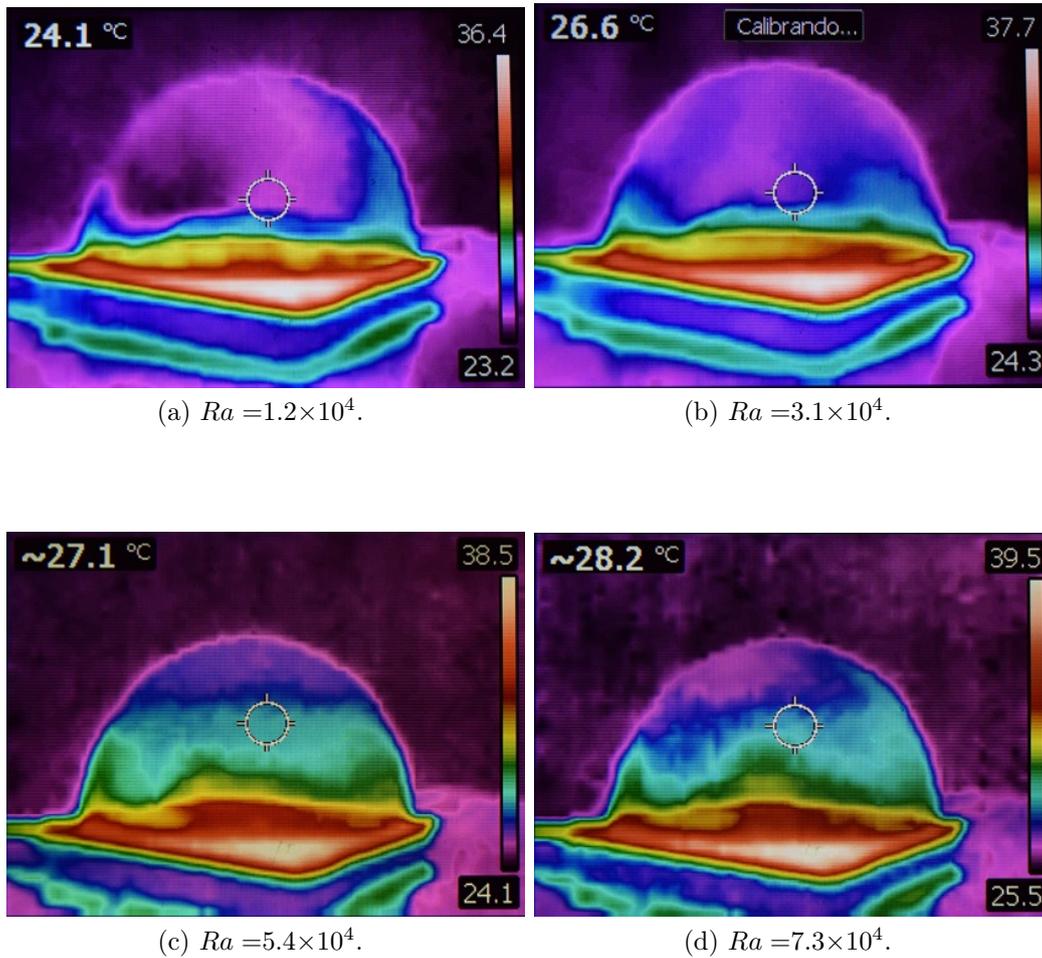


Figura 4.6: Mapas de temperatura con $I=100$, 200, 300 y 400 mA respectivamente.

Se puede observar cómo la temperatura de la burbuja se mantiene constante en la mayoría de la superficie de ésta, sin embargo, hay puntos en donde aparece un flujo de fluido a una temperatura mayor que está representando por un color distinto en este caso el color amarillo y verde.

De igual forma se obtuvo un campo de velocidades mediante velocimetría de imágenes de partículas, para poder estudiar el comportamiento y desplazamiento de las plumas térmicas a lo largo de la circunferencia de la burbuja, como se puede observar a continuación, sin embargo, el método de PIV tiene sus limitaciones, por ejemplo la propia geometría de la burbuja impide obtener un campo de velocidades homogéneo ya que el software no detecta el movimiento de las partículas de manera constante (desaparecen y reaparecen dependiendo el ángulo donde se encuentren dentro de la burbuja).

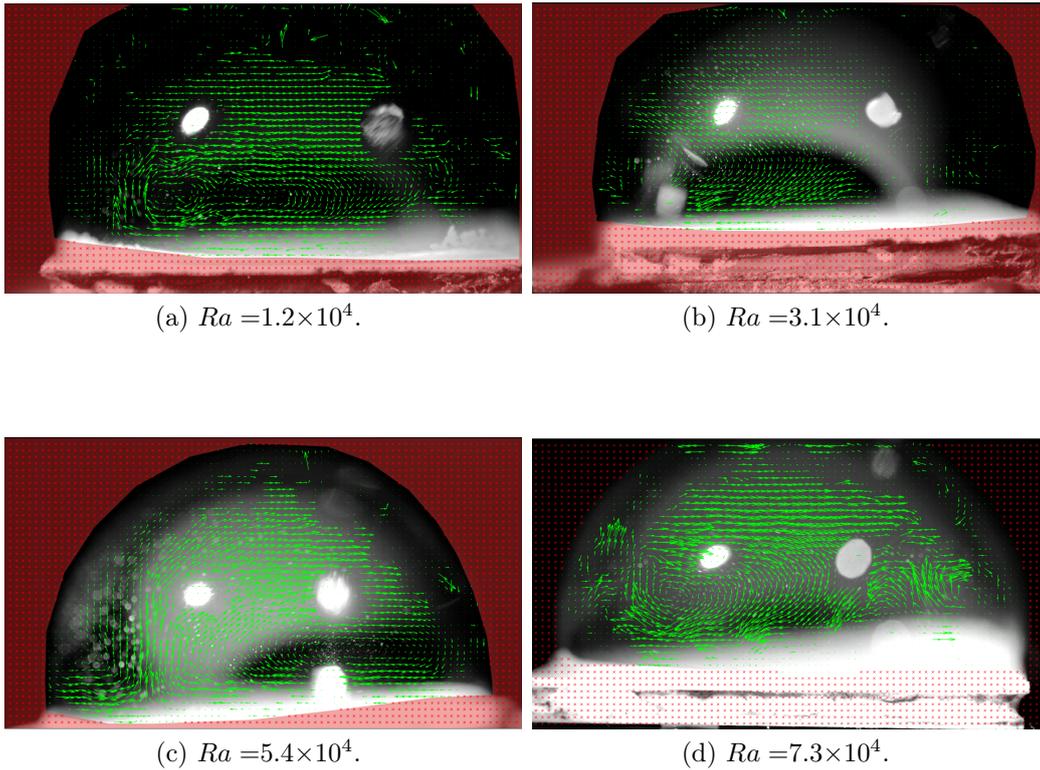


Figura 4.7: Mapas de velocidades a distintos números de Rayleigh.

Para el número de Rayleigh se calculó primero el número de Grashof, usando como coeficiente de expansión térmica “ β ” con un valor de $6.9 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ correspondiente a nuestra mezcla para realizar la burbuja de jabón junto con el producto de la diferencia de temperatura entre la placa y la temperatura, y una viscosidad cinemática “ ν ” de $1 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$, multiplicándolo por un número de Prandtl con valor de 7 [32]. Se obtienen los siguientes resultados.

Cuadro 4.1: Número de Rayleigh

Amperaje (mA)	Diferencia de temperatura ($^\circ\text{C}$)	Ra
400	16.8	7.3×10^4
300	11.5	5.4×10^4
200	6.6	3.1×10^4
100	2.7	1.2×10^4

Se puede observar que el número de Rayleigh es mayor conforme la corriente que alimenta la placa Peltier es mayor y por lo tanto la temperatura también es mayor. El mayor número de Rayleigh que se obtiene es de 7.3×10^4 mientras que el menor número obtenido es de 1.2×10^4 , dado que tenemos un número de 10^4 en todos los casos, se puede concluir que el fenómeno de convección natural está presente en el fluido que se desplaza alrededor de la burbuja y que las plumas térmicas generadas por la transferencia de calor son una consecuencia de dicha convección natural.

Para el caso de la Velocimetría de imágenes por partículas (PIV) se obtuvo una velocidad para cada caso en donde la placa Peltier en su modalidad estática es alimentada con $I= 100, 200, 300$ y 400 mA. Usando una calibración a 2.50 cm que se considera como el diámetro de la burbuja, con 16.66 ms de paso temporal entre fotograma y fotograma dado el ajuste a 60 FPS de la cámara, se obtiene como resultado $1 \text{ Px}=2 \times 10^{-5}$ m. Con las siguientes velocidades para cada pixel por frame (1 Px/frame).

Cuadro 4.2: Velocidades por cada pixel/frame

Amperaje (A)	Velocidad (m/s)
400	0.00143
300	0.00139
200	0.00136
100	0.00132

Con estos datos se obtuvieron las siguientes velocidades maximas para cada video y una velocidad maxima total promedio para cada uno de los videos que se muestran a continuación.

Cuadro 4.3: Velocidades máximas promedio (m/s)

	400 mA	300 mA	200 mA	100 mA
Video 1	2.0907×10^{-2}	1.7132×10^{-2}	1.5244×10^{-2}	1.3253×10^{-2}
Video 2	1.8254×10^{-2}	1.6677×10^{-2}	1.5252×10^{-2}	1.3704×10^{-2}
Video 3	1.7549×10^{-2}	1.7492×10^{-2}	1.8809×10^{-2}	1.4063×10^{-2}
Velocidad total	1.9×10^{-2}	1.71×10^{-2}	1.64×10^{-2}	1.3673×10^{-2}

Una vez conocidas estas velocidades y asumiendo que la mezcla con la que está echa nuestra burbuja tiene una viscosidad cinemática de $1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ y una longitud característica de 0.0254 m, podemos estimar un número de Reynolds que queda de la siguiente manera.

Cuadro 4.4: Número de Reynolds para el modelo estático.

Amperaje (mA)	Velocidad (m/s)	Re
400	1.9×10^{-2}	482.60
300	1.71×10^{-2}	434.34
200	1.64×10^{-2}	416.56
100	1.3673×10^{-2}	347.29

Se puede observar que el número de Reynolds es mayor a números de Rayleigh altos y por ende a diferencias de temperatura mayores mientras que a números de Rayleigh bajos el número de Reynolds es bajo. Para este caso, el número de Reynolds máximo que se obtuvo fue de $Re=482.6$ por lo que, el flujo de fluido de jabón que forma las plumas térmicas y las recirculaciones subsecuentes se comportan de manera laminar.

En cuanto a la segunda parte del experimento, se realizaron las siguientes mediciones con la burbuja rotando sobre su eje a 50 y 100 RPM de igual forma la corriente de alimentación a la placa Peltier de 100 mA a 400 mA. Se usó colorante negro como trazador para poder seguir el rastro formado por las plumas térmicas. Para una corriente de 100 mA a 50 RPM se pudo observar la formación de plumas térmicas, que al momento de formarse empiezan a torcerse moviéndose en la dirección de giro de la placa. Este efecto de inclinación se produce más rápidamente en el ecuador de la burbuja y conforme la pluma térmica asciende este efecto es más lento. El efecto de inclinación es notorio cuando estas plumas son formadas a temperaturas bajas.

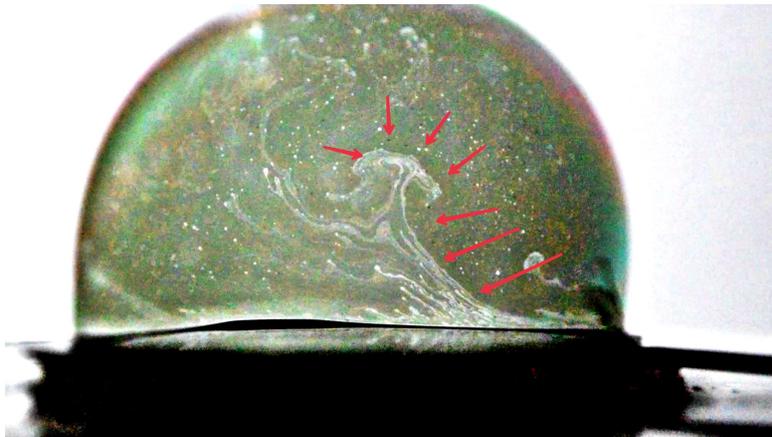


Figura 4.8: Pluma térmica $Ra = 1.2 \times 10^4$ y $Ek = 2.9 \times 10^{-4}$.

En 100 mA, pero con 100 RPM el efecto de inclinación siguió presente con el cambio de que la condición de arrastre para la pluma térmica fue más rápida.

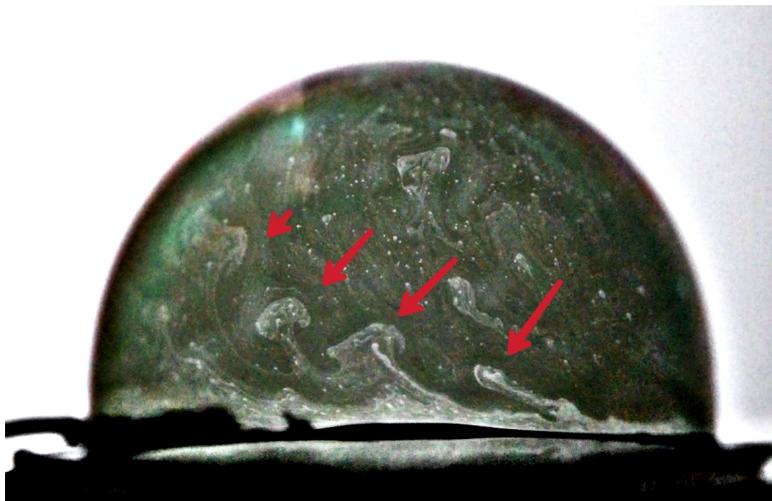
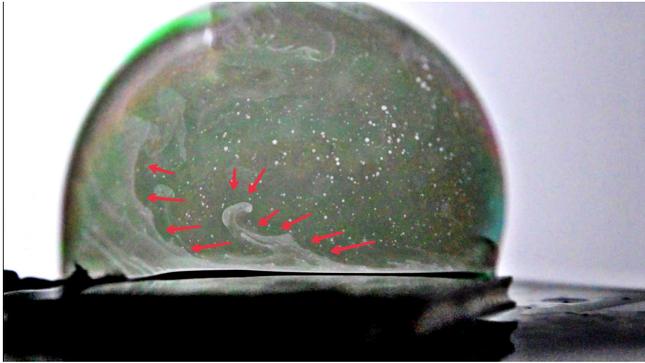
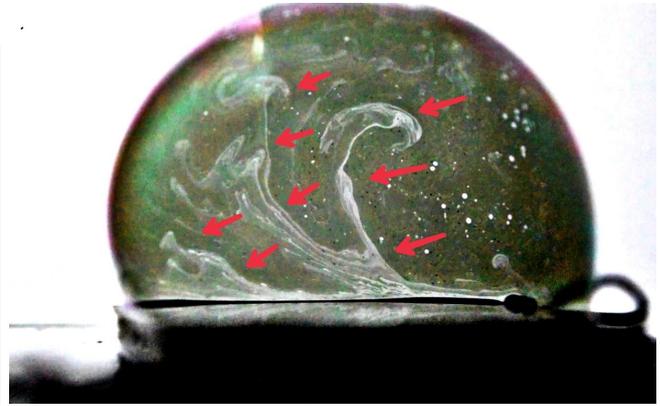


Figura 4.9: Pluma térmica $Ra = 1.2 \times 10^4$ y $Ek = 1.48 \times 10^{-4}$.

El efecto de inclinación por el giro de la placa Peltier está presente en cada uno de las mediciones que se realizaron para 200 mA, 300 mA y 400 mA, junto con esta la aparición de recirculaciones o vórtices que se desprenden de estas plumas térmicas en movimiento y siguiendo el movimiento de giro de la burbuja.



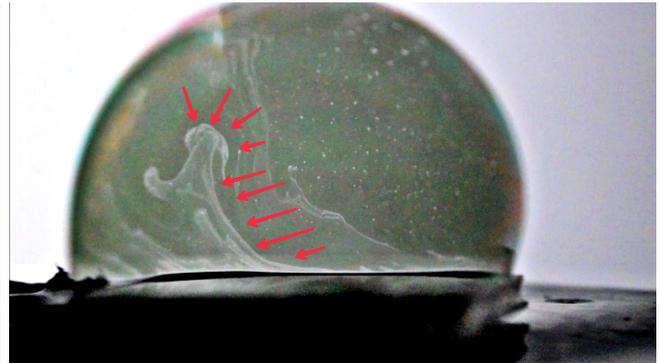
(a) $Ek = 2.9 \times 10^{-4}$.



(b) $Ek = 1.48 \times 10^{-4}$.



(c) $Ek = 2.9 \times 10^{-4}$.



(d) $Ek = 1.48 \times 10^{-4}$.

Figura 4.10: Plumaz térmicas a corrientes $I = 200$ mA (imágenes a y b) y 300 mA (imágenes c y d) con distintos pasos temporales cada una.

El caso de 400 mA es particular pues las plumas térmicas que se formaron tanto a 50 RPM como a 100 RPM, se pudo observar que la aparición de plumas térmicas y la subsecuente creación de recirculaciones ocurrió de una forma menos errática, como se muestra en la Figura [4.11](#).

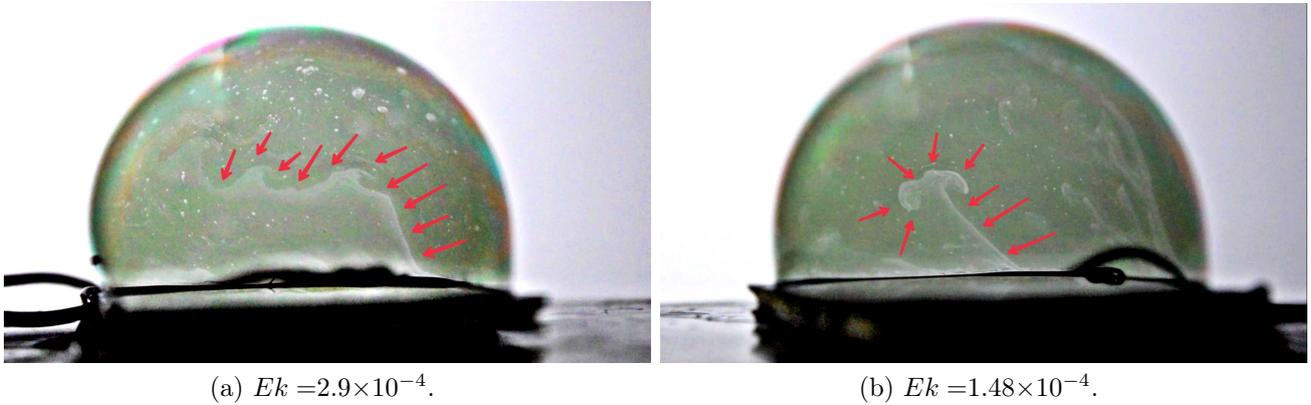


Figura 4.11: Formación de plumas térmicas a $Ra = 7.3 \times 10^4$ a distinto paso temporal.

En la Figura 4.9(a) cuando la burbuja está girando a 50 RPM se puede observar la formación de una pluma térmica y la subsecuente aparición de una estela debido a una condición de arrastre, podemos observar la formación de pequeñas recirculaciones. En cambio, la Figura (b) se observa la formación de estas plumas térmicas y casi de inmediato se denota la aparición de recirculaciones sin dar paso a una estela de fluido como si lo hacia la burbuja a 50 RPM.

Para el caso del modelo rotacional de la burbuja se calculó el número de Ekman para poder observar cómo afectaban las fuerzas de rotación a la burbuja. En este caso el efecto más evidente que se puede observar que la rotación afecta a la dinámica de la burbuja es por medio de la inclinación de las plumas térmicas al momento de aparecer, realizando varias mediciones a través de un software de análisis de fotogramas obtuvimos un promedio en los ángulos de inclinación de las plumas térmicas a distinto número de Rayleigh.

De igual manera usando los parámetros como la velocidad angular a la que la burbuja esté girando que para este caso es de 10.47 rad/s y una longitud característica de 2.54 cm, usando estos cálculos se obtuvo un número de Ekman de 1.48×10^{-4} con este número adimensional obtenido, se realizó el siguiente cuadro incluyendo los ángulos de inclinación respecto a la vertical.

Cuadro 4.5: Ángulo de inclinación de las plumas térmicas.

Número de Rayleigh	Número de Ekman	Inclinación (°)
7.3×10^4	1.48×10^{-4}	60
5.4×10^4	1.48×10^{-4}	50
3.1×10^4	1.48×10^{-4}	30
1.2×10^4	1.48×10^{-4}	30

Como se puede observar, el número de Ekman afecta en mayor medida a las plumas térmicas que se crean cuando el número de Rayleigh es relativamente bajo. Para el número de Rayleigh más bajo que en este caso fue de $Re=1.2 \times 10^4$ se obtuvo un ángulo de inclinación de alrededor de 60° respecto a la vertical, mientras que el número de Rayleigh mayor que en este caso fue de $Re= 7.3 \times 10^4$ y se obtuvo un ángulo de inclinación de 30° .

Cabe mencionar que, en ambos casos (estático y rotacional) se presenta un fenómeno interesante. En el caso estático pasado cierto tiempo las plumas térmicas de menor tamaño empiezan a interactuar entre ellas empezándose a formar una pluma térmica de mayor tamaño con una mayor duración respecto a las plumas mas pequeñas, este fenómeno sucede en todos los casos sin importar los números de Rayleigh son bajos o altos.

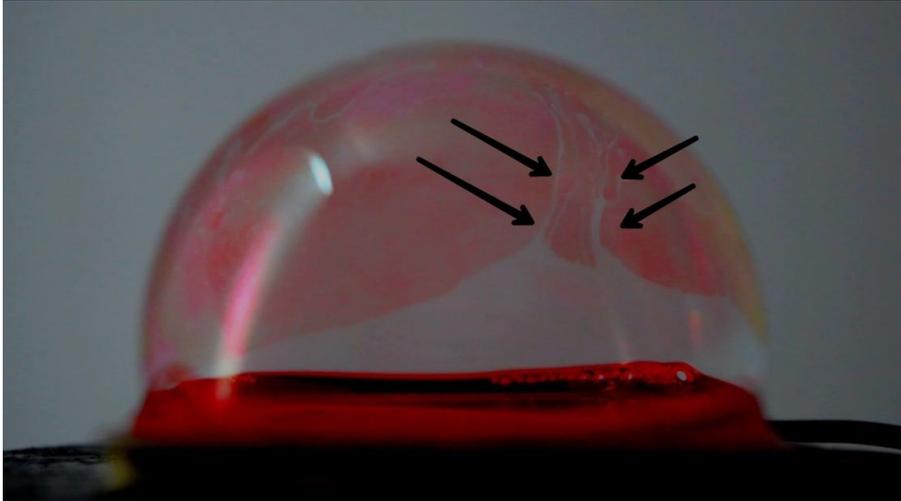


Figura 4.12: Dos plumas térmicas a punto de interactuar entre ellas.

Para el caso rotacional además de la interacción entre las plumas térmicas como ocurre en el caso estático, también ocurre un fenómeno interesante en el caso de los vórtices. Al momento de que la pluma térmica se genera de esta se desprenden dos clases de vórtices, unos en sentido ciclónico y otros en sentido anticiclónico, éstos vórtices con sentido de giro ciclónico interactúan de igual manera entre ellos, para formar vórtices de mayor tamaño y de mayor duración.

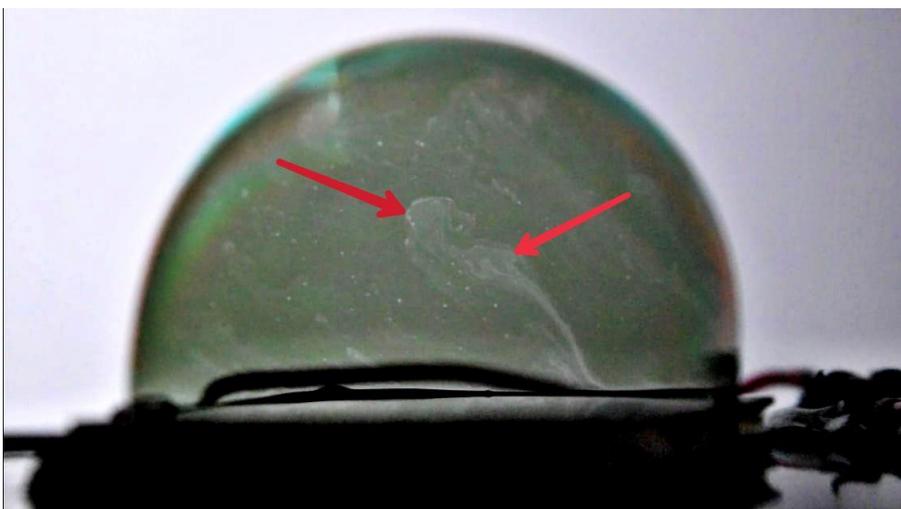


Figura 4.13: Dos vórtices a punto de interactuar entre ellos.

4.1. Observación inesperada

Durante la realización de este experimento se obtuvieron las siguientes imágenes.

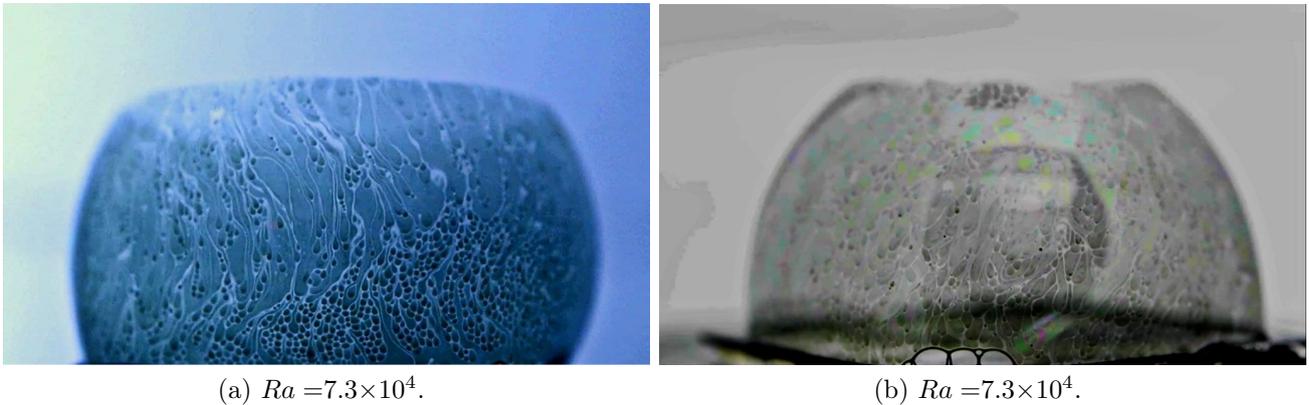


Figura 4.14: Patrón de ruptura atípico

Se puede observar en ambas imágenes la formación de patrones en la parte inferior de la burbuja mientras que la parte superior empieza a adelgazarse al punto de ya no ser visible. A medida que se va creando este patrón característico en la parte inferior, la parte superior se va adelgazando llegando a un punto donde la burbuja llega a romperse. Para este fenómeno se han considerado varias hipótesis sobre qué es lo que produce este patrón de ruptura que van desde:

1. El efecto Marangoni
2. La transferencia de masa al medio ambiente
3. La existencia de un gradiente de humedad

Sin embargo, ninguna de estas explicaciones es concluyente para dar una explicación al fenómeno, por lo que se requieren más estudios.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajo a futuro

Podemos concluir que el fenómeno de convección natural puede ser replicado en una escala menor y bajo condiciones controlables lo cual se confirmó mediante el cálculo del número de Rayleigh el cual para el caso de estudio fue $Ra=10^4$ por lo que la transferencia de calor es mediante convección que en nuestro caso de estudio fue mediante la burbuja de jabón, en la cual la convección natural también se manifestó mediante la aparición de plumas térmicas. A partir de esta conclusión también podemos concluir que el gradiente de temperatura afecta en mayor o menor medida el tamaño y el comportamiento de estas plumas térmicas puesto que un gradiente de temperatura mayor implica un número de Rayleigh mayor; las plumas térmicas que se encuentren bajo este número determinado muestran el fenómeno de cascada inversa de energía en el cual las plumas térmicas empiezan a interactuar entre ellas para formar plumas térmicas más grandes, de igual este fenómeno afecta al modelo rotacional de la burbuja en el cual los vórtices ciclónicos de pequeño tamaño interactúan de igual forma para formar vórtices más grandes con el mismo sentido ciclónico de giro, el sentido ciclónico de los vórtices se define para aquellos vórtices que siguen el sentido de giro de la burbuja mientras que los vórtices que siguen un sentido de giro anticiclónico tienden a desaparecer rápidamente.

Otro de los aspectos a concluir fue que el comportamiento del régimen de fluido afectado por el gradiente de temperatura y que forma las plumas térmicas en ascensión era laminar, esto mediante una caracterización por medio del método de velocimetría de imágenes de partículas en conjunto con PIVlab y obteniendo una velocidad total promedio con la cual obtuvimos un número de Reynolds característico para ese flujo.

En cuanto al modelo rotacional se puede concluir que el número de Rayleigh es afectado por el número de Ekman en mayor o menor medida, esto se comprobó mediante la medición de la inclinación que presentaban las plumas térmicas a distintos números de Rayleigh pero con velocidad angular constante ergo un número de Ekman también constante, en casos donde el número de Rayleigh es pequeño, el ángulo de inclinación de las plumas térmicas al momento de ascender es mucho mayor que si se tuviera un número de Rayleigh mayor.

Para el trabajo futuro, se espera mejorar el campo de velocidades por medio del método de velocimetría de imágenes de partículas para los modelos estático y solucionar los problemas de enfoque a la burbuja en el caso rotacional ya que la geometría de la burbuja dificulta obtener un mapa de velocidad, de igual forma también se plantea estudiar el comportamiento de los vórtices en el modelo rotacional en un nuevo sistema de referencia en el cual la cámara se estará moviendo junto con la burbuja para poder observar el comportamiento y el desplazamiento de un solo vórtice generado a lo largo de la burbuja. Finalmente también se espera estudiar el fenómeno atípico de ruptura en la burbuja ya que no se llegó a una explicación concluyente sobre que es lo que causaba este patrón de movimiento.

Bibliografía

- [1] P. A. Tipler, Física para La Ciencia y La Tecnología Spanish, 5th Edition, 2005.
- [2] D. Sarokin, How does the earth receive heat from the sun?, <https://sciencing.com/earth-receive-heat-sun-4566644.html> (Mar 2019).
- [3] J. Wallace, Atmospheric Science: An Introductory Survey, 2nd Edition, International Geophysics, Academic Press, 2006. [doi:https://doi.org/10.1016/C2009-0-00034-8](https://doi.org/10.1016/C2009-0-00034-8).
- [4] J. P. Rafferty, Convection, circulation, <https://www.britannica.com/science/atmosphere/Convection-circulation-and-deflection-of-air> (Ene 2022).
- [5] W. Straka, A guide to understanding satellite images of hurricanes, <https://www.nesdis.noaa.gov/news/guide-understanding-satellite-images-of-hurricanes> (Oct 2019).
- [6] How do hurricanes form?, <https://spaceplace.nasa.gov/hurricanes/sp/> (Dec 2019).
- [7] B. Crew, Three category 4 hurricanes have just hit the Pacific ocean at the same time, <https://www.sciencealert.com/three-category-4-hurricanes-have-just-hit-in-pacific-ocean-at-the-same-time> (Aug 2015).
- [8] F. Z. Gerald R. North, John A. Pyle, Encyclopedia of Atmospheric Sciences, 2nd Edition, Academic Press, 2014.
- [9] How do hurricanes form?, <https://spaceplace.nasa.gov/hurricanes/en/> (Dec 2019).
- [10] T. Meuel, Y. L. Xiong, P. Fischer, C. H. Bruneau, M. Bessafi, H. Kellay, Intensity of vortices: From soap bubbles to hurricanes, <https://doi.org/10.1038/srep03455> (2013).
- [11] Vortex, <https://en.wikipedia.org/wiki/Vortex> (Dec 2021).
- [12] J. N. Newman, Marine hydrodynamics, MIT Press, 1977.

- [13] M. Heil, The vorticity equation, https://personalpages.manchester.ac.uk/staff/matthias.heil/Lectures/Fluids/Material_2017/Vorticity.pdf (Dec 2007).
- [14] I. Simpson, Vorticity, circulation and potential vorticity - cgd, https://www.cgd.ucar.edu/staff/islas/teaching/3_Circulation_Vorticity_PV.pdf (Apr 2010).
- [15] J. N. Reddy, An Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis, 2nd Edition, Oxford University Press, 2015.
- [16] coriolis force, <http://earthguide.ucsd.edu/virtualmuseum/images/CoriolisForceOnNHemisphere.html>.
- [17] J. D. Jaramillo Diaz, H. A. Cardenas Bañol, Numero de reynolds, <https://repository.uniminuto.edu> (2015).
- [18] T. O. W. H. Bruce Munson, Donald Young, Fundamentals of Fluid Mechanics, 6th Edition, 6th Edition, Wiley, 2009.
- [19] F. P. Incropera, Fundamentals of Heat and Mass Transfer, 6th Edition, Wiley, 2006.
- [20] K. C. Rolle, Termodinámica., Pearson Educación, 2006.
- [21] N. Connor, What is rayleigh number, <https://www.thermal-engineering.org/what-is-rayleigh-number-definition>, journal=Thermal Engineering (Jun 2019).
- [22] Safeopedia, What is a thermal plume? - definition from safeopedia, <https://www.safeopedia.com/definition/3035/thermal-plume>, journal=safeopedia.com (Feb 2017).
- [23] Heater shape effects on thermal plume formation, International Journal of Thermal Sciences 122 (2017). [doi:https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2017.08.012](https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2017.08.012).
- [24] D.J.Tritton, Physical fluid dynamics, 2nd Edition, OUP, 2007. [doi:https://doi.org/10.1007/978-94-009-9992-3](https://doi.org/10.1007/978-94-009-9992-3).
- [25] M. Satoh, Atmospheric Circulation Dynamics and Circulation Models, 1st Edition, Springer Praxis Books / Environmental Sciences, Springer, 2004. [doi:https://doi.org/10.1007/978-3-642-13574-3](https://doi.org/10.1007/978-3-642-13574-3).
- [26] G. A.V., Rayleigh-Benard Convection: Structures and Dynamics, Advanced Series in Non-linear Dynamics, World Scientific, 1997. [doi:https://doi.org/10.1142/3097](https://doi.org/10.1142/3097).

- [27] The marangoni effect, <https://www.comsol.com/multiphysics/marangoni-effect>, journal=COMSOL (Jul 2015).
- [28] J. A. Knauss, Introduction to Physical Oceanography, 2nd Edition, Waveland Pr Inc, 2005.
- [29] G. Schubert, Treatise on geophysics, 1st Edition, Elsevier Science, 2007.
- [30] LM317 adjustable current Source/regulator, http://imajeenyus.com/electronics/20160530_adjustable_current_source/index.shtml (Jun 2016).
- [31] How to control motor speed, <https://www.youtube.com/watch?v=E1BwJzmF78Q> (May 2019).
- [32] G. E. G. e. Verein Deutscher Ingenieure (VDI), Engineering Reference Book on Energy and Heat, 1st Edition, VDI-Buch, Springer, 1992.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL
ESTADO DE MORELOS



INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS BÁSICAS Y APLICADAS

Control Escolar de Licenciatura



VOTOS DE APROBATORIOS

Secretaria Ejecutiva del Instituto de Investigación en Ciencias Básicas Aplicadas de la Universidad Autónoma del Estado de Morelos.
P r e s e n t e.

Por medio de la presente le informamos que después de revisar la versión escrita de la tesis que realizó el C. **ALVAREZ JIMENEZ MISAEL YEZER** con número de matrícula **20154000660** cuyo título es:

“Dinámica de vórtices en burbujas de jabón”

Consideramos que **SI** reúne los méritos que son necesarios para continuar los trámites para obtener el título de **Licenciado Ciencias Área Terminal en Física**.

Cuernavaca, Mor a 07 de septiembre de 2022

Atentamente
Por una universidad culta

Se adiciona página con la e-firma UAEM de los siguientes:

DR. FEDERICO VÁZQUEZ HURTADO	(PRESIDENTE).
DR. MARCO ANTONIO RIVERA ISLAS	(SECRETARIO).
DR. ALDO FIGUEROA LARA	(VOCAL).
DR. SERGIO CUEVAS GARCÍA	(SUPLENTE).
DR. MICHEL ALEJANDRO RIVERO CORONA	(SUPLENTE).



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL
ESTADO DE MORELOS

Se expide el presente documento firmado electrónicamente de conformidad con el ACUERDO GENERAL PARA LA CONTINUIDAD DEL FUNCIONAMIENTO DE LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MORELOS DURANTE LA EMERGENCIA SANITARIA PROVOCADA POR EL VIRUS SARS-COV2 (COVID-19) emitido el 27 de abril del 2020.

El presente documento cuenta con la firma electrónica UAEM del funcionario universitario competente, amparada por un certificado vigente a la fecha de su elaboración y es válido de conformidad con los LINEAMIENTOS EN MATERIA DE FIRMA ELECTRÓNICA PARA LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ESTADO DE MORELOS emitidos el 13 de noviembre del 2019 mediante circular No. 32.

Sello electrónico

SERGIO CUEVAS GARCÍA | Fecha:2022-09-07 09:15:24 | Firmante

dWfAQV7WJyPubE25UFZ7VZ5nOkbulBHxiAJIG85H6k4v07b5KJEAX6mGoJVDON1+I/uM5zwwFfQpUur1qhNmz5vSR2A+KjqbJCBTVfsS5nrYBmQRKq5uSAFTsW3Pij8TxDrFzIbOcKr38QZle0HmFyTJ9Ra9PXYNeXNDns1GWAaghZ/6e1ntraHr5OBQtCL8IRInvtqNI2KF3eTOM62YBZC8Lvt4FMFtfWxwYNTjobgk72e9ecA74o379cJ+5HKpmKtvz8cc/5B3NM+GZPHLLNGFhkBz/8MWuGyrP2FE8uDeDkCcPb/wxiQarxHIGvBz72AFpvm3AUL4cM0dXWYq3bw==

ALDO FIGUEROA LARA | Fecha:2022-09-07 10:02:26 | Firmante

NOcW2EJ6Iw3sLiuyRERmJQci9GJkzeKkWFSTNGHt7J6vaSA6q7vpymzvr9sZEpYVG/yWys4VANY3IsLrudekRdJ+T2707oFGs3H3V3ZJLTOu48YSmCeF7W3iBApWmWJM8zOMzLgWAv1WkvO25NuTdOf7zNW7rdBT9mnik1vIPT7tLBT5QblJQm9jzcZ1IITsSTM/+OUF7pOdOH79PmTCBLES/QPJNnRP+AviWZOIgwq15fyjPBm0nelOhljfWwxp1aP0/yXsy/UwgN43nBSFgzCgBtslfrBOGYJaNNICGUnxFxO0my+JLfdCH1fyhtRWWrws32oxOFQtebgPwLPQ==

FEDERICO VAZQUEZ HURTADO | Fecha:2022-09-07 11:59:40 | Firmante

yNigzKXLV8DggPuH+SqREMI4NjNuSPu49h5W/h396W/T+3nPOmwjk5xc075AtnChO6wAO7QAK2gr6j0QW1KjaQjW9xLyL7HfLjH0fBifcxNCshlhj57V2HIF0Tu2UcPW1tTKrS5dkkVcabWwq3sEBk/zQ4pKAvk/lmsHnDh1M60fO9V9EnqhaH38yHmFb6VyXU4sjc5MalaQCqLuYMQd1tmlCbdmYB6BPO6pAfv3cLJ3cSr20VHkU4Y8FJDrMqkgapT9Ifv33Msllo7oRAWohd9evpEcbpnodMHCmCU8ipoFaKE6ceMPN6HMq2w2mjyp/tVF9arqzqq/3rzM28ew==

MARCO ANTONIO RIVERA ISLAS | Fecha:2022-09-07 18:51:23 | Firmante

8JY6ilfKrnzq+uFHj4Bypk1NTMqIbJUVQldq/CDM4Wvr3vLM8mliK9pQDtJK31WZE2c2Fv6IA1tz+bcMw8IKJfGjfx7vgNEtBbVw2odmatDge8o1v3IOFWck5/mgXNMEd8BPvoNL8S6G8mN8wyxfAYzt0GH/9mbklJPg+yVCVJpzD9Pqub5wgHUNlGg9R5yUo063cXjyAHqzFf5MZKJcNe7oFlyPH73whz9zvJhxP3xHOxO3mO8bL4LJyQy64i9uXst6C994K5ZqVl8XacCwbfA612ecC1cYcx+dqH3C7C+KYWaDd6GFEFfxJHL4feOUTD/Jc4kk4Ka5zsAElyg==

MICHEL ALEJANDRO RIVERO CORONA | Fecha:2022-09-08 15:50:20 | Firmante

Fip7sdMAqmNs+8147StuvYgp/Lp+026157s1RsE8O3w/1K4OBsGWzfVdvwytvG+fhXwUSP/LNJeWiiLL3LM7Q1Sn1ZaDWKfbqZN7h9gAPH/XebyU1QLORB3WmKZml62NLQr74J/uJTQq7Frkg14YIKWC4I/BuKMsODgxYqLGdzOG5QbuQpZG/KUy1xLZTppVGwfp/8QzYDg2u9WtiYkQBamjj4svi3PXWys7rx1DiAVcm+PaVUNHy+DxBlp2Ave2u0vxxH6u2fDQ/v6B1KZgBaJyV8hDKGQ6jKSzpqRqdX5k8B92idZfJ/p8sJ2HMVNcksqGvqZ4L2VJC6bi774AG5A==

Puede verificar la autenticidad del documento en la siguiente dirección electrónica o escaneando el código QR ingresando la siguiente clave:



tuJdgE7QO

<https://efirma.uaem.mx/noRepudio/NUsmJrOeBoUNXRXTMmMy7gdjcMNIRMj>

