



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL  
ESTADO DE MORELOS**

**INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS BÁSICAS Y  
APLICADAS**

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS**

**“CONJUGACIÓN DE LA PUPILA CON LA SUPERFICIE DE  
UN ESPEJO REFRACTOR”**

**TESIS PARA OBTENER EL GRADO DE:**

**LICENCIADO EN TECNOLOGÍA CON ÁREA TERMINAL EN FÍSICA APLICADA**

**C. LUIS ARTURO TAPIA ALARCÓN**

**DIRECTOR**

**DR. OMAR PALILLERO SANDOVAL**

**SINODALES**

**Dr. José Jesús Escobedo Alatorre**

**Dr. José Manuel Cubos Ramírez**

**Dr. Omar Palillero Sandoval**

**MICA. Francisco Javier García Díaz**

**Ing. Jorge Arturo Carreño García**

**CUERNAVACA, MORELOS, ABRIL 2022.**

## Agradecimientos

Al Dr. Omar Palillero Sandoval, primero por ser mi profesor en distintas asignaturas durante la licenciatura, que me condujeron a desarrollar este tema de tesis, también por aceptarme como su asesorado, guiar mi trabajo en laboratorio y dirigir mi desarrollo de tesis, animarme a participar en el MOPM 2021 para compartir con la comunidad óptica el trabajo que había desarrollado, pero también por su paciencia en el tiempo que me tomo terminar de redactar mi trabajo de tesis. Muchas gracias.

Al Centro de Investigación en Ingeniería y Ciencias Aplicadas (CIICA), por darme la oportunidad de ser parte de su comunidad y prestarme sus instalaciones durante toda mi carrera y el desarrollo de mi trabajo de tesis.

A mi compañero de laboratorio el MICA Francisco Javier García Díaz, con el que compartí dudas y comentarios durante el desarrollo del mi trabajo experimental.

A mis sinodales los Dres. José Jesús Escobedo Alatorre, José Manuel Cubos Ramírez, el MICA Francisco Javier García Díaz y el Ing. Jorge Arturo Carreño García, que con sus comentarios y observaciones me han hecho mejorar mi trabajo.

A mi tío el Dr. Arturo Alarcón Martínez, por siempre apoyarme desde mi niñez. Muchas gracias, tío.

A mi madre y mi tía por su amor y sacrificios, y todo el apoyo que siempre me han brindado.

A mi mamá mita que aún que ya no está conmigo, sé que hubiera estado feliz de ver mi trabajo terminado.

## Dedicatoria

A mi mamá mita Carmen Martínez Ramírez, mi mamá Olivia Magdalena Alarcón Martínez y mi tía Estela Guadalupe Alarcón Martínez.

## Resumen

Se realizó un sistema de imágenes hiperespectrales (HSI por sus siglas en inglés), por medio de la conjugación del plano de la imagen, una pupila colocada a la salida de una fuente de luz incoherente fue llevada a la superficie de un espejo refractor que tiene una rejilla grabada en su superficie, la cual difracta la imagen de la pupila conjugada y permitió la separación de esta en las diferentes longitudes de onda que contiene la fuente de luz, apoyado de una cámara digital “Canon Rebel T6” que implementa un sensor CMOS, y un sistema de desplazamiento mecánico. Se realizó un escaneo de forma radial, lo cual permitió obtener un conjunto de imágenes hiperespectrales de la pupila, además el sistema fue puesto a prueba con un foco incandescente, a fin de generar otro conjunto de imágenes hiperespectrales, pero ahora del filamento del foco y observar las distintas longitudes de onda que el sistema es capaz de separar.

Se demostró que el sistema es óptimo para ser empleado como un espectrómetro de imágenes, que, con aditamento adicionales, permitiría tener un HSI, capaz de analizar diferentes tipos de muestras, como podrían ser, sustratos, muestras biológicas, en el análisis de alimentos, o control de calidad del agua.

## Índice general

Capítulo 1 Introducción .....	1
1.1 Introducción .....	1
1.2 Antecedentes .....	1
1.3 Objetivo General.....	3
1.4 Objetivo particular .....	3
1.5 Justificación.....	3
1.6 Limitaciones .....	4
Capítulo 2 Marco Teórico .....	6
2.1 Teoría de Formación de Imágenes.....	6
2.1.1 Formación de imágenes con iluminación coherente.....	6
2.1.2 Respuesta al impulso de una lente positiva.....	10
2.2 Formación de imágenes con luz incoherente.....	13
2.3 sistema formador de imágenes como sistema lineal .....	14
2.3.1 Respuesta en frecuencia del caso coherente .....	14
2.3.2 Respuesta en frecuencia al caso incoherente.....	15
2.4 Conjugación de Pupila.....	16
2.5 Espectrómetro de imágenes.....	17
2.4.1 Fundamentos de un espectrómetro de rendija .....	17
2.4.2 Rejilla dispersiva.....	21
2.4.3 Rejilla cóncava.....	23
2.4.4 Montaje Paschen-Runge .....	25
2.6 Sistema de imágenes hiperespectrales .....	26

Capítulo 3 Sistema formador de imágenes por medio de la conjugación de pupila sobre la superficie de un espejo refractor .....	30
Capítulo 4 Trabajo experimental y Resultados.....	32
4.1 Sistema óptico formador de imágenes hiperespectrales.....	32
4.3 Resultados.....	35
4.3.1 Conjunto de imágenes espectrales del LED .....	35
4.3.2 Gráficas de emisión del espectro del LED .....	37
4.4 Sistema óptico formador de imágenes hiperespectrales con un foco incandescente .....	53
4.4.1 Conjunto de imágenes espectrales del filamento incandescente .....	53
Capítulo 5 Conclusiones .....	59
Bibliografía.....	60

## Índice de figuras

2.1. Representación de un arreglo para observar la difracción de la luz. ....	11
2.2. Construcción de la envolvente propuesta por Huygens. ....	12
2.3. La abertura se encuentra en un punto $P_1$ arbitrario al plano de la abertura representada en negro, la propagación de la perturbación se desplaza de izquierda a derecha y el plano de observación se sitúa en un punto arbitrario $P_0$ . ....	12
2.4. Geometría de la difracción. ....	13
2.5. Geometría de la formación de imágenes. ....	15
2.6. Modelo generalizado de un sistema formador de imágenes. ....	16
2.7 Todos los rayos procedentes del punto B del objeto a través de la superficie refractante se enfocan en el punto B' de la imagen. ....	16
2.8 El objeto en este caso, la pupila de salida, y los puntos de la imagen en P', corresponden entre sí y pueden intercambiarse. ....	17
2.9. Esquema general de un espectrómetro de imagen. ....	20
2.10. Geometría del patrón de irradiación debido a la difracción desde un diafragma rectangular. ....	22
2.11. Después de la dispersión, la luz se enfoca con un determinado ángulo de dispersión en una columna de píxeles de anchura $p$ y altura $b$ que son iguales al número de píxeles paralelos al eje longitudinal de la rendija de entrada multiplicado por el paso de los píxeles. La anchura angular del eje longitudinal de la rendija es $\alpha$ y la anchura angular de un píxel en el eje óptico es $\beta$ . La distancia entre los píxeles es exagerada. ....	22

2.12. Esquemas de una rejilla de transmisión y una rejilla de reflexión, La rejilla de reflexión se obtiene doblando la rejilla de transmisión en la superficie de la rejilla y sustituyendo las rendijas por tiras reflectantes en un sustrato perfectamente absorbente. ....	23
2.13. Sección transversal de una rejilla de luz. ....	24
2.14. Circulo de Rowland. ....	24
2.15 Montaje Rowland. ....	26
2.16 Montaje Paschen-Runge para una rejilla cóncava. ....	27
2.17 Cubos de datos en imágenes hiperespectrales. $x, y$ , coordenadas espaciales y $\lambda$ , longitud de onda. ....	28
4.1 Esquema del sistema formador de imágenes realizado en el laboratorio. ....	32
4.2 Emisión del espectro del LED. ....	33
4.3 Fotografía del LED. ....	33
4.4 Fotografía del LED después de haber pasado por la rejilla en el 3er orden de difracción. ....	34
4.5 Emisión del espectro del LED después de haber pasado por la rejilla en el 3er orden de difracción. ....	34
4.6 Transición del espectro del LED. ....	35
4.7 Emisión del espectro a 0 mm de desplazamiento. ....	36
4.8 Emisión del espectro a 10 mm de desplazamiento. ....	36
4.9 Emisión del espectro a 20 mm de desplazamiento. ....	37
4.10 Emisión del espectro a 30 mm de desplazamiento. ....	37

4.11 Emisión del espectro a 40 mm de desplazamiento. ....	38
4.12 Emisión del espectro a 50 mm de desplazamiento. ....	38
4.13 Emisión del espectro a 60 mm de desplazamiento. ....	39
4.14 Emisión del espectro a 70 mm de desplazamiento. ....	39
4.15 Emisión del espectro a 80 mm de desplazamiento. ....	40
4.16 Emisión del espectro a 90 mm de desplazamiento. ....	40
4.17 Emisión del espectro a 100 mm de desplazamiento. ....	41
4.18 Emisión del espectro a 110 mm de desplazamiento. ....	41
4.19 Emisión del espectro a 120 mm de desplazamiento. ....	42
4.20 Emisión del espectro a 130 mm de desplazamiento. ....	42
4.21 Emisión del espectro a 140 mm de desplazamiento. ....	43
4.22 Emisión del espectro a 150 mm de desplazamiento. ....	43
4.23 Emisión del espectro a 160 mm de desplazamiento. ....	44
4.24 Emisión del espectro a 170 mm de desplazamiento. ....	44
4.25 Emisión del espectro a 180 mm de desplazamiento. ....	45
4.26 Emisión del espectro a 190 mm de desplazamiento. ....	45
4.27 Emisión del espectro a 200 mm de desplazamiento. ....	46
4.28 Emisión del espectro a 210 mm de desplazamiento. ....	46
4.29 Emisión del espectro a 220 mm de desplazamiento. ....	47

4.30 Emisión del espectro a 230 mm de desplazamiento. ....	47
4.31 Emisión del espectro a 240 mm de desplazamiento. ....	48
4.32 Emisión del espectro a 250 mm de desplazamiento. ....	48
4.33 Emisión del espectro a 260 mm de desplazamiento. ....	49
4.34 Emisión del espectro a 270 mm de desplazamiento. ....	49
4.35 Emisión del espectro a 280 mm de desplazamiento. ....	50
4.36 Emisión del espectro a 290 mm de desplazamiento. ....	50
4.37 Emisión del espectro a 300 mm de desplazamiento. ....	51
4.38 Emisión del espectro a 310 mm de desplazamiento. ....	51
4.39 Transición de emisión del espectro del filamento del foco incandescente de azul a verde. ....	52
4.40 Transición de emisión del espectro del filamento del foco incandescente en verde. ....	53
4.41 Transición de emisión del espectro del filamento del foco incandescente de verde a rojo en el lado izquierdo y del lado derecho de azul a verde. ....	54
4.42 Transición de emisión del espectro del filamento del foco incandescente hacia la región roja del espectro en el lado izquierdo y del lado derecho se completa la transición al espectro verde y comienza la transición al rojo comenzando con tonalidades amarillas. ....	55
4.43 La Transición de emisión del espectro del filamento del foco incandescente hacia la región roja del espectro en el lado izquierdo se ha completado, del lado derecho se avanza hasta terminar la transición. ....	56

4.44 La Transición de emisión del espectro del filamento del foco incandescente hacia la región roja del espectro en ambos lados del filamento se ha completado incluso se puede observar cómo se aleja del rojo y podría entrar a la región del infrarrojo cercano. ....57

## Índice de tablas

2.1 Criterios entre sistemas multispectrales e hiperspectrales. ....28

# Capítulo 1 Introducción

## 1.1 Introducción

La óptica como rama de estudio de la física, ha tenido un notable aumento en su importancia tanto en ciencia pura como en tecnología en los últimos años. Esto, en parte, gracias al desarrollo del láser, que ha permitido un mejor estudio del comportamiento de la propagación la luz, y con ello el desarrollo de técnicas de estudio de materiales y sustancias de forma no destructiva o invasiva; más sin embargo el estudio de instrumentos para la formación de imágenes usando luz blanca ha sido un reto en el desarrollo tecnológico; El principal motivo radica en que al usar luz incoherente esta presenta una fase aleatoria y con menor energía.

En esta tesis se plantea el desarrollo de un sistema óptico formador de imágenes donde se conjugará la pupila de salida del sistema óptico sobre la superficie de un espejo refractor que al formar la imagen permita observar todo el espectro óptico de un objeto de prueba. Las implicaciones tecnológicas que aporta el desarrollo de este arreglo nos pueden permitir el trabajo de diversos estudios en amplios campos que van desde la agricultura, medicina, o el estudio de propiedades de los materiales, entre otros.

## 1.2 Antecedentes

En los últimos años, las técnicas de imágenes hiperespectrales se han visto como una herramienta analíticamente inteligente y prometedora para la investigación y el análisis industrial. [1] Los avances que se han llevado a cabo en el desarrollo de nuevas tecnologías de detección para la inspección de la calidad y la seguridad han permitido creación de sensores para sistemas no destructivos en tiempo real, usando la inspección visual automatizada mediante sistemas informáticos con el objetivo de sustituir la inspección tradicional realizada por humanos.

La tecnología de visión por computadora utiliza algoritmos de procesamiento de imágenes, como una alternativa que se ha convertido en parte del movimiento de la industria hacia la automatización. Un sistema de visión por computadora se basa en la combinación de un sistema de iluminación, conectado con dispositivos electrónicos y mecánicos a un

ordenador para sustituir la manipulación humana en la ejecución de un determinado proceso.

La iluminación es un requisito importante previo a la adquisición de imágenes para la evaluación de la calidad de los alimentos. [1, 2, 15, 16] La calidad de la imagen capturada puede verse muy afectada por las condiciones de iluminación. Una imagen de alta calidad puede ayudar a reducir el tiempo y la complejidad de los pasos posteriores de procesamiento de imágenes, lo que puede disminuir el coste de un sistema de procesamiento de imágenes. [1, 2]

El procesamiento y el análisis de imágenes es el núcleo de la visión por computadora, y en él intervienen las matemáticas, la informática y la programación de software. Este sistema tiene una gran capacidad en el ciclo de evaluación para aplicar el principio: varios objetos por segundo en lugar de varios segundos por objeto.

Por desgracia, el sistema de visión por computadora presenta algunos inconvenientes que lo hacen inadecuado para algunas aplicaciones industriales. Es ineficaz con objetos de color similar, ineficaz para clasificaciones complejas, es incapaz de predecir atributos de calidad (por ejemplo, la composición química) y es ineficaz para detectar defectos invisibles. Como la visión artificial trabaja con longitudes de onda visibles, sólo puede producir una imagen que registre la vista externa del objeto y no su vista interna. Así, los atributos externos, como la composición química del objeto, pueden ser detectados por la visión artificial. Por tanto, los atributos externos como el tamaño, la forma, el color, la textura de la superficie y los defectos externos pueden evaluarse fácilmente con medios ordinarios. En cambio, las estructuras internas son difíciles de detectar con medios de imagen relativamente sencillos y tradicionales, que no pueden proporcionar información suficiente para detectar los atributos internos. Dado que la calidad, no es un atributo único, sino que comprende muchas propiedades y características, la medición de las propiedades ópticas de diversos productos como los alimentarios, ha sido una de las técnicas no destructivas de evaluación de calidad que más éxito han tenido para proporcionar varios detalles sobre los mismos. [10, 11, 18, 19] Las propiedades ópticas se basan en la reflectancia, la transmitancia, la absorbancia o la dispersión de la radiación policromática o monocromática en el ultravioleta

(UV), visible (VIS) y el infrarrojo cercano (NIR) del espectro electromagnético que pueden medirse con instrumentos espectrales. [1, 7, 10] En estas técnicas espectroscópicas es posible obtener información sobre los componentes de la muestra a partir de la absorción de la luz. Por otro lado, es fácil conocer la posición de ciertos rasgos a simple vista o mediante sistemas de visión por computadora, pero no es fácil realizar un análisis cuantitativo de un componente. La combinación de los puntos fuertes y débiles de las técnicas espectroscópicas del visible/infrarrojo cercano y de las técnicas de visión es la técnica de imágenes hiperespectrales, que también se denomina espectroscopia de imágenes o espectrometría de imágenes, aunque el significado es diferente (espectrometría "medir", espectroscopia "ver", hiperespectral "muchas bandas").[1]

### 1.3 Objetivo General

Se diseñará un sistema óptico formador de imágenes con un objeto de fase colocado en la pupila de salida que, al formar la imagen, permita observar los espectros ópticos de un objeto de prueba. Particularmente, se usará un espejo refractor para separar el contenido frecuencial de la luz incoherente.

### 1.4 Objetivo particular

Se implementará la conjugación de la pupila de salida con la superficie de un espejo refractor, debido a que no se cuenta con el objeto de fase en transmitancia, y así tener el sistema formador de imágenes espectrales.

### 1.5 Justificación

La necesidad de una determinación de calidad precisa, rápida y objetiva sigue creciendo en una industria altamente competitiva, por ello las técnicas de inspección no invasiva se han posicionado como una de las mejores alternativas para la inspección en áreas que van desde la agricultura, la calidad del agua, muestras biológicas y químicas, analizando atributos tales como el color, la forma, o incluso su estatura físico-química en busca de algún defecto o contaminación por una bacteria o algún otro material biológico, incluso por componentes químicos ya degradados que estén contaminando el producto. [1, 2, 9, 10, 11, 15, 16, 18] Aunque algunos de estos atributos pueden evaluarse tradicionalmente utilizando una

amplia gama de equipos, generalmente carecen de resolución espacial, ya que las mediciones suelen integrarse en una zona pequeña.

En cambio, las imágenes son el método preferido para representar conceptos ante el cerebro humano, por ello la entrada de las tecnologías de instrumentación en los últimos años significa que tales mediciones, que antes eran realizadas por los sentidos humanos, ahora pueden realizarse fácilmente de forma artificial. Con el apoyo de potentes sistemas de inteligencia artificial y tecnologías electrónicas avanzadas, la visión por ordenador proporciona un mecanismo en el que se simula artificialmente el proceso de pensamiento humano. Además, el sistema ayuda a los humanos a emitir juicios complicados de forma precisa, rápida y muy coherente durante largos periodos de tiempo.

A pesar de su utilidad general de las imágenes de visión artificial como herramienta de inspección, sus capacidades para una investigación cuantitativa más profunda son limitadas. Esto para muchas aplicaciones especializadas, como la medición de la humedad y otras variables. Debido a que la visión artificial funciona con longitudes de onda visibles entre  $10^{-4}$  y  $10^{-7}$  m, sólo puede producir imágenes que registren la vista externa del objeto, no la interna.

En cambio, las tecnologías de adquisición de imágenes por medio de sistemas ópticos que pueden revelar información de interés en dos dimensiones utilizando bandas de radiación visibles y no visibles. [12, 18, 19]

En esta tesis se presenta un sistema de formación de imágenes hiperespectrales que permiten la visualización en longitudes de onda de una banda estrecha de radiación (luz visible) del espectro electromagnético. Este sistema tiene una gran capacidad para producir un amplio conjunto de imágenes hiperespectrales con una resolución espectral de 1.4 nm, con el potencial de proporcionar aplicaciones significativas. Por tanto, esta tesis demuestra la viabilidad de la aplicación de los sistemas ópticos formadores de imágenes usando luz incoherente.

## 1.6 Limitaciones

- El principal problema en el desarrollo del sistema formador de imagen fue que el espejo refractor con el que se contaba era usado, de un antiguo espectrómetro que

estaba roto y que tenía expuesto dicho elemento por lo cual se rayó la superficie de este y no permitía generar una buena calidad de la imagen formada.

- Las lentes utilizadas en el sistema trabajaban en un rango de entre 350 nm y 600 nm lo que limitó poder obtener un rango más amplio del espectro visible, como el UV (desde 100 nm) y el IR cercano (a partir de 800 nm).
- La contingencia sanitaria presentada SARS-(COV2), retrasó notablemente el avance del desarrollo del proyecto.

## Capítulo 2 Marco Teórico

### 2.1 Teoría de Formación de Imágenes

El objetivo de este capítulo es introducir en la teoría de formación de imágenes, partiendo de sus conceptos fundamentales y la matemática que hay detrás para llevar a cabo el modelado del proceso para la formación de imágenes. Empezando con el estudio de la difracción de la luz coherente, para analizar de manera más simple el problema, y finalizando con el proceso de formación de imágenes usando luz incoherente, además de ver la importancia de función de pupila, que será fundamental para entender el trabajo experimental que se realizó más adelante.

#### 2.1.1 Formación de imágenes con iluminación coherente

Para entender la formación de imágenes, es necesario estudiar la propiedad de difracción de las ondas de luz. Para ello se tomará como punto de partida la teoría escalar de la difracción.

Si se coloca un objeto opaco entre una fuente de luz puntual y una pantalla, se observa que la sombra que proyecta el objeto se aleja de la nitidez perfecta predicha por la óptica geométrica. [3] El fenómeno por el cual la propagación de la luz se desvía de las predicciones de la óptica geométrica en caso de encontrar un obstáculo, ya sea transparente u opaco, se llama difracción de la luz. La difracción de la luz representa la naturaleza de la luz como onda. [4] Por tanto, la difracción es causa del confinamiento de la extensión transversal de una onda, y es más apreciable cuando dicho confinamiento es de un tamaño similar a la longitud de onda de la radiación que emite. El término difracción fue definido por Sommerfeld como "cualquier desviación de los rayos de luz de las trayectorias rectilíneas que no puede interpretarse como reflexión o refracción".[5]

Si una perturbación, pasa a través de una abertura finita, produce una distribución en el llamado plano de observación.

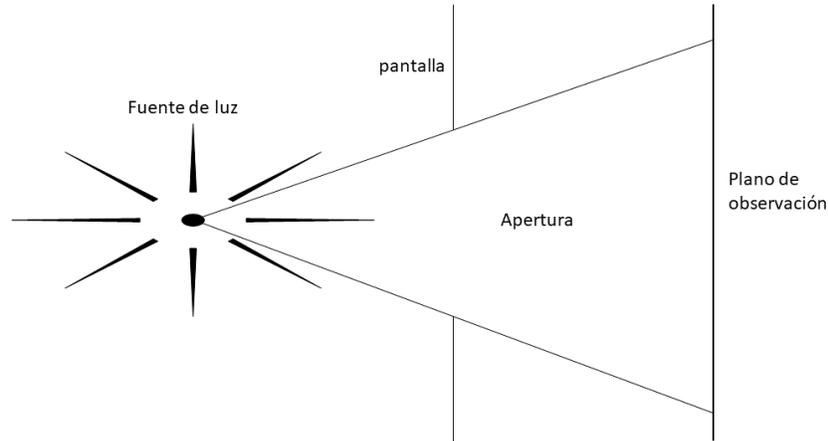


Figura 2.1: Representación de un arreglo para observar la difracción de la luz.

Huygens expresó que, si cada punto del frente de onda de una perturbación óptica se consideraba como una nueva fuente de una perturbación esférica secundaria, entonces el frente de onda en un instante posterior podría encontrarse construyendo la envoltura de las ondas secundarias. La iluminación coherente se debe a las contribuciones de cada punto luminoso de un frente de onda y que además cada uno de los puntos luminosos presenta la misma fase.[5]

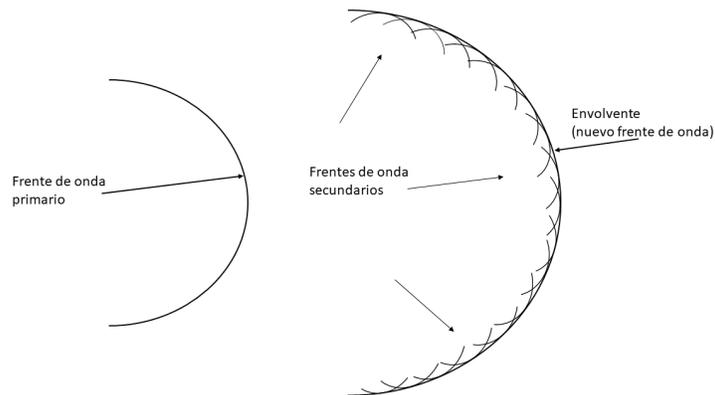


Figura 2.2: Construcción de la envoltura propuesta por Huygens.

Antes de introducir la secuencia de aproximaciones del principio de *Huygens-Fresnel*, será útil enunciar primero el principio de forma más explícita.

El principio *Huygens – Fresnel* inicia proponiendo una formulación para el caso de coordenadas rectangulares, el principio comienza de la forma,

$$U(P_0) = \frac{1}{i\lambda} \iint U(P_1) \frac{e^{ikr_{01}}}{r_{01}} \cos \theta ds, \quad (2.1)$$

donde  $U(P_0)$  es el campo en el punto  $P_0$  producido por la perturbación proveniente de la abertura,  $P_1$  en un punto arbitrario en el plano de la abertura,  $i$  es  $\sqrt{-1}$ ,  $\lambda$  es longitud de onda,  $r_{01}$  es la distancia desde  $P_0$  hasta  $P_1$ ,  $\theta$  es el ángulo que se forma entre la normal  $\hat{n}$  y el vector de distancia  $r_{01}$ , y  $k$  que corresponde al número de onda  $\frac{2\pi}{\lambda}$ . [6]

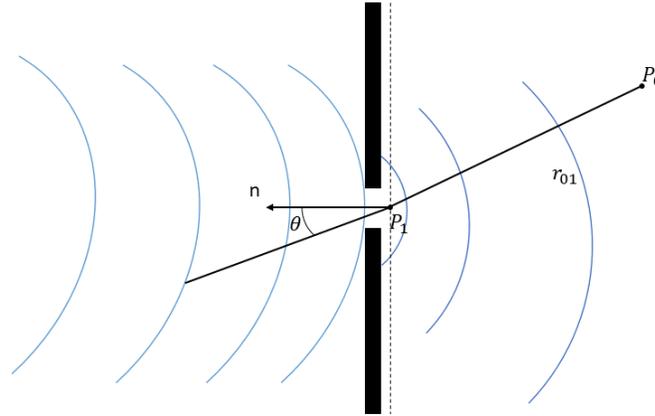


Figura 2.3: La abertura se encuentra en un punto  $P_1$  arbitrario al plano de la abertura representada en negro, la propagación de la perturbación se desplaza de izquierda a derecha y el plano de observación se sitúa en un punto arbitrario  $P_0$ .

Al expresar el  $\cos \theta = \frac{z}{r_{01}}$  y además ejemplificando la figura 2.3 y remplazándolo con un nuevo esquema como el de la siguiente figura,

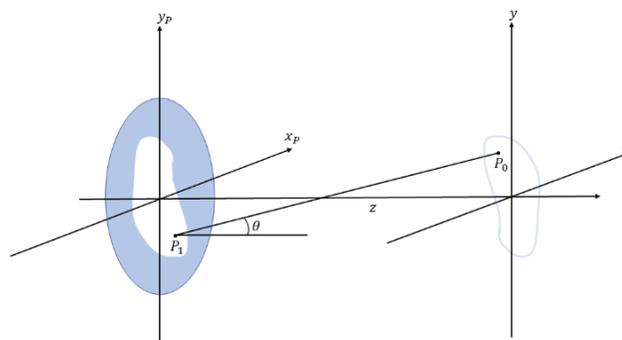


Figura 2.4: Geometría de la difracción.

Como se muestra en la figura 2.4, la abertura de difracción se supone en el plano  $(x_p, y_p)$  y el plano  $(x, y)$  contiene el punto de observación  $P_0$ .

Por lo que el principio de *Huygens-Fresnel* para el caso de coordenadas rectangulares, puede ser reescrito de la siguiente forma,

$$U(x, y) = \frac{z}{i\lambda} \iint U(x_p, y_p) \frac{e^{ikr_{01}}}{r_{01}^2} dx_p dy_p, \quad (2.2)$$

Donde  $r_{01}$  queda dado como,

$$r_{01} = \sqrt{z + (x - x_p)^2 + (y - y_p)^2}, \quad (2.3)$$

Para reducir el principio de *Huygens-Fresnel* a una expresión más sencilla y manejable, se introducirán aproximaciones para la distancia  $r_{01}$ . Dichas aproximaciones se basan en la expansión binomial de la raíz cuadrada de la ecuación 2.3.

Sea  $b$  un número menor que la unidad y considérese la expresión  $\sqrt{1 + b}$ . La expansión binomial de la raíz cuadrada viene dada por,

$$\sqrt{1 + b} = 1 + \frac{1}{2}b - \frac{1}{8}b^2 + \dots, \quad (2.4)$$

Para aplicar la expansión binomial, se factoriza  $z$  fuera de la expresión para  $r_{01}$ , dando como resultado,

$$r_{01} = z \sqrt{1 + \left(\frac{x-x_p}{z}\right)^2 + \left(\frac{y-y_p}{z}\right)^2}, \quad (2.5)$$

Dejando que la cantidad  $b$  de la ecuación 2.4 esté compuesta por el segundo y tercer término bajo la raíz cuadrada en la ecuación 2.5 y conservando sólo los dos primeros términos de la expansión,  $r_{01}$  queda expresado de la siguiente manera,

$$r_{01} \approx z \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{(x-x_p)}{z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{(y-y_p)}{z} \right)^2 \right]. \quad (2.6)$$

En la mayoría de los problemas de difracción, una onda luminosa se propaga a lo largo de una dirección cercana al eje de los componentes ópticos, como las lentes o las aberturas. En este caso, se puede asumir una aproximación paraxial, obteniendo la siguiente ecuación,

$$U(x, y) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{i\frac{k}{2z}(x^2+y^2)} \iint U(x_p, y_p) e^{i\frac{k}{2z}(x_p^2+y_p^2)} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda z}(x_p x + y_p y)} dx_p dy_p, \quad (2.7)$$

A esta ecuación se le conoce como aproximación de *Fresnel*, que puede utilizarse para calcular el *patrón de difracción de Fresnel*, cuando el plano de observación no está lejos de la pantalla de difracción. Se puede calcular realizando la transformada de Fourier del producto de la amplitud compleja en la abertura con un factor de fase cuadrático. Esta situación suele darse en sistemas de imágenes ópticas.

Existe otra aproximación que se puede realizar a partir de la *difracción de Fresnel*. En la ecuación 2.7 se observa que, en la región de *difracción de Fresnel*, la intensidad de campo observada  $U(x, y)$  puede encontrarse a partir de una transformada de Fourier del producto de la distribución de apertura y un factor de fase cuadrática.

Si  $z \gg \frac{k(x_p^2 + y_p^2)}{2}$ , se satisface entonces el factor de fase cuadrático bajo el signo integral de la ecuación 2.7 siendo aproximadamente la unidad, y la intensidad de campo observada puede encontrarse directamente a partir de una transformada de Fourier de la propia distribución de la apertura, por tanto, la perturbación en el punto de observación queda expresada,

$$U(x, y) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{i\frac{k}{2z}(x^2 + y^2)} \iint U(x_p, y_p) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda z}(x_p x + y_p y)} dx_p dy_p, \quad (2.8)$$

Esta aproximación es conocida como aproximación de *Difracción de Fraunhofer* o de campo lejano.

Al introducir las variables de frecuencia espacial  $u$  y  $v$ , definidas como  $u = \frac{x_p}{\lambda z}$  y  $v = \frac{y_p}{\lambda z}$ , se observa que la *difracción de Fraunhofer* coincide con la *transformada de Fourier* de la amplitud en el plano de la abertura.[6]

### 2.1.2 Respuesta al impulso de una lente positiva

Sin duda, la propiedad más conocida de las lentes es su capacidad para formar imágenes. Si colocamos un objeto delante de una lente y esta se ilumina, en las correctas condiciones aparecerá en un segundo plano una distribución de la intensidad de la luz que se asemeja al objeto. Esta distribución de la intensidad es denominada imagen del objeto.

Considerando la linealidad del fenómeno de propagación de ondas, podemos expresar el campo  $U_i(x, y)$  mediante la siguiente integral de superposición,

$$U_i(x, y) = \iint \tilde{h}(x, y; x_o, y_o) U(x_o, y_o) dx_o dy_o, \quad (2.9)$$

Donde  $\tilde{h}(x, y; x_o, y_o)$ , es la amplitud compleja del campo en las coordenadas  $(x, y)$  producida por una fuente puntual en las coordenadas  $(x_o, y_o)$ , siendo  $U_i(x, y)$  la distribución del campo.

Supongamos una abertura con transmitancia de amplitud  $At_a(x, y)$ , colocada a una distancia  $z_1$  de una lente con distancia focal  $f$ , con el plano de observación colocado a una distancia  $z_2$ , como la figura 2.5,

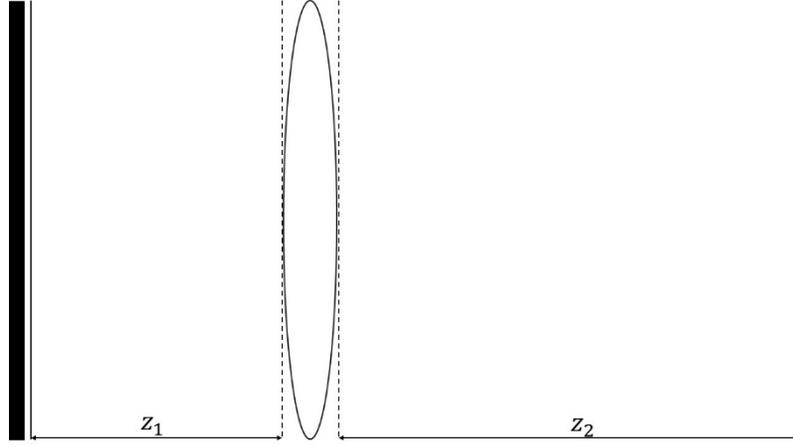


Figura 2.5: Geometría de la formación de imágenes.

Como la lente tiene una distancia focal  $f$  con un tamaño finito, la amplitud de esta puede tenerse en cuenta asociada la función de pupila  $P(x_p, y_p)$ , siendo esta el factor de fase, la transformación de fase queda expresada,

$$t_1(x, y) = P(x, y)e^{-i\frac{k}{2f}(x^2+y^2)}, \quad (2.10)$$

Suponemos que la *aproximación de Fresnel* es cierta para la propagación de la abertura a la distancia  $z_1$ , así mismo como la propagación desde la lente al plano de observación que se encuentra a  $z_2$ , además de la transmitancia de la lente con su distancia focal  $f$ .

Al observar los factores de fase cuadráticos se deduce que dos de estos términos son independientes de las coordenadas de la lente, por lo tanto, únicamente la relación de distancias depende de las coordenadas de la lente y obtenemos la siguiente expresión,

$$e\left[i\frac{k}{2}\left(\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}+\frac{1}{f}\right)(x^2+y^2)\right]. \quad (2.11)$$

Se puede apreciar que la presencia del factor de fase cuadrático en lo que de otro modo sería una *transformada de Fourier* tendrá generalmente el efecto de ampliar la respuesta al impulso. Esta relación de distancias se puede expresar de la siguiente manera,

$$\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{f} = 0, \quad (2.12)$$

Obsérvese que esta relación es precisamente la *ley de las lentes* de la óptica geométrica, y debe cumplirse para que la imagen se genere.

La finalidad de estos argumentos es una expresión simplificada de la respuesta al impulso del sistema formador de imágenes,

$$\tilde{h}(x, y; x_o, y_o) = \frac{1}{\lambda^2 z_1 z_2} \iint P(x_p, y_p) e^{-i\left[\frac{2\pi}{\lambda z_2}(x - Mx_o)x_p + (y - My_o)y\right]} dx_p dy_p, \quad (2.13)$$

Donde  $M$  es la magnificación del sistema definida como  $M = -\frac{z_2}{z_1}$ .

Así, cumpliéndose la *ley de las lentes*, la respuesta al impulso viene dada por el patrón de *difracción de Fraunhofer*, centrado en las coordenadas de la imagen ( $x = Mx_o$ ,  $y = My_o$ ).

Considérese el caso general de un sistema formador de imágenes compuesto de un lente representado por la figura 2.6, suponemos que el sistema puede contener muchos elementos ópticos, por lo que todos los agruparemos en una única “caja negra”, los extremos de esta caja negra consisten en los planos que contienen las pupilas de entrada y salida, se puede observar que el plano del objeto está localizado a una distancia  $z_o$  de la pupila de entrada y el plano de la imagen a una distancia  $z_i$  a la pupila de salida.

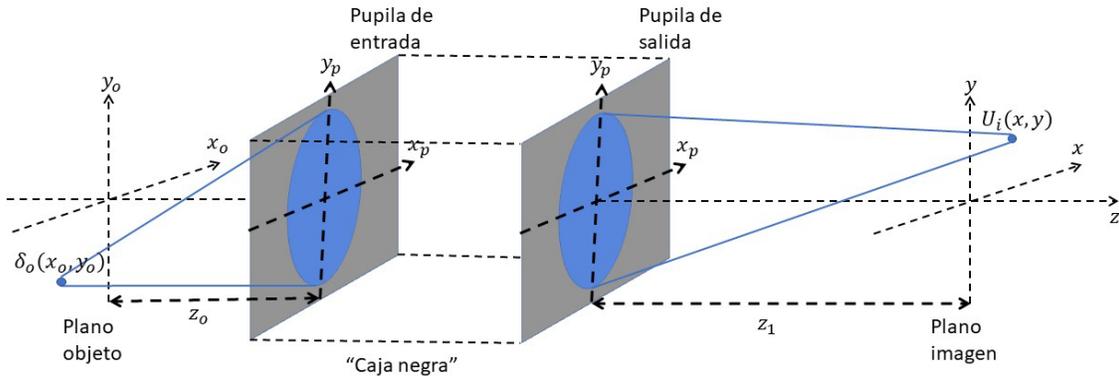


Figura 2.6: Modelo generalizado de un sistema formador de imágenes.

Dado que la pupila de entrada y de salida son imágenes de la misma apertura dentro del sistema es posible hacer esta simplificación.

Asumiendo válido el principio de superposición, se puede expresar una ecuación para determinar el proceso de formación de imágenes basado en una fuente puntual la cual corresponde a un punto luminoso a la distancia del objeto, la expresión queda definida como,

$$g_a(x, y) = \iint \tilde{h}(x - x_o, y - y_o) \delta(x_o, y_o) dx_o dy_o, \quad (2.14)$$

donde,  $g_a(x, y)$  es la salida del sistema óptico en amplitud compleja,  $\tilde{h}(x - x_o, y - y_o)$  es la función característica del sistema óptico y  $\delta(x_o, y_o)$  es el impulso producido por un punto luminoso desde el plano del objeto. La salida entonces es conocida como función de punto extendido en amplitud, *psf* por sus siglas en inglés. Retomando la ecuación 2.13 la *psf* corresponde a la transformación de Fourier de la función de pupila  $P(x_p, y_p)$ , quedando expresada,

$$\tilde{h}(x, y) = \iint P(u, v) e^{-i2\pi((ux+vy))} du dv, \quad (2.15)$$

Las variables espaciales  $u = \frac{x_p}{\lambda z_i}$  y  $v = \frac{y_p}{\lambda z_i}$ , ambas en términos de las coordenadas del plano de la pupila. Si representamos al objeto en una distribución de amplitud compleja  $o_a(x_o, y_o)$ , la imagen producto de la expresión 2.14 es,

$$g_a(x, y) = \iint \tilde{h}(x - x_o, y - y_o) o_a(x_o, y_o) dx_o dy_o, \quad (2.16)$$

Al observar que esta expresión claramente es una integral de convolución, se puede deducir que los sistemas ópticos formadores de imágenes con iluminación coherente son lineales en amplitud compleja.[6]

## 2.2 Formación de imágenes con luz incoherente

En un principio se detalló la formulación para el proceso de formación de imágenes usando luz coherente, a continuación, se detallará el caso para la luz incoherente.

El principal problema con la iluminación incoherente es que presenta una fase aleatoria, es decir la naturaleza de esta luz es estadística y presenta una dependencia del tiempo y espacio, por lo cual es necesario realizarle un promedio temporal, de manera que la ecuación de formación de imágenes quede de la forma, [6]

$$g_i(x, y) = \langle |\iint \tilde{h}(x - x_o, y - y_o) o_a(x_o, y_o; t) dx_o dy_o|^2 \rangle, \quad (2.17)$$

Siendo  $g_i(x, y)$  la salida del sistema óptico en intensidad, ahora bien, al tomar modulo cuadrado de  $g_i(x, y)$  queda expresada como,

$$g_i(x, y) = \iint dx_o dy_o \iint dx_o dy_o \tilde{h}(x - x_o, y - y_o) \tilde{h}^*(x - x_o, y - y_o) \times \langle o_a(x_o, y_o; t) o_a^*(x_o, y_o; t) \rangle, \quad (2.18)$$

Aplicando la teoría de coherencia óptica a  $o_i(x_o, y_o) = \langle o_a(x_o, y_o; t) o_a^*(x_o, y_o; t) \rangle$  y a  $h(x - x_o, y - y_o) = \tilde{h}(x - x_o, y - y_o) \tilde{h}^*(x - x_o, y - y_o)$ , la ecuación de formación de imágenes resulta, [6]

$$g_i(x, y) = \iint h(x - x_o, y - y_o) o_i(x_o, y_o) dx_o dy_o. \quad (2.19)$$

Donde  $g_i(x, y)$  es la salida del sistema óptico en intensidad,  $o_i$  es la transmitancia del objeto y  $h(x, y)$  es la función de punto extendido en intensidad *ipsf*. A si mismo la ecuación resultante es una integral de convolución por lo tanto se concluye que un sistema óptico formador de imágenes con luz incoherente es lineal en intensidad.

### 2.3 sistema formador de imágenes como sistema lineal

Aplicando la teoría de sistemas lineales a los sistemas formadores de imágenes, se logra expresar de manera sencilla la ecuación 2.16, de la siguiente forma,

$$g_a(x, y) = \tilde{h}(x, y) \star o_a(x, y), \quad (2.20)$$

Donde, como se vio anteriormente,  $g_a(x, y)$  es la salida del sistema óptico en amplitud compleja,  $o_a(x, y)$  es la transmitancia del objeto ahora en amplitud compleja también y  $\tilde{h}(x, y)$ , la *psf*, quedando la transmitancia del objeto en convolución con la *psf*, [ $\star$ ].

Para el caso con iluminación incoherente, la ecuación 2.17, queda expresada de una manera muy similar a la ecuación 2.20, como se observa a continuación,

$$g_i(x, y) = h_i(x, y) \star o_i(x, y), \quad (2.21)$$

Donde  $g_i(x, y)$ , es la distribución de intensidad en el plano de salida,  $h_i(x, y)$  la función de punto extendido en intensidad *ipsf*,  $o_i(x, y)$  la transmitancia del objeto igualmente en intensidad, de manera similar a la ecuación 2.20 se puede observar cómo los términos  $h_i(x, y)$  y  $o_i(x, y)$  están en convolución, [ $\star$ ].

#### 2.3.1 Respuesta en frecuencia del caso coherente

Como se observó en la ecuación 2.16 los sistemas ópticos formadores de imágenes con iluminación coherente son lineales en amplitud compleja. Esto implica que, dicho sistema proporciona un mapa de intensidad altamente no lineal. Si se quiere aplicar el análisis de frecuencias debe aplicarse un mapeo de amplitud lineal

Cuando se desea tratar un sistema usando la *transformada de Fourier* se dice que el tratamiento es realizado en el espacio de *Fourier* o espacio de frecuencia. Como se observa en la mencionada ecuación 2.16, esta es una integral de convolución, Por tanto, podríamos anticipar que los conceptos de función de transferencia pueden aplicarse directamente a ella, y quedar expresada de la siguiente forma,

$$H(u, v) = F\{\tilde{h}(x, y)\}, \quad (2.22)$$

Donde  $H(u, v)$  es la función de transferencia de amplitud, con sus variables  $u, v$ , en el espacio de frecuencias.

Así mismo las distribuciones de amplitud compleja del objeto y la imagen pueden ser expresadas de igual manera en el dominio de la frecuencia y por tanto encontrar el espectro de la ecuación 2.20, siendo expresada como,

$$G_a(u, v) = H(u, v)O_a(u, v), \quad (2.23)$$

Donde  $O_a(u, v)$  es el espectro del objeto y  $G_a(u, v)$  el espectro de la imagen.

Suponiendo una abertura circular con función de pupila  $P(x, y)$  expresada de la siguiente manera,

$$P(x, y) = \text{circ}\left(\sqrt{\frac{x_p^2 + y_p^2}{r}}\right), \quad (2.24)$$

Donde  $r$  es el radio de la abertura circular y  $x, y$  corresponden a las coordenadas espaciales. Realizando el tratamiento de *Fourier*, la función de transferencia de la función de pupila queda expresada,

$$H(u, v) = \text{circ}\left(\sqrt{\frac{u^2 + v^2}{\rho_c}}\right), \quad (2.25)$$

Donde  $u, v$  corresponden a las frecuencias espaciales  $u = \frac{x_p}{\lambda z_i}$  y  $v = \frac{y_p}{\lambda z_i}$ ,  $\rho_c = \frac{r}{\lambda z_i}$  es la frecuencia de corte del sistema,  $\lambda$  la longitud de onda y  $z$  la distancia al plano de la imagen.

### 2.3.2 Respuesta en frecuencia al caso incoherente

Cuando se tiene el caso de iluminación incoherente en el espacio de frecuencias, se lleva a cabo el mismo procedimiento que se realizó para la ecuación 2.23, pero ahora tomaremos la ecuación 2.21 y se le aplicara la *transformada de Fourier*, con lo cual obtenemos la siguiente expresión,

$$G_i(u, v) = OTF(u, v)O_i(u, v), \quad (2.26)$$

Siendo  $O_i(u, v)$  el espectro de distribución de intensidad del objeto,  $G_i(u, v)$  el espectro de la imagen y  $OTF(u, v)$  es la *transformada de Fourier* de  $h_i(x, y)$ , conocida como *Función De Transferencia Óptica*, al aplicarle un módulo a la *Función De Transferencia Óptica*,  $|OTF(u, v)|$ , se obtiene la *Función De Transferencia en Modulación*, *MTF* por sus siglas en ingles. [6]

Se puede verificar la *Función De Transferencia Óptica* de la siguiente manera,

$$OTF(u, v) = H(u, v)H^*(u, v), \quad (2.27)$$

Donde  $OTF(u, v)$  como se menciona anteriormente es la *Transformada de Fourier* de  $h_i(x, y)$  por la *Transformada de Fourier* de su complejo conjugado.

Realizando el procedimiento para una abertura circular con función de pupila  $P(x, y)$ , la  $OTF(u, v)$  queda expresada,

$$OTF(u, v) = \frac{\iint P(x_p + \lambda z_i u, y_p + \lambda z_i v) P(x_p - \lambda z_i u, y_p - \lambda z_i v) dx_p dy_p}{\iint P(x_p, y_p) dx_p dy_p}, \quad (2.28)$$

Con esto se concluye el estudio sobre sistemas formadores de imágenes con iluminación tanto coherente como incoherente y se procede a el estudio del tema central de este trabajo.

#### 2.4 Conjugación de Pupila

En las secciones 2.1 a 2.3 se expuso qué es un sistema de formación de imágenes, y el proceso que lleva a cabo. En el presente capítulo se expondrá el proceso para realizar un sistema formador de imágenes por medio de la conjugación de pupila sobre la superficie de un espejo difractor cóncavo con luz incoherente.

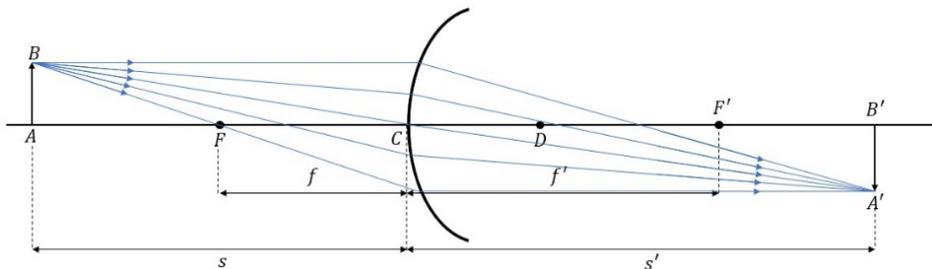


Figura 2.7: Todos los rayos procedentes del punto B del objeto a través de la superficie refractante se enfocan en el punto B' de la imagen.

Para comenzar, sabemos por el principio de reversibilidad de los rayos de luz que, si  $A'B'$  en Figura 3.1 fuera un objeto, se formaría una imagen en  $AB$ . Entonces, si otro objeto se coloca en la posición ocupada por su imagen, se formará una imagen en la posición ocupada por el objeto. el objeto y la imagen son, intercambiables, o conjugables. Por tanto, cualquier par de puntos del objeto y de la imagen, como  $B$  y  $B'$  en la figura 3.1, se llaman puntos conjugados, y los planos que pasan por estos puntos perpendiculares al eje se llaman planos conjugados.

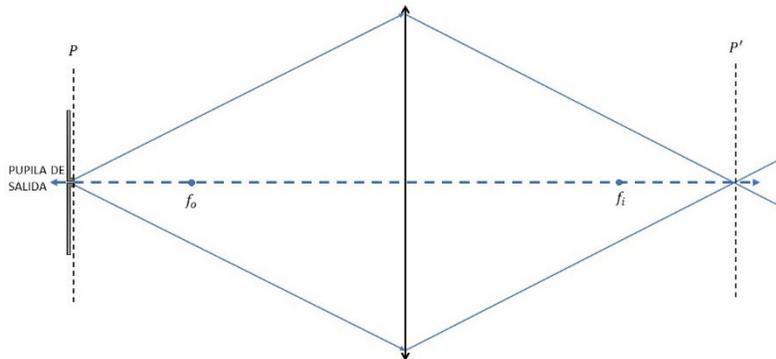


Figura 2.8: El objeto en este caso, la pupila de salida, y los puntos de la imagen en  $P'$ , corresponden entre sí y pueden intercambiarse.

En relación con la conjugación de pupila, tomamos la salida de la pupila  $P$  como el plano  $AB$ , y a la superficie del espejo refractor  $P'$  como el plano  $A'B'$ , de manera que la pupila es imagen de la pupila que se forma sobre la superficie del espejo difractor.

## 2.5 Espectrómetro de imágenes

En este capítulo se abordarán los fundamentos físicos con los cuales trabaja un espectrómetro, partiendo de un espectrómetro de rendija como el ejemplo más general y posteriormente se ahondará en el funcionamiento de la rejilla difractiva, para terminar, exponiendo el funcionamiento de una rejilla difractiva cóncava, partiendo de explicar que es el “*circulo de Rowland*” y el *montaje Paschen – Runge* que son importantes para entender las rejillas cóncavas difractivas.

### 2.5.1 Fundamentos de un espectrómetro de rendija

Los diseños de sistemas ópticos que predominan en la actualidad para los espectrómetros de imagen se basan en la separación angular de la luz a diferentes longitudes de onda, a

continuación, nos centraremos en sus detalles. El término dispersión se refiere a la variación del índice de refracción de un material óptico respecto a la longitud de onda de la luz, lo que da lugar a la dispersión angular de la luz cuando, por ejemplo, la luz incide en un material óptico con un ángulo determinado respecto a la normal de la superficie y la fracción transmitida sigue la ley de Snell. Los sistemas dispersivos tienen un contexto más amplio, con formas basadas en la dispersión, utilizando prismas para los elementos difractivos para separar la luz en sus diferentes bandas de longitud de onda. Otros métodos, aprovechan la naturaleza ondulatoria de la luz, mediante los fenómenos de difracción e interferencia, siendo el frente de onda dividido espacialmente por la acción de una rejilla de difracción que introduce la diferencia de trayectoria necesaria. Ambos métodos de división requieren una rendija que actúe como máscara espacial en algún punto del campo, para limitar el rango de ángulos a través del elemento de dispersión y, en el caso de la rejilla, para asegurar la coherencia requerida. [7]

Los sistemas de prismas y rejillas separan angularmente las diferentes longitudes de onda, y a ambos se les puede aplicar la misma descripción matemática, sin entrar en detalles del propio divisor.

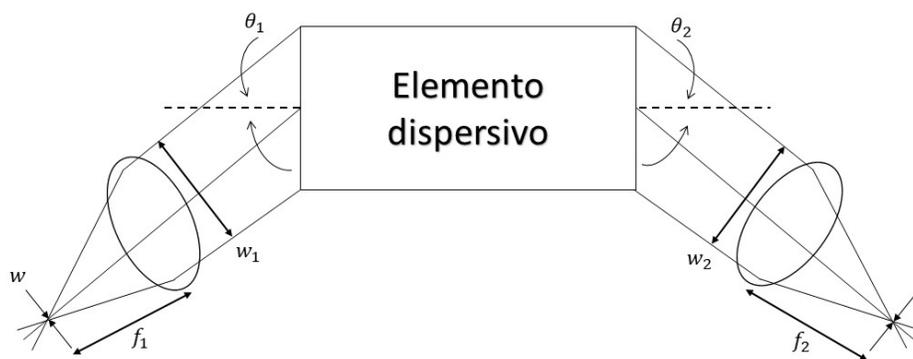


Figura 2.9: Esquema general de un espectrómetro de imagen.

La figura 2.7 muestra un esquema general de un espectrómetro de imagen en el que no se especifica el elemento de dispersión. Las líneas discontinuas representan las normales aún no definidas del elemento de dispersión, donde  $\theta_1$  y  $\theta_2$  son los ángulos entre ellas y los rayos colimados de anchura  $w_1$  y  $w_2$ . La rendija del lado izquierdo, cuyo eje longitudinal se encuentra fuera del plano de la imagen, tiene una anchura  $w$  y en el lado derecho hay un único elemento detector con una anchura  $p$ .

La función del elemento de dispersión es redirigir la luz de una determinada longitud de onda en un ángulo predecible. La resolución dependerá de la anchura de la rendija, de la dispersión de la luz debida a las aberraciones, a la difracción, y de la distancia entre los píxeles. Una banda centrada en  $\lambda_c$  con un límite de resolución de  $\delta\lambda$  corresponde al ángulo  $\theta_2$  con una dispersión angular de  $\delta\theta_2$ , donde  $\theta_2$  es el ángulo entre la normal del elemento de dispersión y la dirección del frente de onda correspondiente a  $\lambda_c$  después de la dispersión. La dispersión angular  $D_\theta$  se define como,

$$D_\theta = \left. \frac{\partial\theta_2}{\partial\lambda} \right|_{\theta_1}, \quad (2.29)$$

Con  $\theta_1$  fijo.  $D_\theta$  suele depender de la longitud de onda media del canal espectral en cuestión. Considerando el efecto de la ecuación 2.29, la rendija de entrada se ilumina uniformemente cuando el espectrómetro de imagen reproduce una fuente de calibración Lambert.[6] La primera lente de colimación produce ondas planas con ángulos ligeramente diferentes correspondientes a la anchura de la rendija. La longitud de la rendija es irrelevante, ya que la dispersión se produce perpendicularmente a la dimensión de la rendija larga.[6] Si el elemento de dispersión se sustituyera por un espejo plano, la rendija estaría representada por  $w'$  en el plano focal de la segunda lente colimadora. El resultado del elemento de dispersión es la dispersión de la imagen de la rendija para las diferentes longitudes de onda. El muestreo espectral depende entonces de la distancia entre los píxeles de un elemento detector. Si prescindimos de todos los demás procesos, es la imagen de la anchura de la rendija y el espaciado de los píxeles lo que determina la resolución espectral.

Los elementos ópticos situados entre la rendija y el píxel influyen en el perfil instrumental ampliando la imagen de la rendija. [7]

El capítulo 2.1 mostró que la difracción de cualquier apertura puede calcularse aplicando el principio de *Huygens-Fresnel*. Para este caso, la apertura considerada es la pupila de salida del sistema, siendo la apertura límite las dimensiones exteriores del elemento de dispersión. El esquema general del espectrómetro de imagen se limita al especificar que el elemento de dispersión se coloca en la distancia focal de las dos lentes colimadoras o ligeramente por debajo de ella, con el resultado de que la pupila de salida es una imagen virtual y está alejada del plano focal. Si el diafragma límite está exactamente a una distancia

focal, hablamos de un sistema telecéntrico con una pupila de salida al infinito. Bajo esta condición, el patrón de difracción en un punto del plano focal se describe por la *difracción de Fraunhofer*.

Supongamos que el elemento de dispersión tiene una geometría rectangular de anchura  $W$  y altura  $H$ , como se ilustra en la figura 2.8,

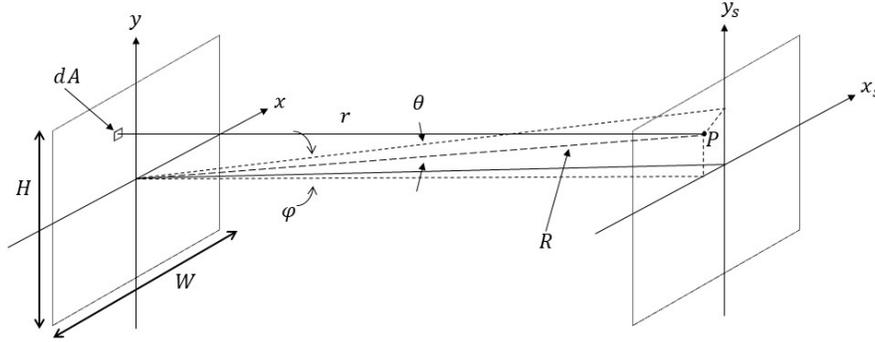


Figura 2.10: Geometría del patrón de irradiación debido a la difracción desde un diafragma rectangular.

donde el patrón de difracción en un punto del plano focal viene dado por la ecuación,

$$E(\theta, \phi) = E(0,0) \left( \frac{\sin \alpha'}{\alpha'} \right)^2 \left( \frac{\sin \beta'}{\beta'} \right)^2, \quad (2.30)$$

Con  $\alpha'$  y  $\beta'$  expresadas como,

$$\alpha' = \frac{1}{2} k H \sin \phi, \quad (2.31)$$

$$\beta' = \frac{1}{2} k W \sin \theta, \quad (2.32)$$

donde  $k$  es el vector de onda dado por  $2\pi/\lambda$ . Los primos se utilizan para distinguir la anchura angular del eje longitudinal de la rendija, dada por  $\alpha$ , de la anchura angular de un píxel, dada por  $\beta$ , como se ilustra en la figura 2.19. La irradiación dada por (2.30) se modifica para la geometría actual. Si consideramos sólo la dimensión perpendicular al eje de la rendija larga,  $\beta'$  puede reescribirse como,

$$\beta' = \frac{\pi W_2}{\lambda} \sin \theta \approx \frac{\pi W_2}{\lambda} \frac{x}{f_2} = \frac{\pi x}{e}, \quad (2.33)$$

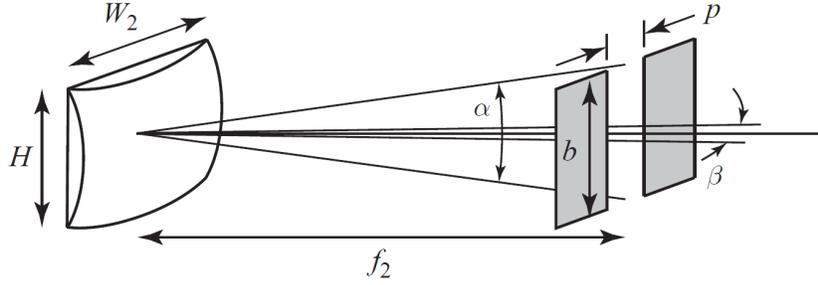


Figura 2.11: Después de la dispersión, la luz se enfoca con un determinado ángulo de dispersión en una columna de píxeles de anchura  $p$  y altura  $b$  que son iguales al número de píxeles paralelos al eje longitudinal de la rendija de entrada multiplicado por el paso de los píxeles. La anchura angular del eje longitudinal de la rendija es  $\alpha$  y la anchura angular de un píxel en el eje óptico es  $\beta$ . La distancia entre los píxeles es exagerada.[7]

donde se ha utilizado la aproximación del ángulo pequeño, de modo que  $\sin \theta$  es aproximadamente  $\tan \theta$ , donde  $x$  se mide desde el eje óptico, y  $e \equiv \lambda f_2 / W_2$ . La anchura  $W$  se ha sustituido por  $W_2$ , ya que es la anchura proyectada del elemento de difracción que forma un lado de la pupila de salida. Por tanto, la función de difracción unidimensional es,

$$D(x) = \left( \frac{\sin \frac{\pi x}{e}}{\frac{\pi x}{e}} \right)^2 \text{sinc}^2 \left( \frac{\pi x}{e} \right), \quad (2.34)$$

donde la irradiancia en el eje se fija en uno, ya que nos interesa la forma funcional de la dispersión de la longitud de onda.

### 2.5.2 Rejilla dispersiva

Cualquier arreglo que sea equivalente en su acción a un número de rendijas paralelas equidistantes de la misma anchura se llama rejilla de difracción.[7] La rejilla resulta en un instrumento muy poderoso para el estudio de los espectros, ya que puede ser utilizada para regiones del espectro que no son transmitidas por lentes de vidrio, como el ultravioleta.

En este subcapítulo el elemento dispersivo de la figura 2.7, será sustituido por una rejilla de difracción. Las rejillas que se emplean en un espectrómetro de imagen son rejillas de reflexión y se caracterizan sustituyendo las rendijas por espejos y doblando la imagen de la rejilla de transmisión sobre el plano de la rejilla, como se muestra a la derecha en la figura 2.12. Por ahora para mayor claridad, se describirá primero una rejilla de transmisión, debido a que el efecto de una rejilla reflexiva es más complicado y su descripción incluye los fenómenos ondulatorios de difracción e interferencia.

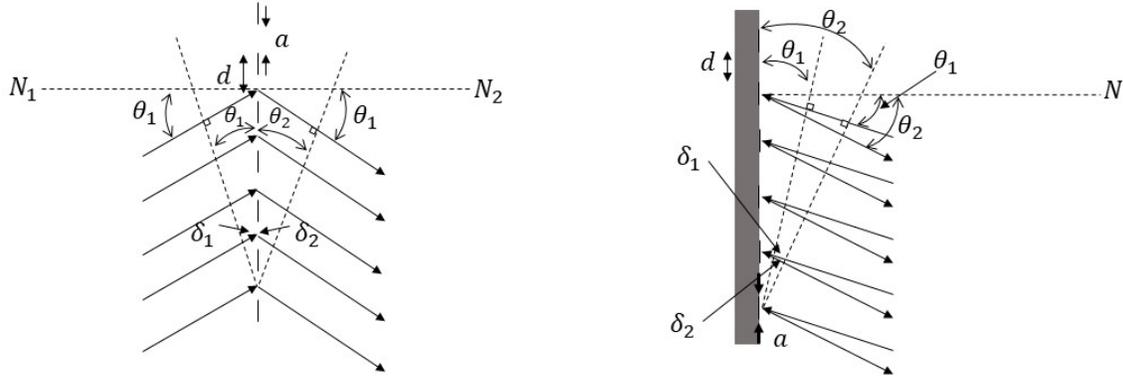


Figura 2.12: Esquemas de una rejilla de transmisión y una rejilla de reflexión, La rejilla de reflexión se obtiene doblando la rejilla de transmisión en la superficie de la rejilla y sustituyendo las rendijas por tiras reflectantes en un sustrato perfectamente absorbente.

Sabemos que, para la interferencia constructiva en una longitud de onda, se introduce una diferencia de camino  $\delta$  entre fuentes coherentes, donde  $\delta$  corresponde a un número entero de longitudes de onda. La parte izquierda de la figura 2.12 muestra una rejilla de transmisión formada por una serie de rendijas paralelas de anchura  $a$ , separadas por una distancia  $d$ . La luz colimada llega incidiendo por la izquierda, y cada rendija estrecha difracta la onda plana en el patrón dado por la ecuación 2.8. Para ángulos de incidencia y salida, la diferencia de paso es  $\delta = d \sin \theta_1 + d \sin \theta_2$  y la interferencia constructiva se produce cuando,

$$m\lambda = d(\sin \theta_1 + \sin \theta_2), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (2.35)$$

donde  $m$  es el número de orden del frente de onda difractado,  $\lambda$  la longitud de onda,  $d$  la distancia entre rejillas,  $\theta_1$  el ángulo de incidencia, y  $\theta_2$  el ángulo de difracción. [9]

La resolución se determina por diferenciación, donde lo único que cambia es el ángulo de difracción.

$$d\lambda = \frac{d \cos \theta_2 d\theta_2}{m}, \quad (2.36)$$

Una rejilla tiene una resolución de longitud de onda constante en función del ángulo en el plano de la imagen, este viene dado por la ecuación,

$$Q = \frac{\lambda}{d\lambda} = mN, \quad (2.39)$$

donde  $N = \frac{W}{d}$  es el número total de rendijas que contiene la rejilla.



Figura 2.13: Sección transversal de una rejilla de luz.

Con esto se concluye el análisis del diseño de un espectrómetro de imagen y el estudio del funcionamiento de las rejillas.

### 2.5.3 Rejilla cóncava

Uno de los avances más importantes en la historia de la espectroscopia se produjo en 1882, cuando Rowland demostró que un espejo esférico cóncavo, colocado con líneas paralelas equidistantes a lo largo de la línea de su arco, produce líneas espectrales con un enfoque nítido en un círculo cuyo diámetro es igual al radio de curvatura del espejo. [8]

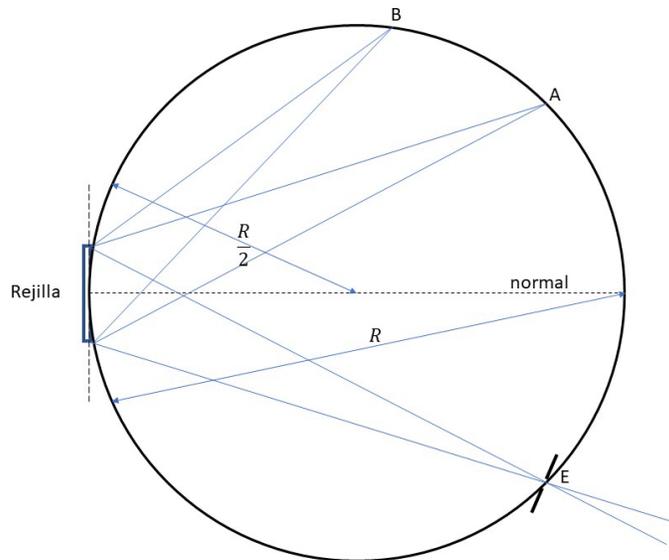


Figura 2.14: Diagrama del círculo de Rowland,  $A, B$  son los espectros,  $\frac{R}{2}$  es el radio del círculo de Rowland y  $R$  es el radio de la curvatura de la rejilla.

Cuando la rejilla, en lugar de estar regida por una superficie plana, está regida por un espejo esférico cóncavo de metal, difractará y enfocará la luz al mismo tiempo.

Se sabe que, si  $R$  es el radio de curvatura de la superficie esférica de la rejilla, es posible trazar un círculo de diámetro  $R$ , es decir, de radio  $r = R/2$ , tangente a la rejilla en su punto medio, que define el lugar de los puntos en los que el espectro está enfocado, siempre que la rendija de la fuente se encuentre también en este círculo. Este círculo se denomina

"*círculo de Rowland*", y en prácticamente todos los montajes de rejillas cóncavas se utiliza esta condición para el enfoque.

Con el "*círculo de Rowland*" ya no es necesario utilizar un material transparente, la rejilla cóncava se ha convertido en una de las herramientas más exitosas de la espectroscopia. Se puede fabricar para dar una mejor dispersión y resolución que los prismas y se puede utilizar en cualquier longitud de onda para la que sus reglas estén debidamente espaciadas.

Al montar una rejilla cóncava, la hendidura puede colocarse en cualquier parte del "círculo de Rowland". La elección del lugar depende del tipo de trabajo que se vaya a realizar. [8] Las posiciones de los distintos órdenes y las longitudes de onda resultantes pueden calcularse mediante la ecuación,

$$\lambda = \frac{A}{mN} (\sin i \pm \sin \theta), \quad (2.40)$$

se debe que tener en cuenta los órdenes de rejilla que se van a utilizar, la gama de longitudes de onda que se van a cubrir, el grado de astigmatismo que se puede tolerar, el brillo de los espectros resultantes, la ausencia de líneas espurias depende del ángulo y la desviación de la dispersión uniforme debe ser lo más pequeña respecto a la normal. En general, los espectros mejores espectros se obtienen en la dirección de la normal de la rejilla.

El montaje clásico de la rejilla cóncava, menos utilizada hoy en día, es la descrita originalmente por Rowland. El soporte de la placa y la rejilla están fijados de forma rígida a los extremos opuestos de un soporte rígido, cuyos extremos están montados en carros que se desplazan sobre rieles en ángulo recto. La rendija se encuentra en la intersección de estas dos vías, y la luz que la atraviesa cae sobre la rejilla y se propaga a través de ella alrededor del círculo de Rowland. Sólo se utiliza la parte del espectro que cae sobre un soporte de placa en la normal de la rejilla.

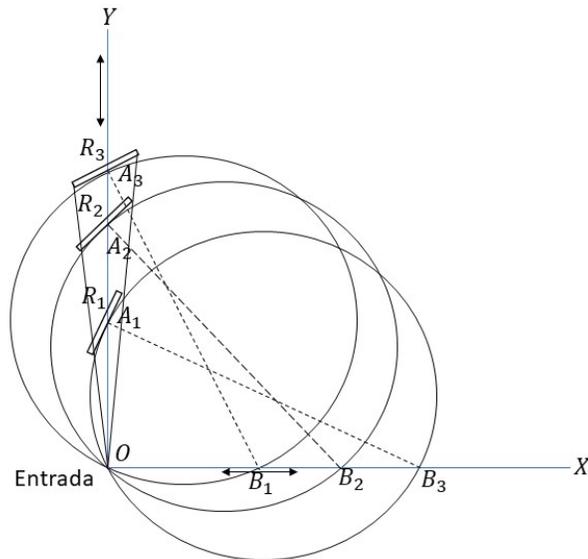


Figura 2.15: Montaje Rowland,  $R_1, R_2, R_3$  son las diferentes posiciones de la rejilla a lo largo del eje  $Y$ , las posiciones  $AB$  son el radio de la rejilla,  $B_1, B_2, B_3$ , son las intersecciones entre la rejilla y la normal a lo largo del eje  $X$ .

Esta configuración proporciona un espectro de dispersión casi uniforme, una propiedad que resulta muy útil cuando hay que realizar mediciones de longitud de onda con sólo unas pocas líneas. Sin embargo, hoy en día se conocen con precisión tantos patrones de longitud de onda que las interpolaciones de longitud de onda sólo son necesarias para distancias cortas y un espectro normal no es tan esencial como antes. Las desventajas de la montura Rowland son que sólo se puede representar una zona limitada del espectro en un ajuste, que tiene un alto astigmatismo, por lo que se puede perder mucha intensidad, especialmente en los órdenes superiores, y que no se pueden alcanzar los órdenes superiores de la rejilla.

#### 2.5.4 Montaje Paschen-Runge

El montaje más utilizado hoy en día para rejillas de investigación cóncavas es el descrito por Paschen y Runge. Tiene la ventaja de que la rendija, la rejilla y el soporte de la placa son fijos, de modo que todas las partes del espectro están enfocadas en todo momento y se puede fotografiar toda su extensión en una sola exposición en muchas placas. La configuración puede diseñarse de forma que se disponga de casi todo el círculo de Rowland, o bien se puede cubrir todo el espectro con uno o varios puntos en un lado.

Un problema a la hora de colocar una rejilla en la estructura Paschen-Runge es elegir el ángulo de incidencia con el que debe ser iluminada. Aunque se dispone de todo el círculo del Rowland, la zona en la normal de la rejilla es la más valiosa, ya que tiene la dispersión más uniforme, el astigmatismo más bajo y, en algunos casos, el mayor poder de resolución. La rendija únicamente se coloca en la normal cuando es necesario obtener los órdenes inferiores en ambos lados de la rejilla, como por ejemplo para ciertos tipos de mediciones de intensidad. Si se van a utilizar órdenes superiores, es habitual utilizar una iluminación con un ángulo de incidencia de entre  $12^\circ$  a  $60^\circ$ . [8]

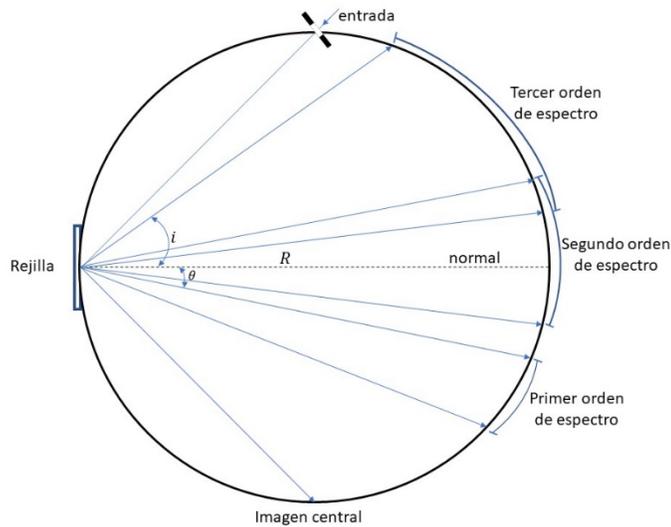


Figura 2.16: Montaje Paschen-Runge para una rejilla cóncava.

## 2.6 Sistema de imágenes hiperespectrales

EL HSI es un sistema híbrido de diagnóstico óptico que obtiene información espectroscópica y la presenta como imagen, combinando instrumentos espectroscópicos con sistemas de imágenes para obtener datos espectroscópicos resueltos de manera espacial. Los instrumentos HSI pueden capturar cientos o miles de espectros. La información codificada a lo largo de la dimensión espectral depende de la modalidad, siendo los enfoques más comunes el ultravioleta, el visible, el infrarrojo cercano y la espectroscopia vibracional. La firma espectral codificada proporciona información sobre la composición del material en cada posición espacial  $x, y$ . [9] Esta firma espectral proporciona una huella digital para la identificación del material y propiedades cuantificables como la densidad, la absorción y la emisión.

En la espectroscopia tradicional, la señal puede registrarse en todas las longitudes de onda de un rango espectral, pero para un único punto de análisis, en cambio el HSI, registra la emisión total de cada píxel de una imagen en el campo de visión. Otra manera, llamada imágenes multiespectrales (MSI), consiste en tomar imágenes ópticas en sólo unas pocas longitudes de onda. Las imágenes espectrales recogen información en tres dimensiones: dos espaciales ( $x, y$ ) y una espectral ( $\lambda$ ), lo que da lugar a un conjunto de datos ( $x, y, \lambda$ ), esto proporciona el llamado "cubo de datos" [10] que contiene información espectral de toda la imagen en cada longitud de onda. Dependiendo de la resolución espectral, el número de bandas espectrales y la continuidad del espectro recogido, las imágenes espectrales se dividen generalmente en imágenes multiespectrales e imágenes hiperespectrales (HSI).[10]

	<b>Sistema de imágenes multiespectrales</b>	<b>Sistema de imágenes hiperespectrales</b>
<b>Resolución espectral</b>	baja(normalmente>10nm)	Alta(normalmente<10nm)
<b>Criterio 1: número de bandas espectrales</b>	De 3 a 10	De decenas a cientos
<b>Criterio 2: número de bandas continas</b>	Normalmente espaciadas	Continuas

*Tabla 2.1: Criterios entre sistemas multiespectrales e hiperespectrales.*

Como se muestra en la tabla 2.1 [10] hay dos criterios diferentes que distinguen un HSI de la imagen multiespectral, uno es el número de bandas espectrales, un HSI suele captar decenas o cientos de bandas espectrales, mientras que las imágenes multiespectrales tienen muchas menos. Por otro lado, también puede ser la continuidad de las bandas espectrales. Un HSI mide el espectro de forma continua, mientras que las imágenes multiespectrales suelen capturar bandas espectrales no continuas y espaciadas. En comparación con las imágenes multiespectrales, un HSI capta más información espectral y, por tanto, es más sensible a los cambios espectrales sutiles.

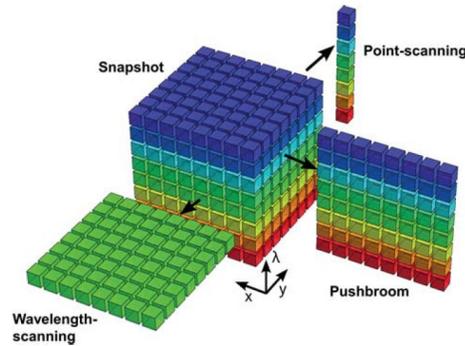


Figura 2.17: Cubos de datos en imágenes hiperespectrales.  $x, y$ , coordenadas espaciales y  $\lambda$ , longitud de onda. [10]

Los espectrómetros de imagen hiperespectral son una nueva técnica que consiste en una imagen que se compone de una banda espectral continua muy estrecha que comprende cientos de bandas. La gama espectral incluye todas las bandas espectrales de la luz visible, el infrarrojo cercano, el infrarrojo medio y el infrarrojo térmico. En el caso de las imágenes del espectrómetro, éste suele utilizar el tipo de barrido y puede capturar datos de banda de 200 o más. Permite obtener en cada píxel de la imagen la curva de reflexión continua, en lugar de tener intervalos entre bandas, como en otros espectrómetros tradicionales de imagen general.

Uno de los principales métodos de obtención de imágenes del espectrómetro hiperespectral es el modo de barrido optomecatrónico, el espectrómetro deberá generar una matriz de imágenes de más de 200 bandas espectrales continuas. Tras la separación de colores por el dispositivo de dispersión óptica, las diferentes bandas de radiación se exponen a un CCD. Por lo tanto, la intensidad de la radiación del campo de visión instantáneo se detecta mediante la separación de colores, y el número de canales espectrales corresponde al número de elementos del conjunto lineal.[11]

Durante el escaneo píxel por píxel produce imágenes continuas del espectro, compuestas por cientos de bandas estrechas. El generador de imágenes mide la intensidad de radiación de todas las bandas en cada píxel en una línea horizontal, y el número de elementos de adquisición depende del número de bandas. Durante el funcionamiento, la energía radiante se transfiere del objeto al registro para grabar los datos mediante la exposición del obturador. El detector fotoeléctrico es un CCD El escaneo espacial se complementa con el

escaneo de la cámara. El largo tiempo de funcionamiento de la cámara de píxeles mejora la sensibilidad y la relación de resolución espacial del sistema.

Durante la formación de imágenes del objetivo, el espectrómetro de imágenes forma de decenas a cientos de bandas estrechas en cada píxel espacial por la dispersión cromática, con el fin de abarcar el espectro de forma continua, creando así la imagen hiperespectral con resolución espectral nanométrica. La imagen hiperespectral también puede reproducir la información espectral de la propiedad física del píxel de la imagen con alta resolución unidimensional, es decir, la unidad de imagen y espectro. Gracias a la mejora de la relación de resolución de las imágenes hiperespectrales, muchos problemas originalmente multiespectrales pueden resolverse de forma hiperespectral. Al procesar las características espaciales y espectrales de la imagen del objetivo en la imagen hiperespectral, permite identificar y distinguir un objeto con la mayor certeza.

Las principales ventajas de los HSI son que, las imágenes hiperespectrales tienen una alta resolución espectral, lo que permite resolver muchos problemas multiespectrales difíciles, las bandas adyacentes tienen una mayor relevancia, esto permite la posibilidad de reducir la dimensionalidad, la selección de bandas y la extracción de características, etc., además de la compresión hiperespectral. [11]

## Capítulo 3 Sistema formador de imágenes por medio de la conjugación de pupila sobre la superficie de un espejo refractor

Este capítulo expondrá la matemática que hay detrás del arreglo propuesto en estas tesis partiendo de la teoría de formación de imágenes, visto en las secciones 2.1 a 2.3.

Tomando la ecuación 2.21, y sustituyendo la función  $O_i(u, v)$ , por una función  $\delta(x, y)$  que representa el estímulo de un punto luminoso en el plano de salida del objeto, obtenemos,

$$g_i(x, y) = h_i(x, y) * \delta(x, y) \quad (3.1)$$

Siendo  $g_i(x, y)$ , la distribución de la amplitud en intensidad en el plano de salida,  $h(x, y)$  la función de punto extendido en intensidad *ipsf*, que está en convolución con el estímulo luminoso  $\delta(x, y)$ .

La anterior ecuación será tratada desde el espacio frecuencial, al aplicar la *transformada de Fourier* a la ecuación 2.29, esta queda expresada de la forma,

$$G_i(u, v) = H(u, v)\delta(u, v) \quad (3.2)$$

Siendo  $G_i(u, v)$  la imagen en su forma frecuencial y  $OTF(u, v)$  es la *Función De Transferencia Óptica*, y  $\delta(u, v)$  la sigue siendo el estímulo luminoso desde el plano de salida del objeto, pero ahora en su forma espectral.

En este trabajo se utilizó una abertura circular de aproximadamente 1 mm para simular una fuente luminosa cuasi-puntual en el plano de salida del objeto, además de un espejo difractor sobre el cual se dará la conjugación de la pupila, por tanto  $h_i(x, y)$  puede ser representada como una función de pupila  $P(x, y)$ .

De esta manera nuestra  $P(x, y)$ , queda expresada como,

$$P(x, y) = circ\left(\sqrt{\frac{x_p^2 + y_p^2}{r}}\right)\phi(x, y) \quad (3.3)$$

Donde  $\phi(x, y)$  representa la función grabada sobre la superficie del espejo difractor.

Al aplicar la *transformada de Fourier* a la función de pupila, esta queda expresada de la siguiente forma,

$$P(u, v) = circ\left(\sqrt{\frac{u^2 + v^2}{\rho_c}}\right)\phi(u, v) \quad (3.4)$$

Con esto realizamos el procedimiento para obtener la *Función De Transferencia Óptica*  $OTF(u, v)$ , aplicamos un módulo cuadrado a la ecuación 3.2

$$|G_i(u, v)|^2 = |H(u, v)\delta(u, v)|^2$$

Y como resultado obtenemos,

$$OTF(u, v) = H(u, v)H^*(u, v) \quad (2.27)$$

Al sustituir  $H(u, v)$  por  $P(u, v)$ , obtenemos que la  $OTF(u, v)$ , queda expresada como,

$OTF(u, v) =$

$$\frac{\iint P(x_p + \lambda z_i u, y_p + \lambda z_i v) e^{ik\phi(x_p + \frac{\lambda z_i u}{2}, y_p + \frac{\lambda z_i v}{2})} P(x_p - \lambda z_i u, y_p - \lambda z_i v) e^{-ik\phi(x_p - \frac{\lambda z_i u}{2}, y_p - \frac{\lambda z_i v}{2})} P(x_p, y_p) dx_p dy_p}{(3.5)}$$

Donde  $e^{ik\phi(x_p + \frac{\lambda z_i u}{2}, y_p + \frac{\lambda z_i v}{2})}$  y  $e^{-ik\phi(x_p - \frac{\lambda z_i u}{2}, y_p - \frac{\lambda z_i v}{2})}$ , son los factores de fase producto del espejo refractor.

Con esta ecuación queda terminado el análisis del sistema óptico propuesto y se procede a mostrar el arreglo óptico montado en laboratorio.

## Capítulo 4 Trabajo experimental y Resultados

En este capítulo se mostrará el esquema del montaje propuesto en esta tesis y realizado de forma experimental en laboratorio, así como los resultados obtenidos al ser aplicado usando en primera estancia un LED y posterior mente un foco incandescente para comparar las imágenes resultantes.

### 4.1 Sistema óptico formador de imágenes hiperespectrales

Con ayuda de un objeto de prueba, colocado en la pupila de salida del sistema óptico, se monta un sistema formador de imágenes que permite observar el espectro óptico del objeto. Para este trabajo, se utiliza un espejo cóncavo que contiene una rejilla grabada en su superficie.

Por medio de la conjugación de planos se logra formar la imagen del objeto difractada a la salida del espejo cóncavo y con ayuda de un sistema telescópico se consigue formar la imagen del espectro del objeto sobre la superficie del sensor de una cámara digital y al realizar un desplazamiento a través del eje óptico del segundo orden producido por el espejo cóncavo, se obtiene un conjunto de imágenes hiperespectrales.

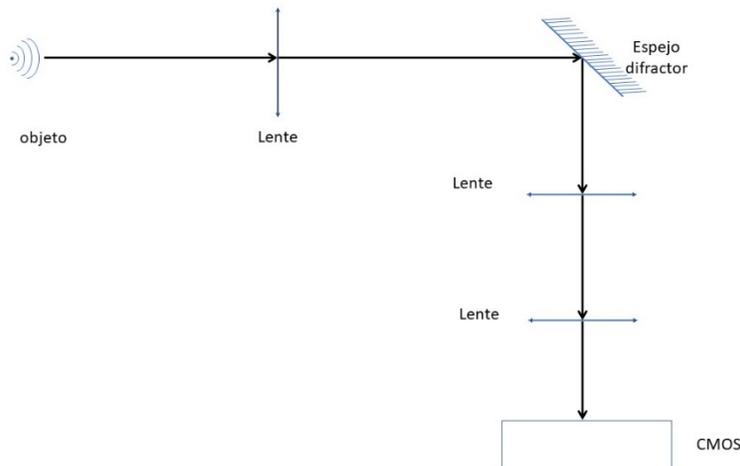


Figura 4.1: Esquema del sistema formador de imágenes realizado en el laboratorio.

Primeramente, se realizó el ensamble colocando un LED e inmediatamente frente a él se colocó la pupila (un diafragma con una apertura de 1mm), para simular una fuente cuasi-puntual.

Se obtuvo el espectro que emitía el LED usando un espectrofotómetro Ocean Optics USB4000, para poder tener una referencia contra la cual comparar las diferentes frecuencias a las que emitiría una vez difractado.

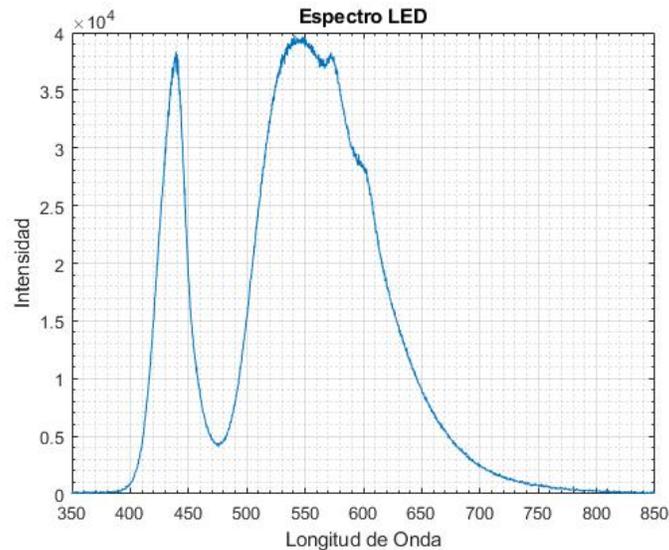


Figura 4.2: Emisión del espectro del LED de 400nm a 750 nm.

Posteriormente, la luz procedente de la rendija es colimada por la primera lente de modo que el frente de onda que interactúa con el espejo difractor es plano.

Antes de colocar el espejo difractor, a la distancia de formación de imagen de la lente anteriormente colocada se capturo una imagen para observar el LED, y se logró visualizar perfectamente su composición física, como los alambres que propician el encendido de este.

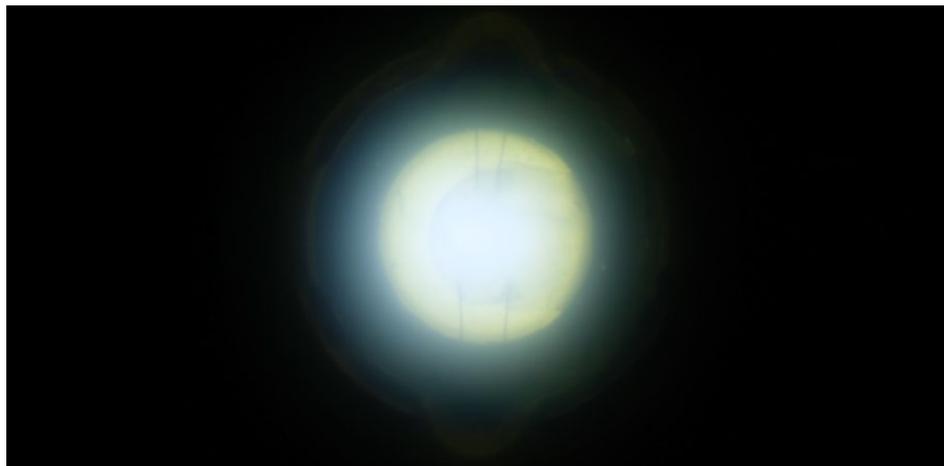
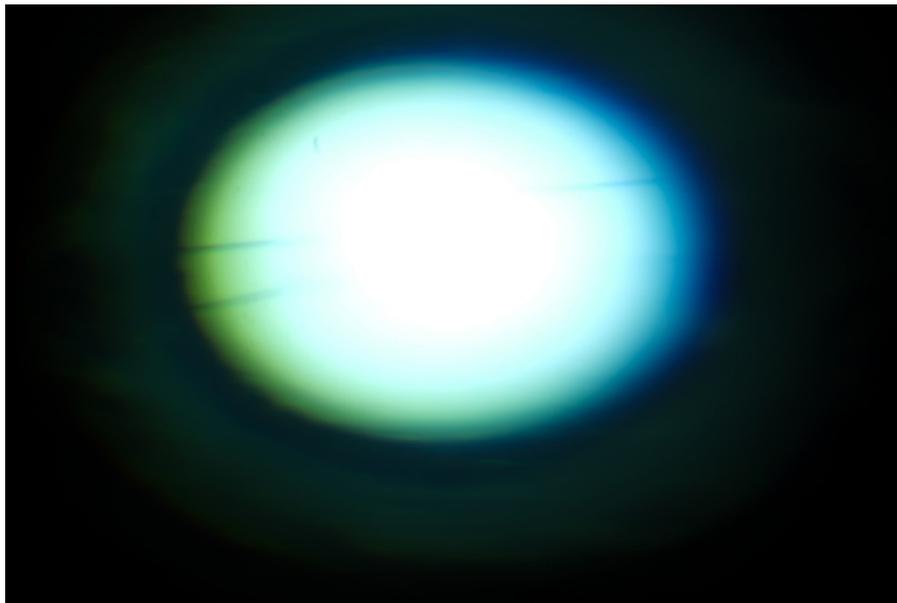


Figura 4.3: Fotografía del LED.

El espejo difractor al ser de tipo cóncavo, como se explicó en el capítulo anterior produce 3 órdenes de espectro, de los cuales el que enfocaremos con un sistema telescópico será el segundo orden, que es el que contiene toda la información del espectro de nuestro LED. Se decidió tomar una segunda imagen del LED, pero esta vez ya habiendo pasado por el espejo difractor, y para ello se posiciono la cámara en el tercer orden producido por el espejo y con ayuda de un sistema telescópico de lentes se formó la imagen en la superficie del CMOS de la cámara digital, lo que permitió observar el LED.



*Figura 4.4: Fotografía del LED después de haber pasado por la rejilla en el 3er orden de difracción.*

También se capturo el espectro del LED después de haber pasado por el espejo difractor, para comparar si había alguna diferencia antes y después de haberse reflejado y se constató que el espectro se mantenía sin cambio alguno.

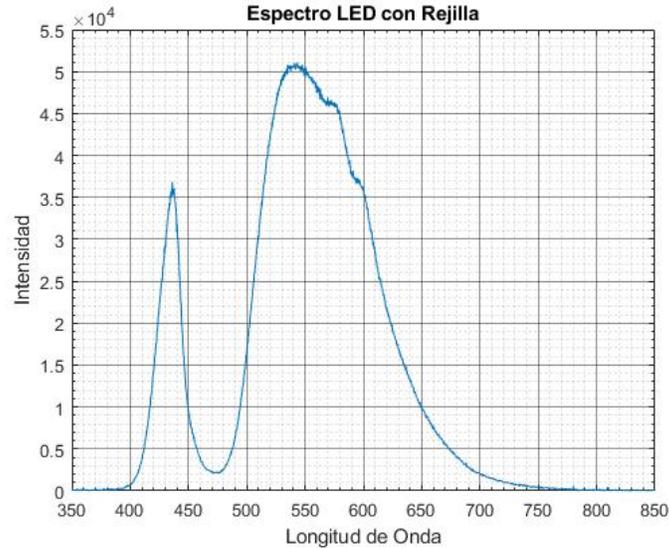


Figura 4.5: Emisión del espectro del LED después de haber pasado por la rejilla en el 3er orden de difracción.

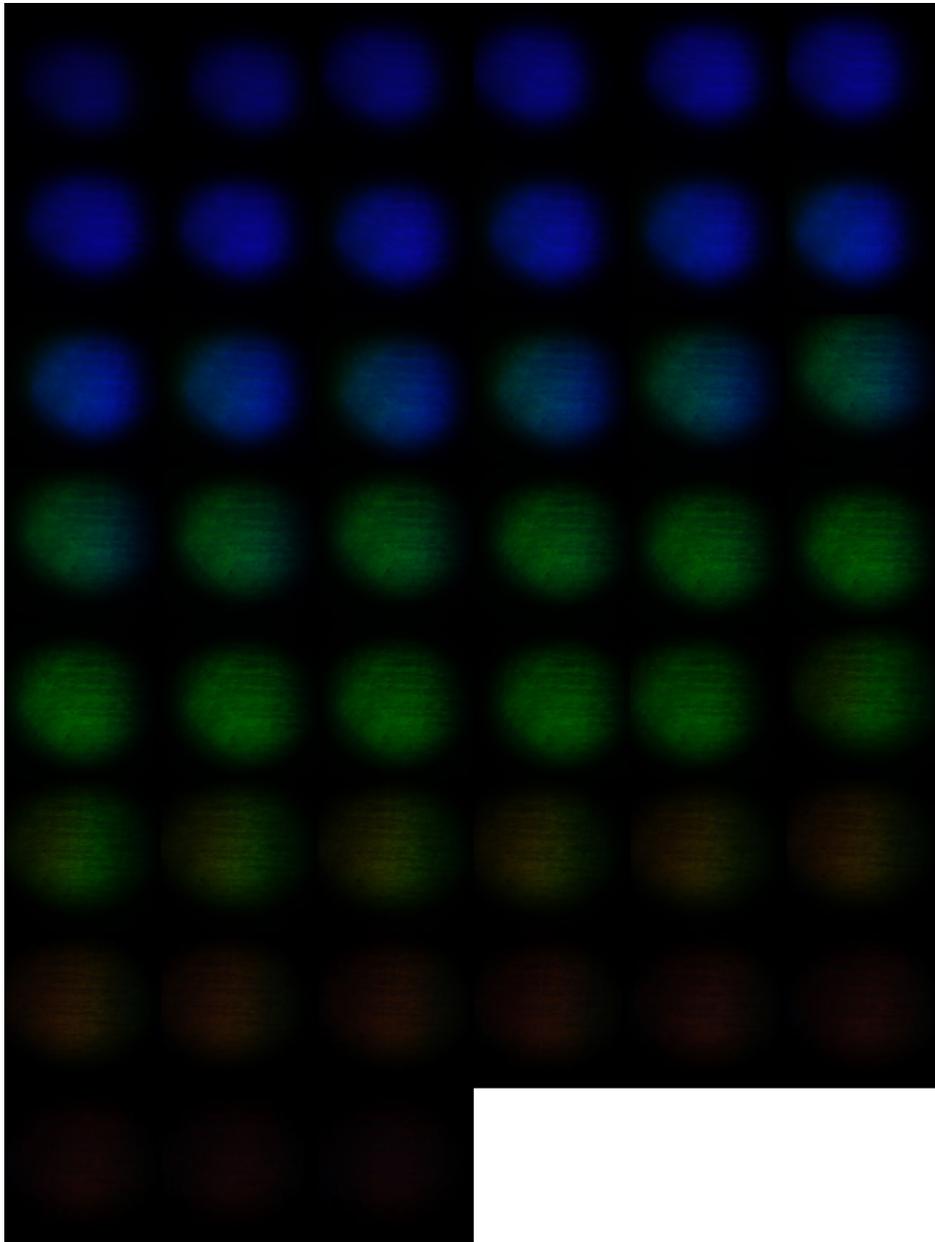
El sistema telescópico de lentes igualmente se utilizó para ampliar y enfocar la banda espectral producida por el espejo difractor sobre el CMOS de la cámara digital, desde la cual se observó al desplazarla de manera lineal, cada frecuencia del espectro a la que emite el LED.

### 4.3 Resultados

En esta sección se expondrán las imágenes generadas con el sistema propuesto, primeramente, usando un LED como fuente de iluminación donde a cada imagen capturada, se le capturo la longitud de onda que emitía, en forma de verificar en que parte del espectro se encontraba la imagen.

#### 4.3.1 Conjunto de imágenes espectrales del LED

Se logro obtener un conjunto de imágenes con una clara transición entre todas las frecuencias a las que emite el LED, con una atenuación pronunciada en la zona roja, esto claramente se podía predecir a partir de la figura 4.2 y 4.5, ya que en ambas graficas se aprecia una baja intensidad en la región de los 600nm.



*Figura 4.6: Transición del espectro del LED*

### 4.3.2 Gráficas de emisión del espectro del LED

Para verificar las frecuencias que se estaban emitiendo se capturaron una serie de espectros cada 10 mm de desplazamiento, que se muestran en las gráficas de las figuras 4.7 a la 4.38.

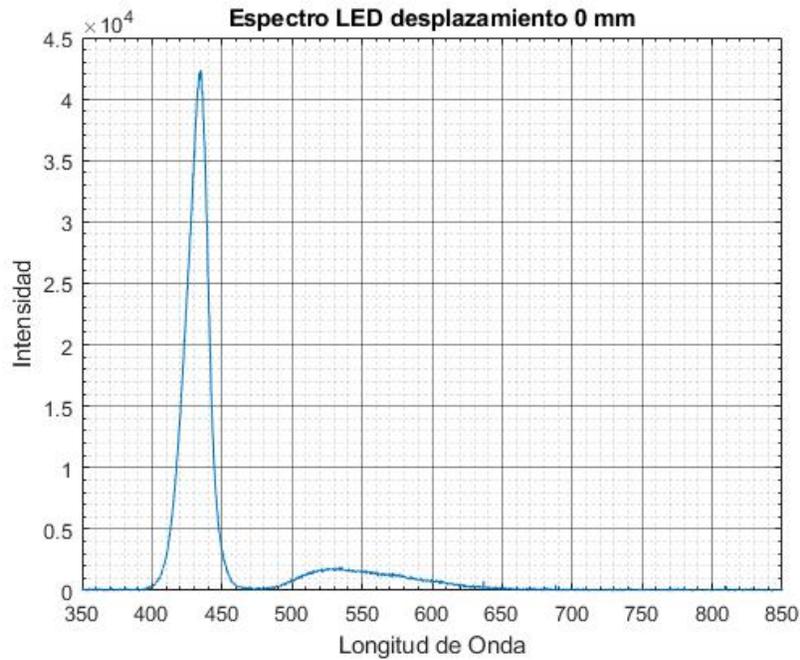


Figura 4.7: Emisión del espectro a 0 mm de desplazamiento.

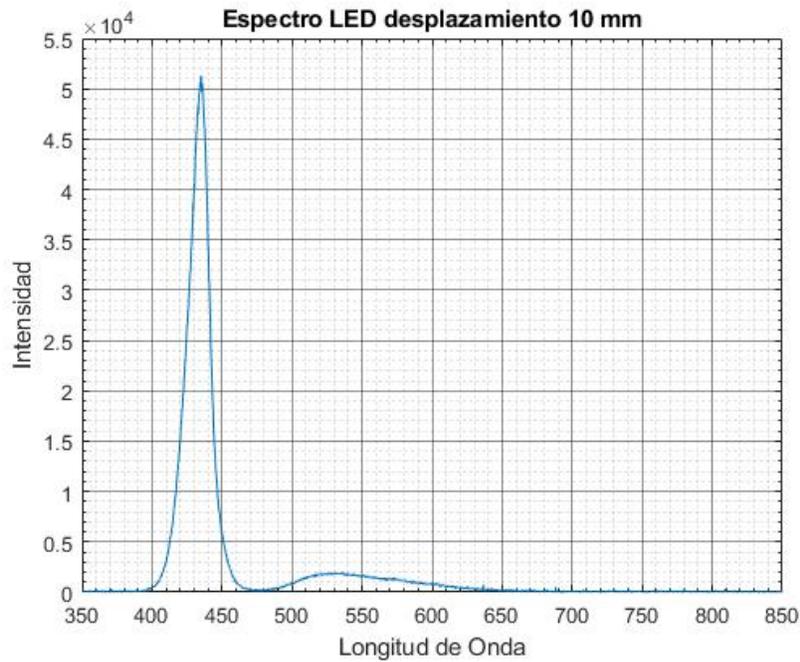


Figura 4.8: Emisión del espectro a 10 mm de desplazamiento.

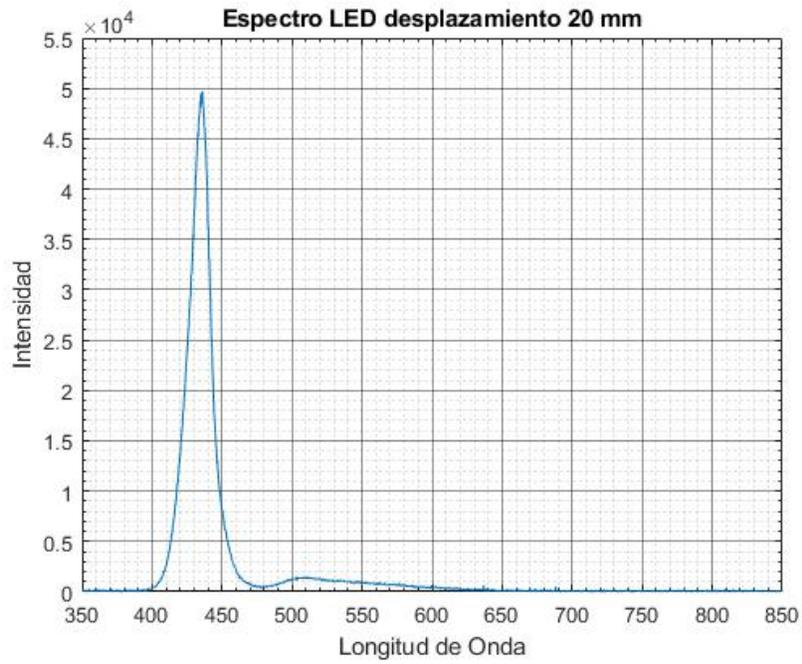


Figura 4.9: Emisión del espectro a 20 mm de desplazamiento.

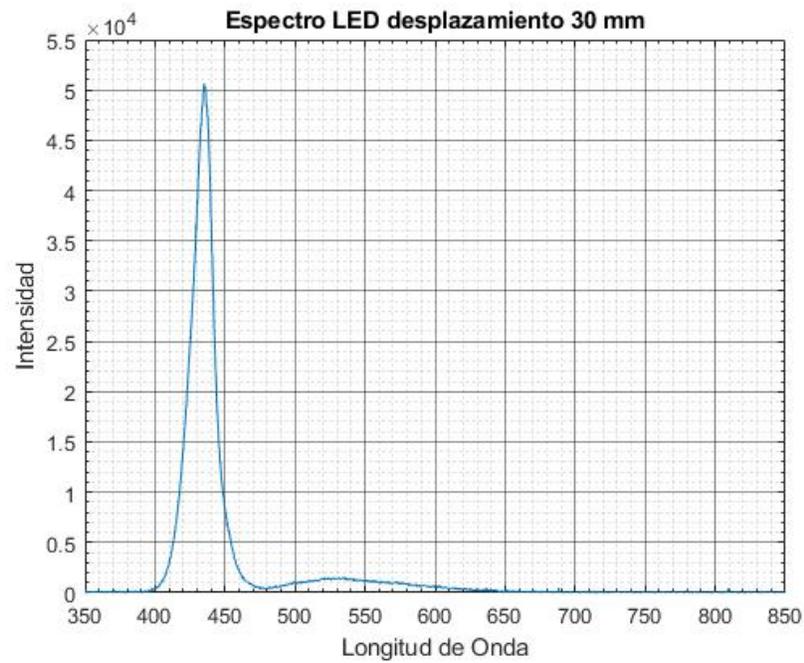


Figura 4.10: Emisión del espectro a 30 mm de desplazamiento.

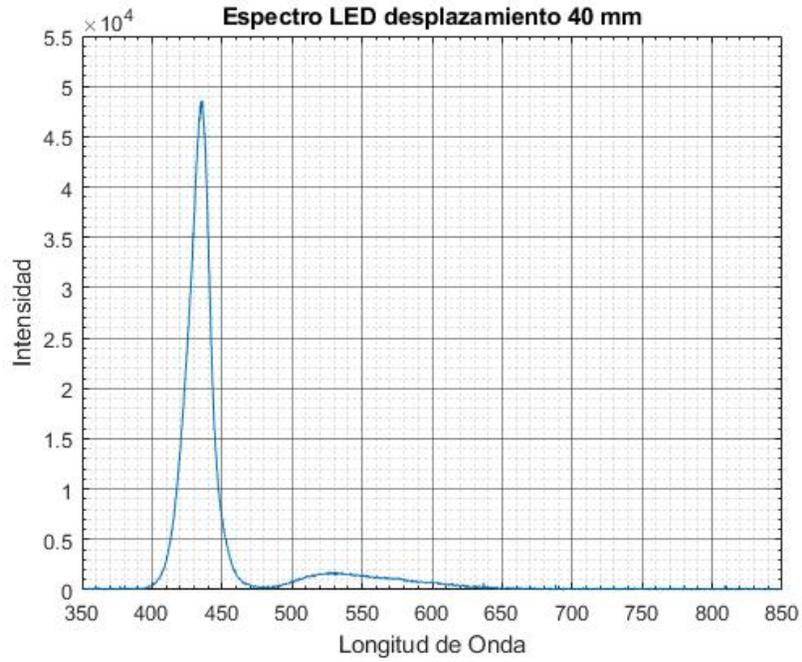


Figura 4.11: Emisión del espectro a 40 mm de desplazamiento.

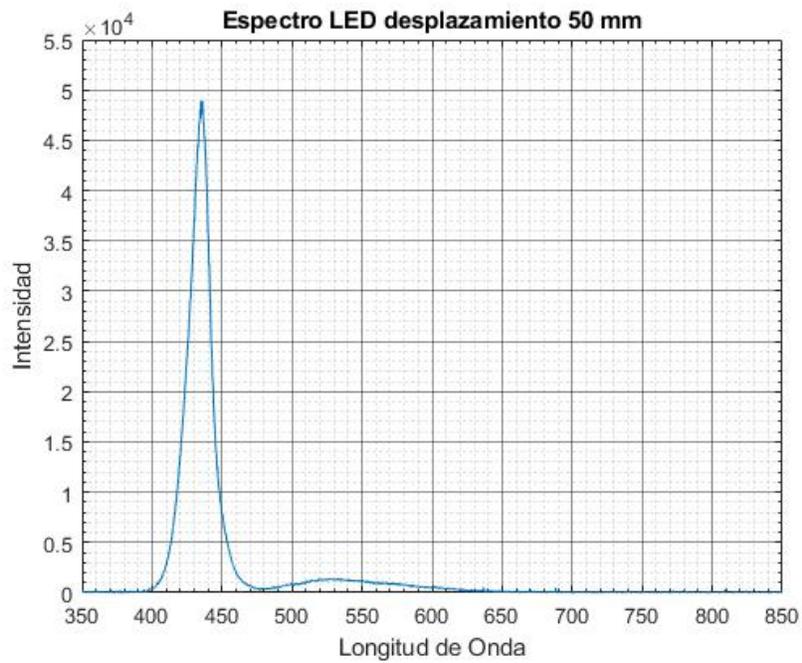


Figura 4.12: Emisión del espectro a 50 mm de desplazamiento.

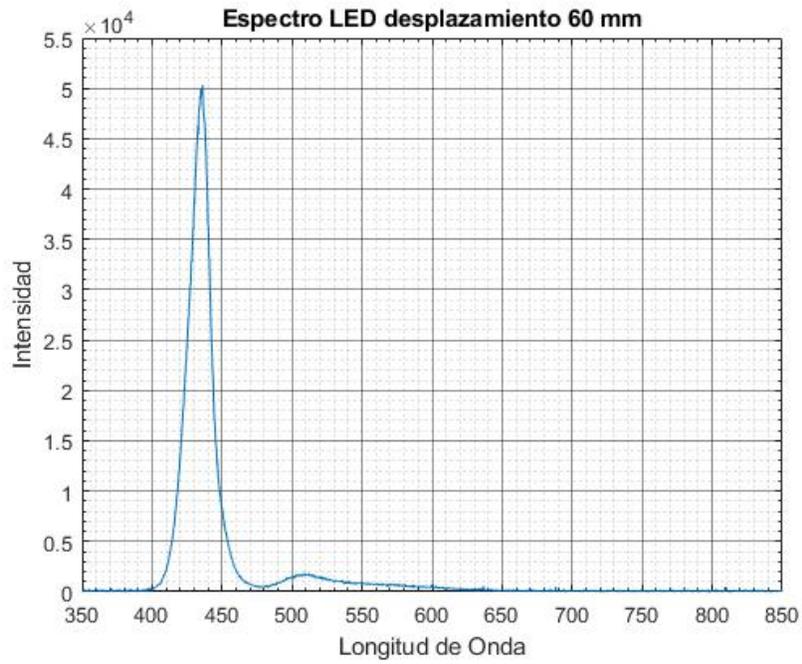


Figura 4.13: Emisión del espectro a 60 mm de desplazamiento.

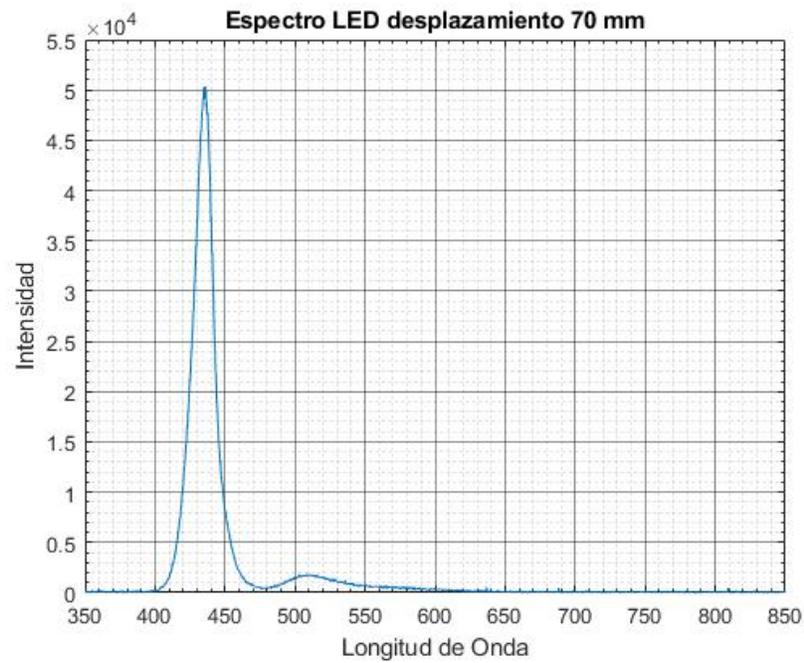


Figura 4.14: Emisión del espectro a 70 mm de desplazamiento.

Se puede observar como a partir de la figura 4.15, en la gráfica empieza a hacerse más notorio un ruido en la emisión del espectro y conforme se fue desplazando el espectrofotómetro, nos da cuenta de que estamos en la región de transición entre el espectro azul y verde.

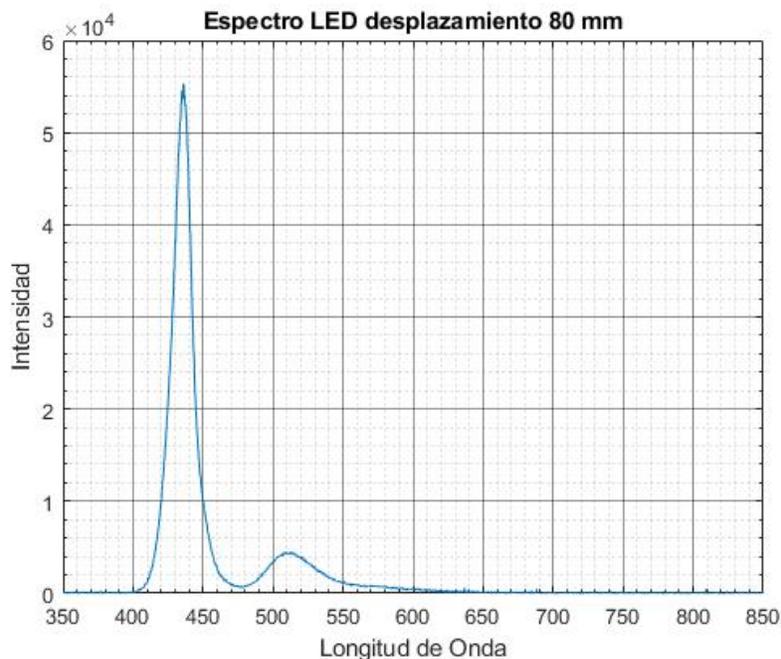


Figura 4.15: Emisión del espectro a 80 mm de desplazamiento.

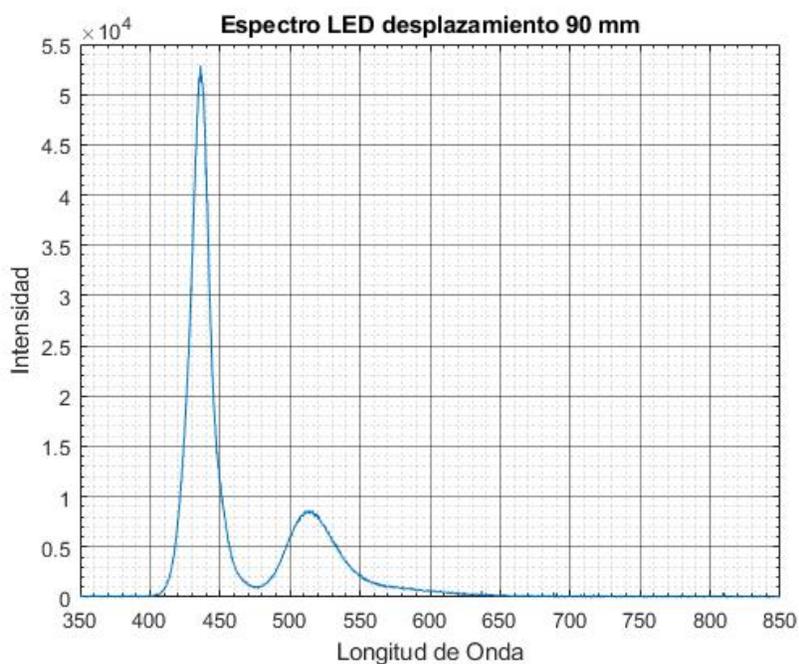


Figura 4.16: Emisión del espectro a 90 mm de desplazamiento.

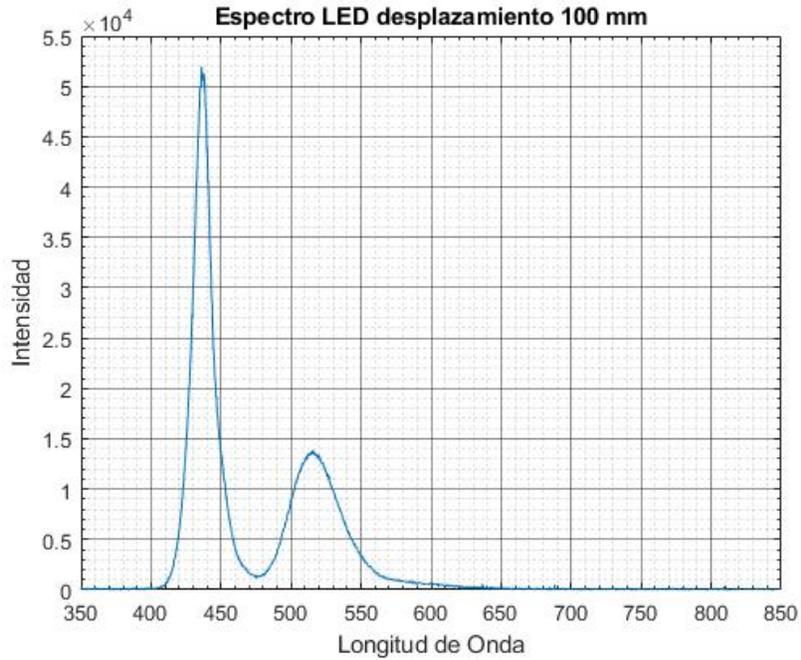


Figura 4.17: Emisión del espectro a 100 mm de desplazamiento.

Justo en la figura 4.18, se aprecia como en la gráfica estamos en una región donde la emisión en el rango de 500nm es superior a la emisión en el rango de los 400nm, es aquí donde la transición hacia el espectro verde.

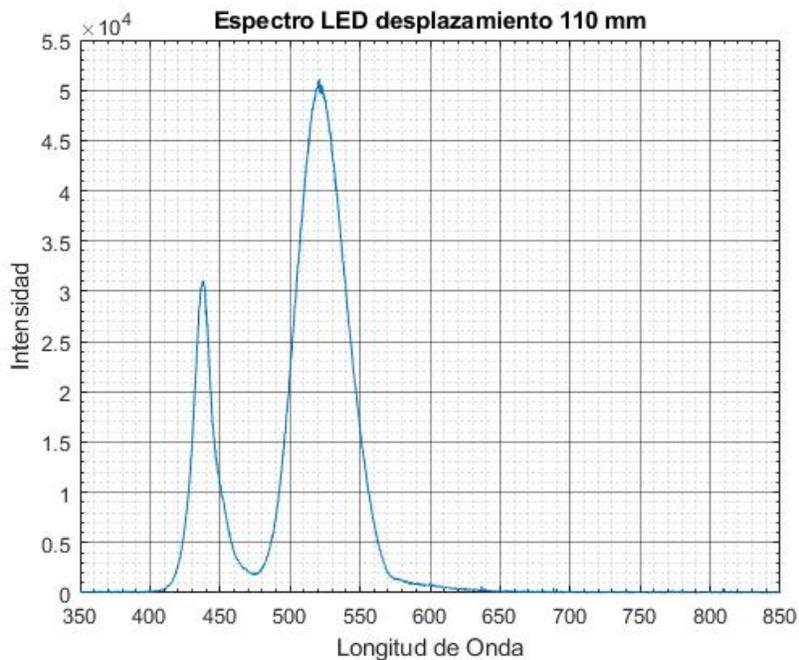


Figura 4.18: Emisión del espectro a 110 mm de desplazamiento.

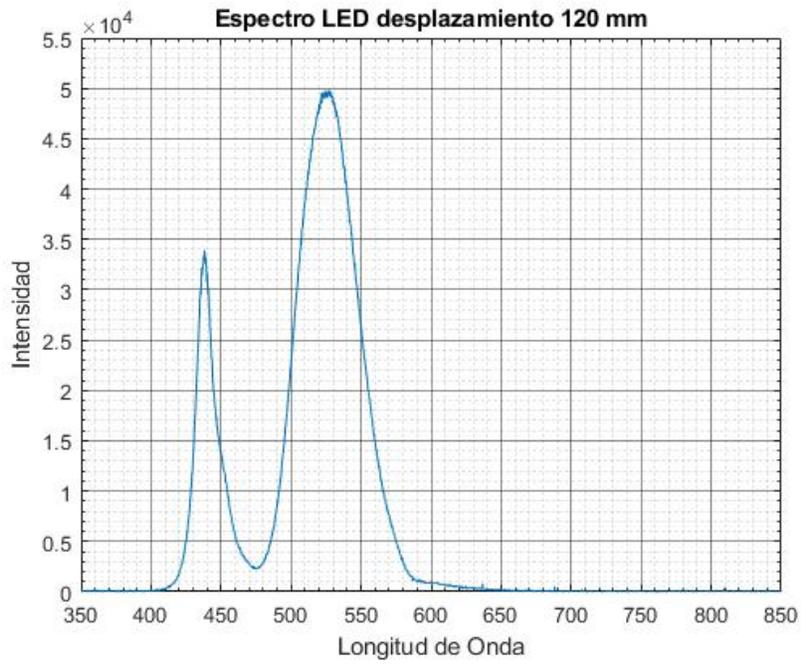


Figura 4.19: Emisión del espectro a 120 mm de desplazamiento.

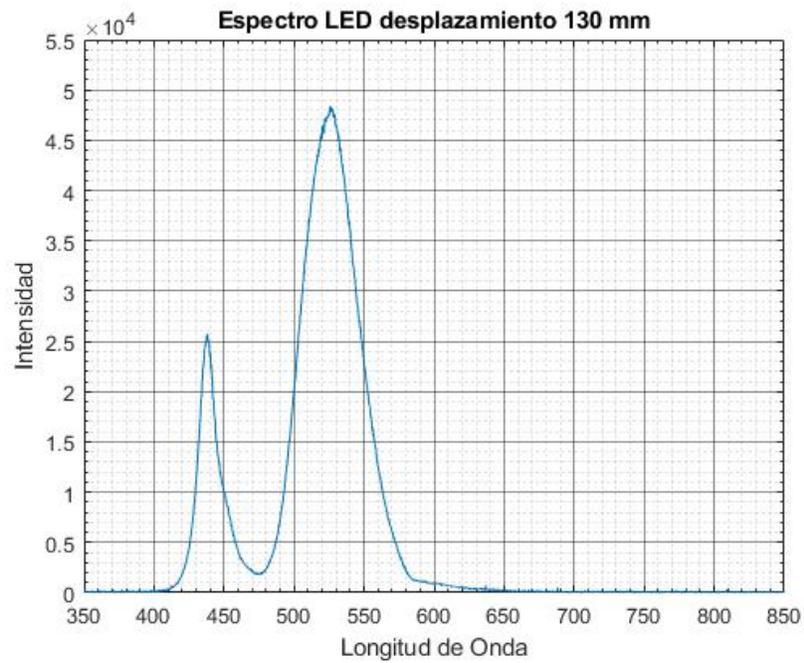


Figura 4.20: Emisión del espectro a 130 mm de desplazamiento.

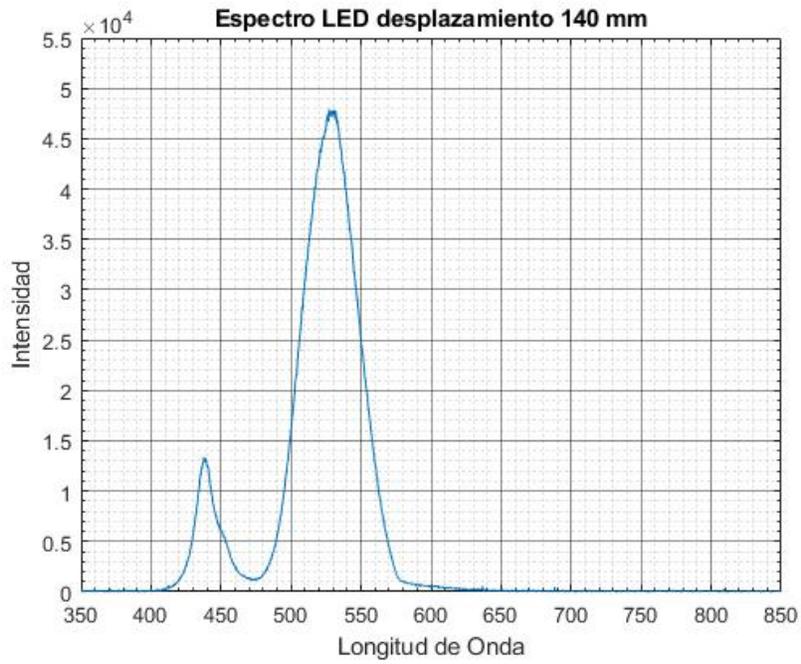


Figura 4.21: Emisión del espectro a 140 mm de desplazamiento.

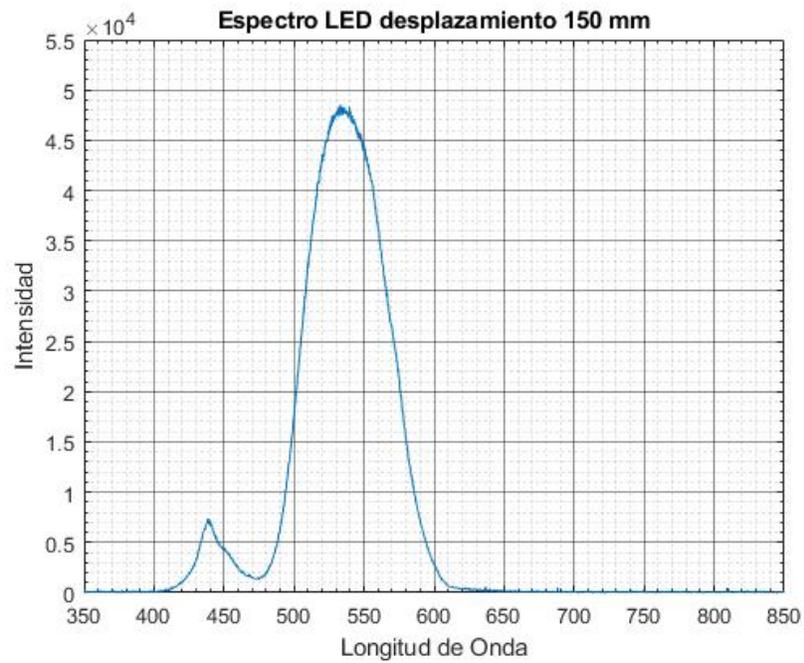


Figura 4.22: Emisión del espectro a 150 mm de desplazamiento.

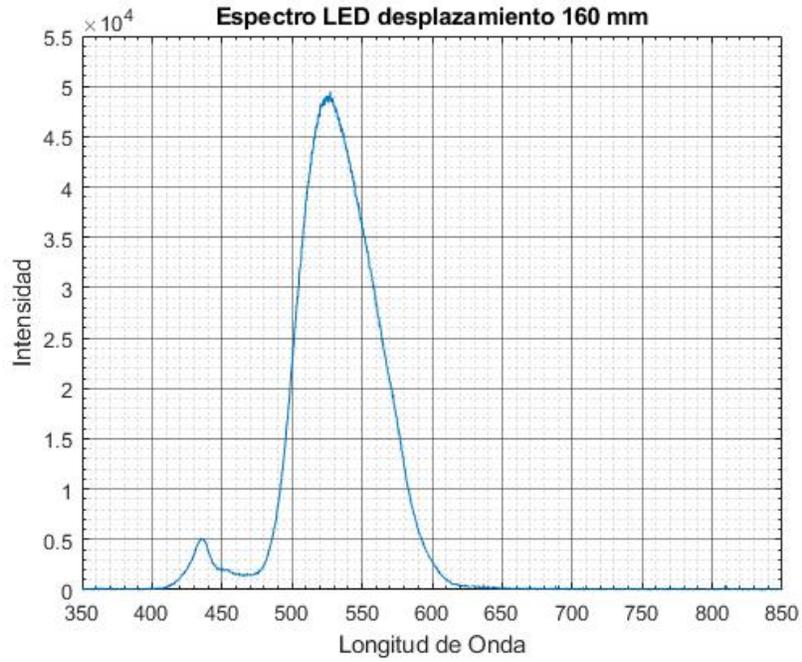


Figura 4.23: Emisión del espectro a 160 mm de desplazamiento.

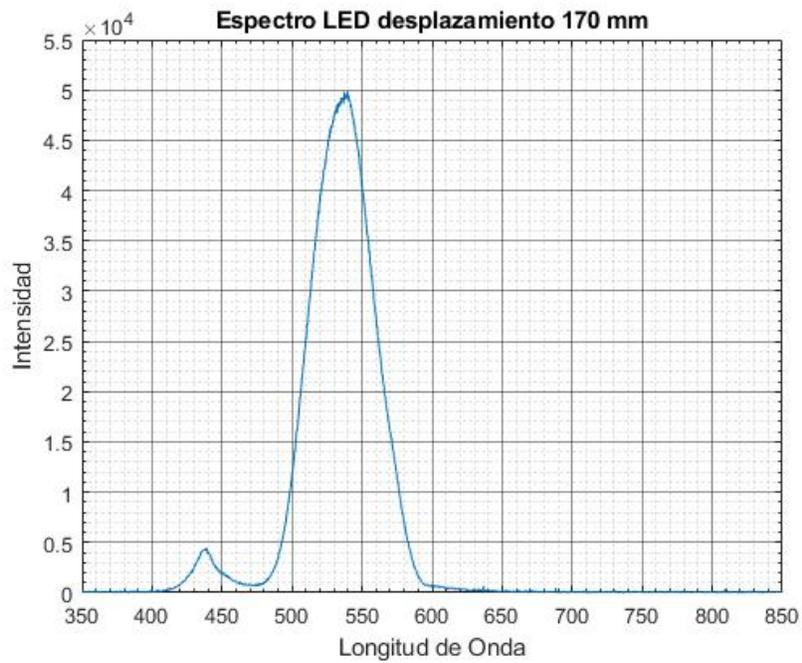


Figura 4.24: Emisión del espectro a 170 mm de desplazamiento.

En la figura 4.25, es visible en la gráfica como a partir de los 180 mm de desplazamiento, la emisión en el rango de 600 nm empieza a notarse, a partir de aquí comenzara la transición hacia el espectro rojo.

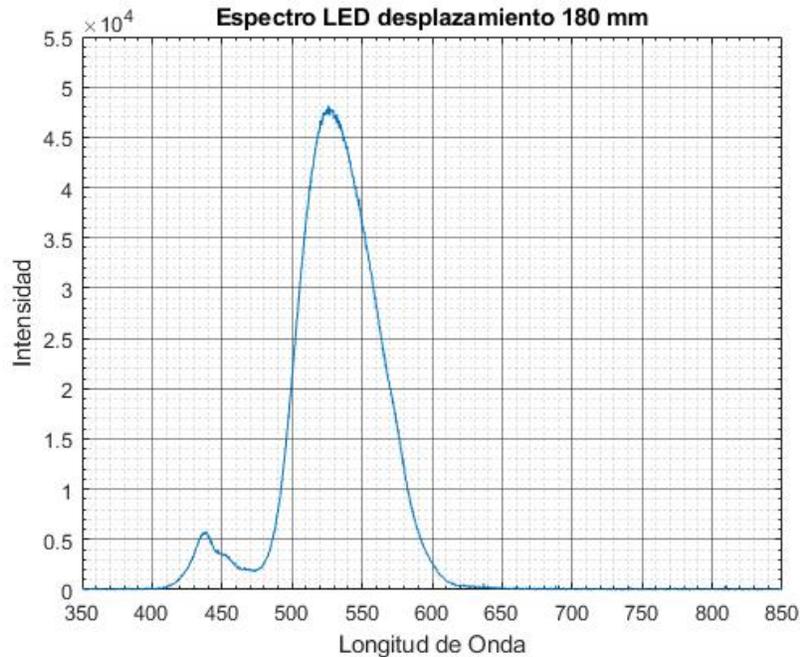


Figura 4.25: Emisión del espectro a 180 mm de desplazamiento.

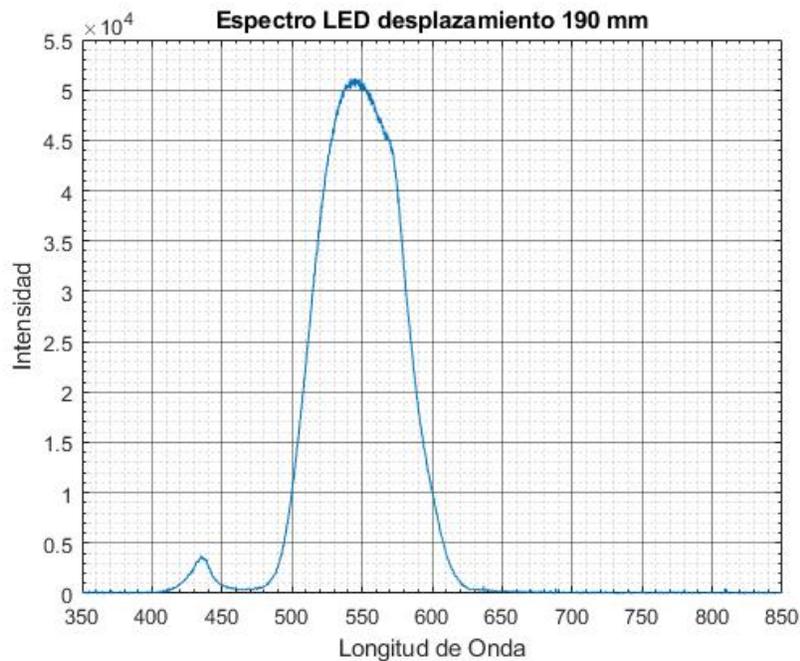


Figura 4.26: Emisión del espectro a 190 mm de desplazamiento.

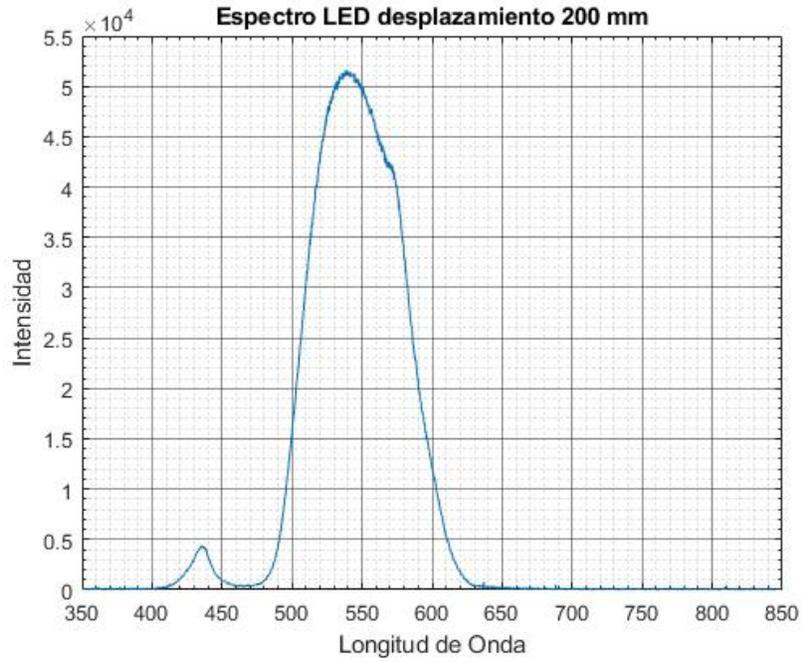


Figura 4.27: Emisión del espectro a 200 mm de desplazamiento.

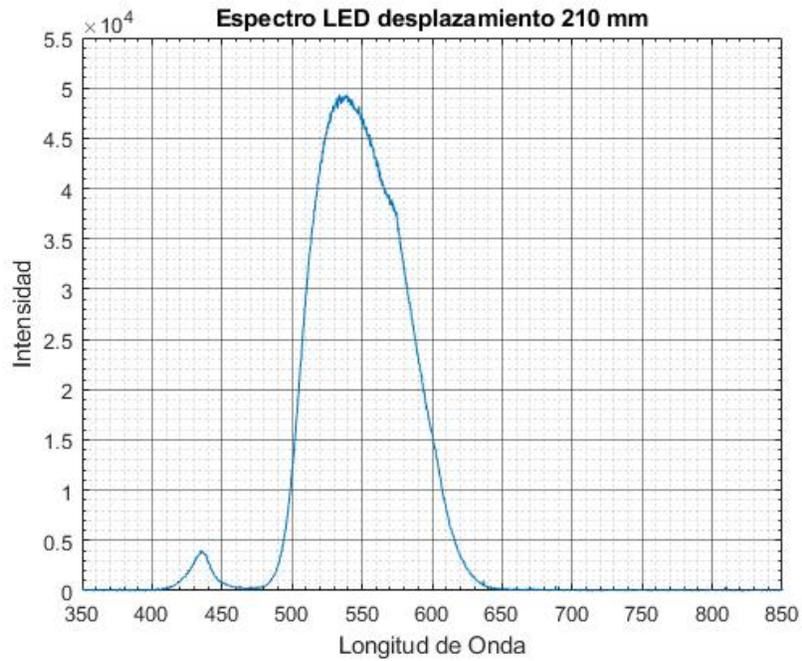


Figura 4.28: Emisión del espectro a 210 mm de desplazamiento.

En la figura 4.29, se puede apreciar en la gráfica como la emisión en el rango de los 600nm ya es completa, a pesar de que aún falta más corrimiento hacia el rojo, se podría decir que ya se está en la zona de emisión del espectro rojo.

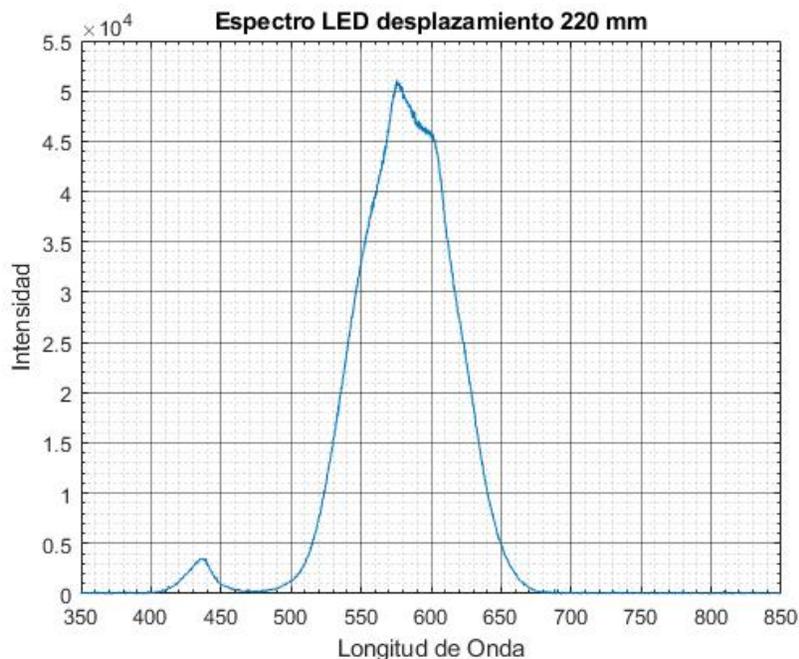


Figura 4.29: Emisión del espectro a 220 mm de desplazamiento.

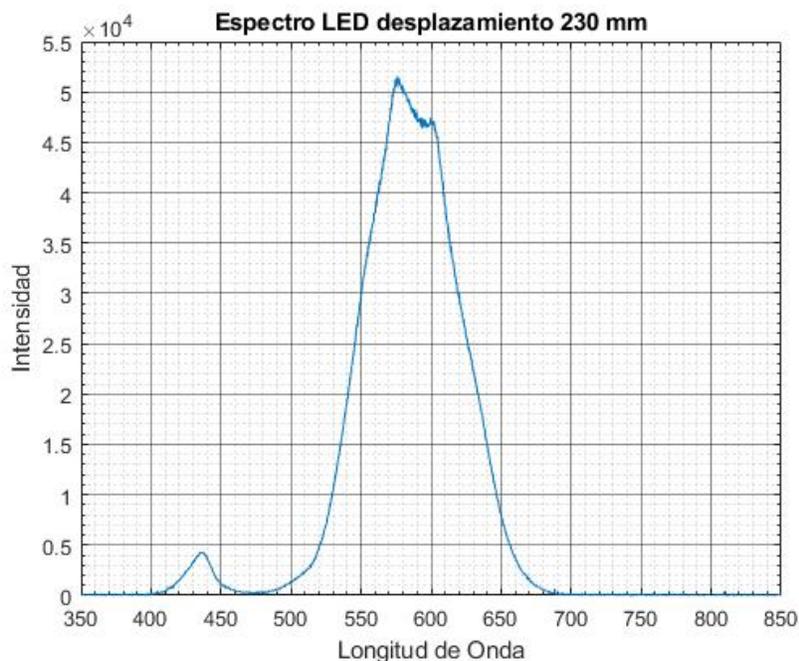


Figura 4.30: Emisión del espectro a 230 mm de desplazamiento.

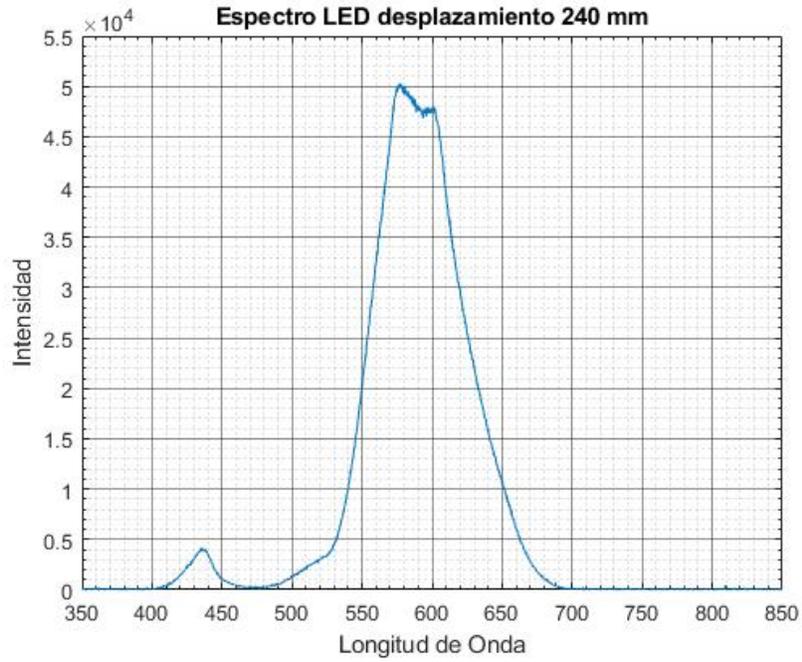


Figura 4.31: Emisión del espectro a 240 mm de desplazamiento.

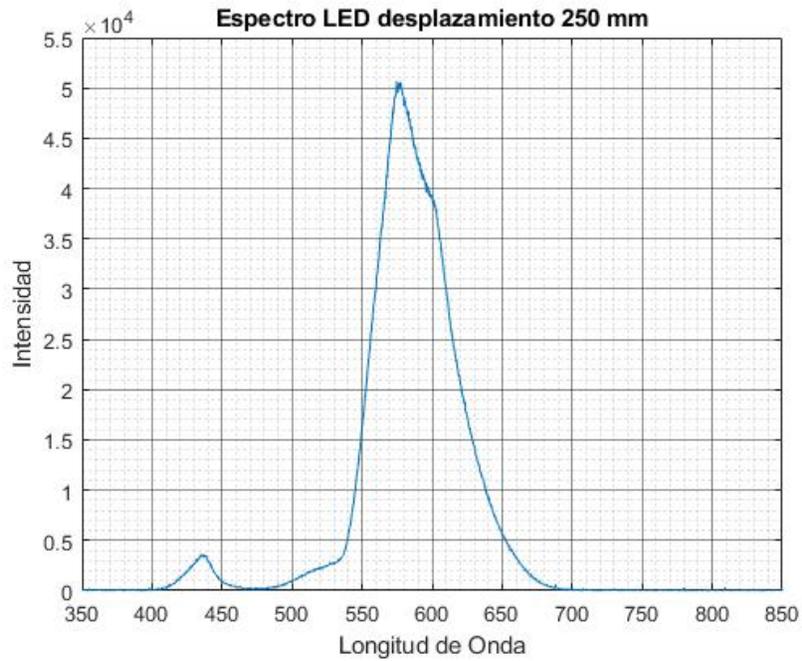


Figura 4.32: Emisión del espectro a 250 mm de desplazamiento.

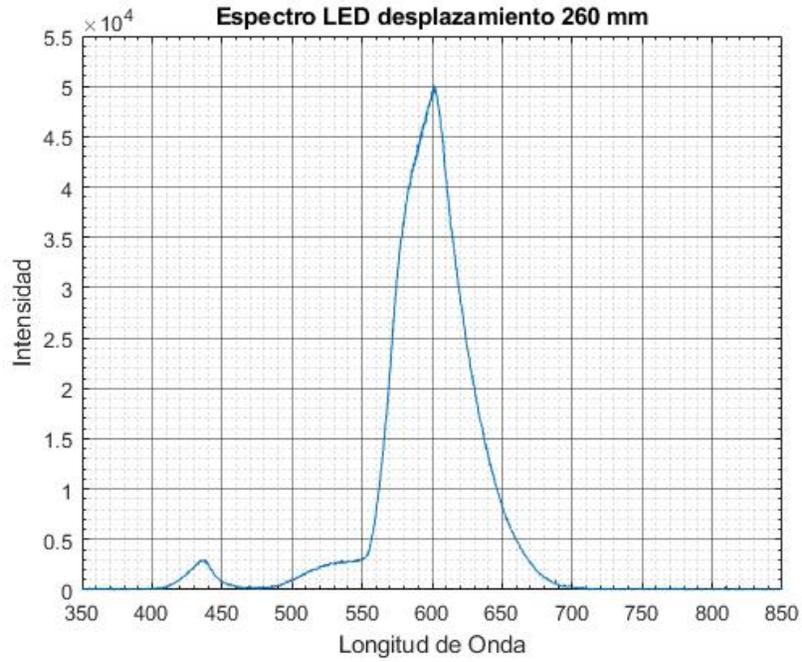


Figura 4.33: Emisión del espectro a 260 mm de desplazamiento.

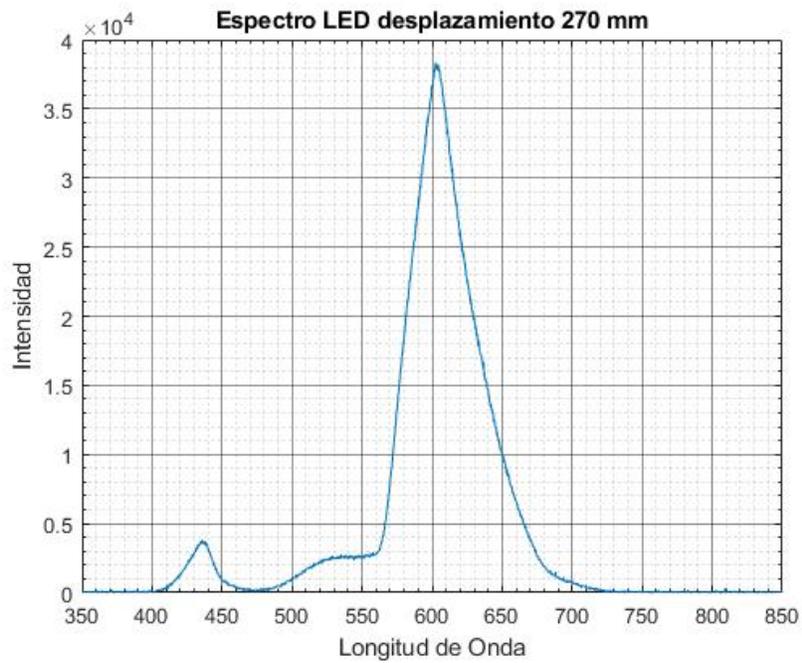


Figura 4.34: Emisión del espectro a 270 mm de desplazamiento.

De la figura 4.35 a la 4.38 podemos ver como un ruido en la región de los 400nm se empieza a hacer cada vez más notorio y fuerte, esto es debido a una superposición de los órdenes de difracción que refleja el espejo refractor.

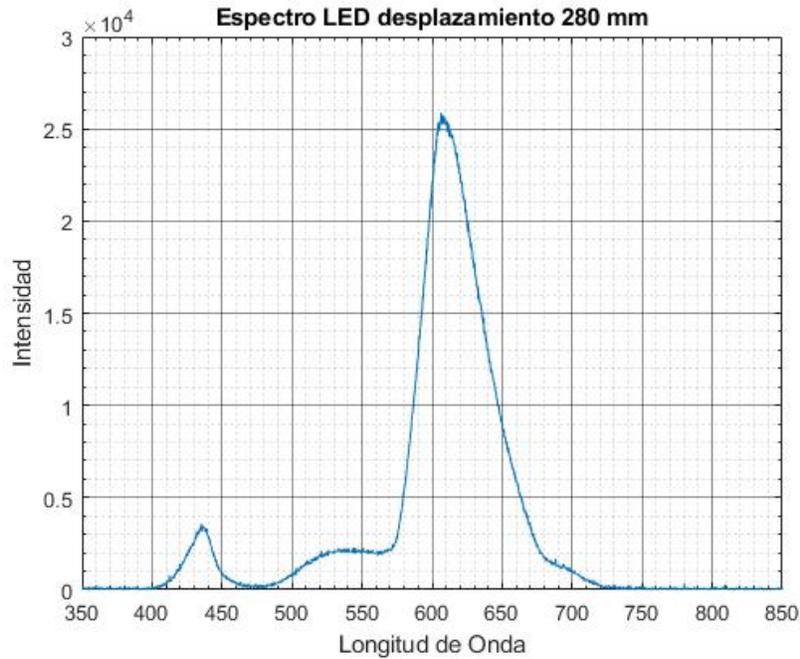


Figura 4.35: Emisión del espectro a 280 mm de desplazamiento.

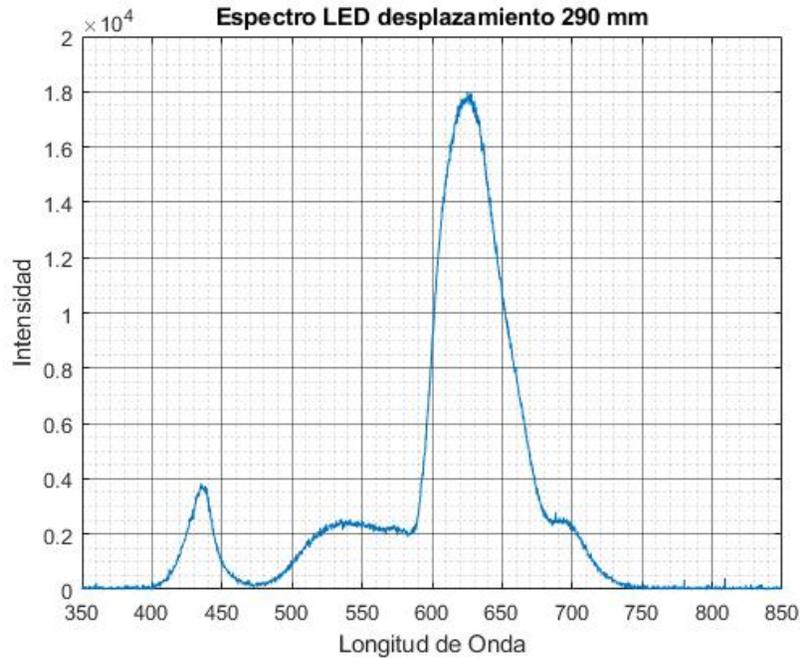


Figura 4.36: Emisión del espectro a 290 mm de desplazamiento.

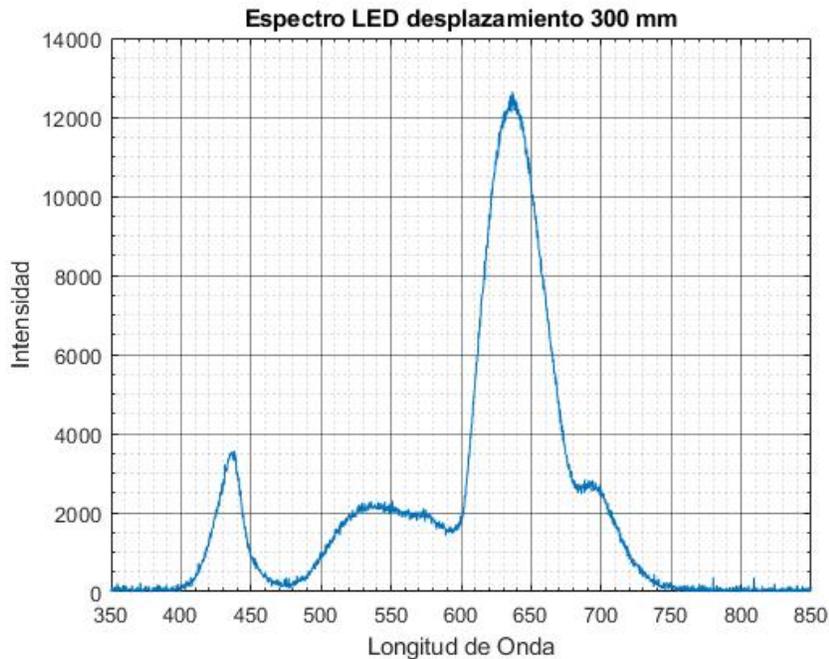


Figura 4.37: Emisión del espectro a 300 mm de desplazamiento.

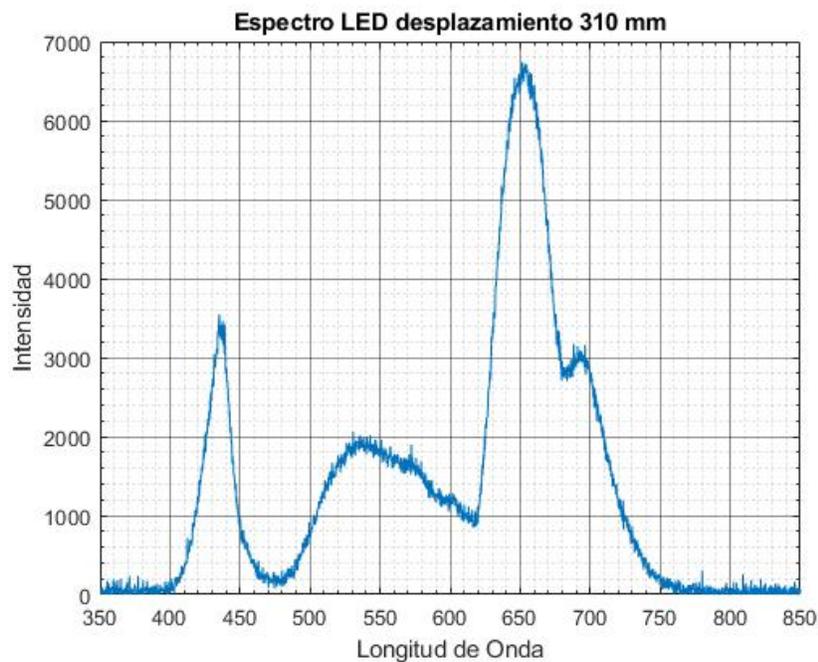


Figura 4.38: Emisión del espectro a 310 mm de desplazamiento.

Con las imágenes capturadas por la cámara en apoyo con los espectros tomados por el espectrofotómetro, se puede concluir como el sistema óptico generó un conjunto de imágenes hiperespectrales de buena calidad y espectral, que, si fuese aplicado para el análisis de alguna muestra, fácilmente podríamos extraer información de ella.

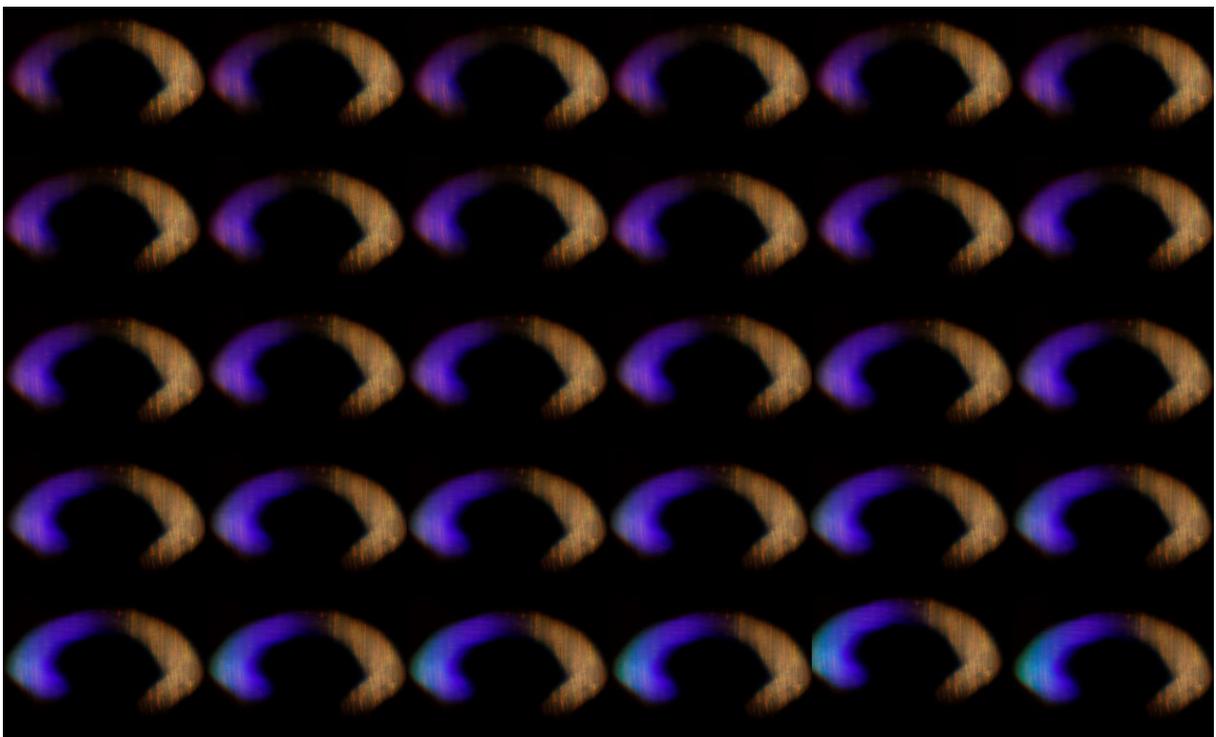
#### 4.4 Sistema óptico formador de imágenes hiperespectrales con un foco incandescente

Al observar que nuestro sistema producía de manera satisfactoria un conjunto de imágenes hiperespectrales, se decidió, reemplazar el LED por un foco incandescente y con ayuda de un sistema electrónico-mecánico se realizó el escaneo de forma radial.

El espectro más amplio que emite el foco incandescente en comparación con el LED nos permitió conseguir un conjunto de imágenes más grande y llegando a zonas del espectro visible más lejanas, como el UV y el IR cercano, en estas zonas estuvimos más limitados debido a que las lentes con las que se contaba en laboratorio únicamente trabajan en un rango de 350 nm a 600 nm.

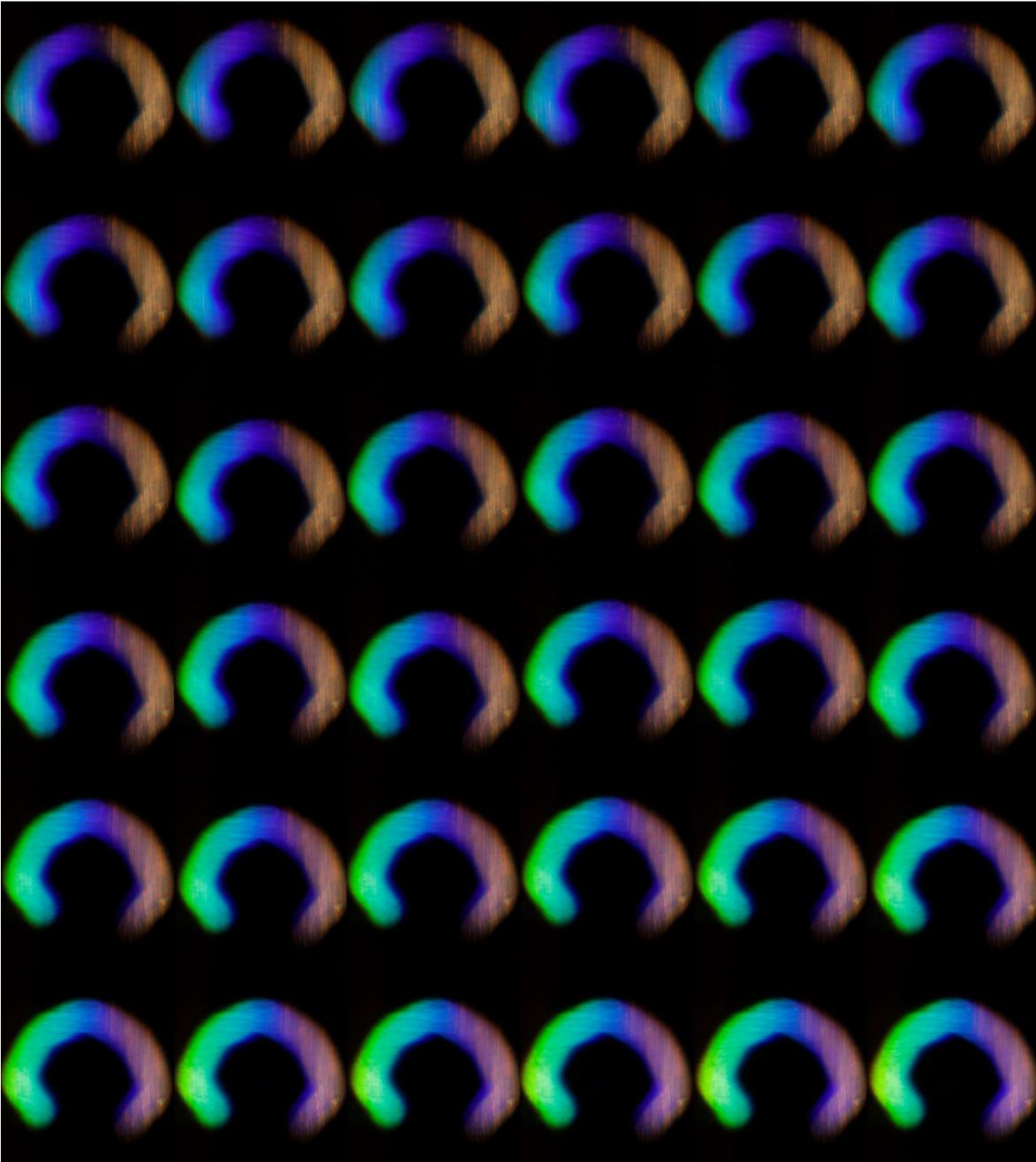
##### 4.4.1 Conjunto de imágenes espectrales del filamento incandescente

Se puede apreciar claramente como se forma la imagen del filamento del foco en la superficie del espejo en la figura 4.39, y como se inicia en la tonalidad azul del espectro y va avanzado hasta que empiezan a aparecer tonalidades verdes.



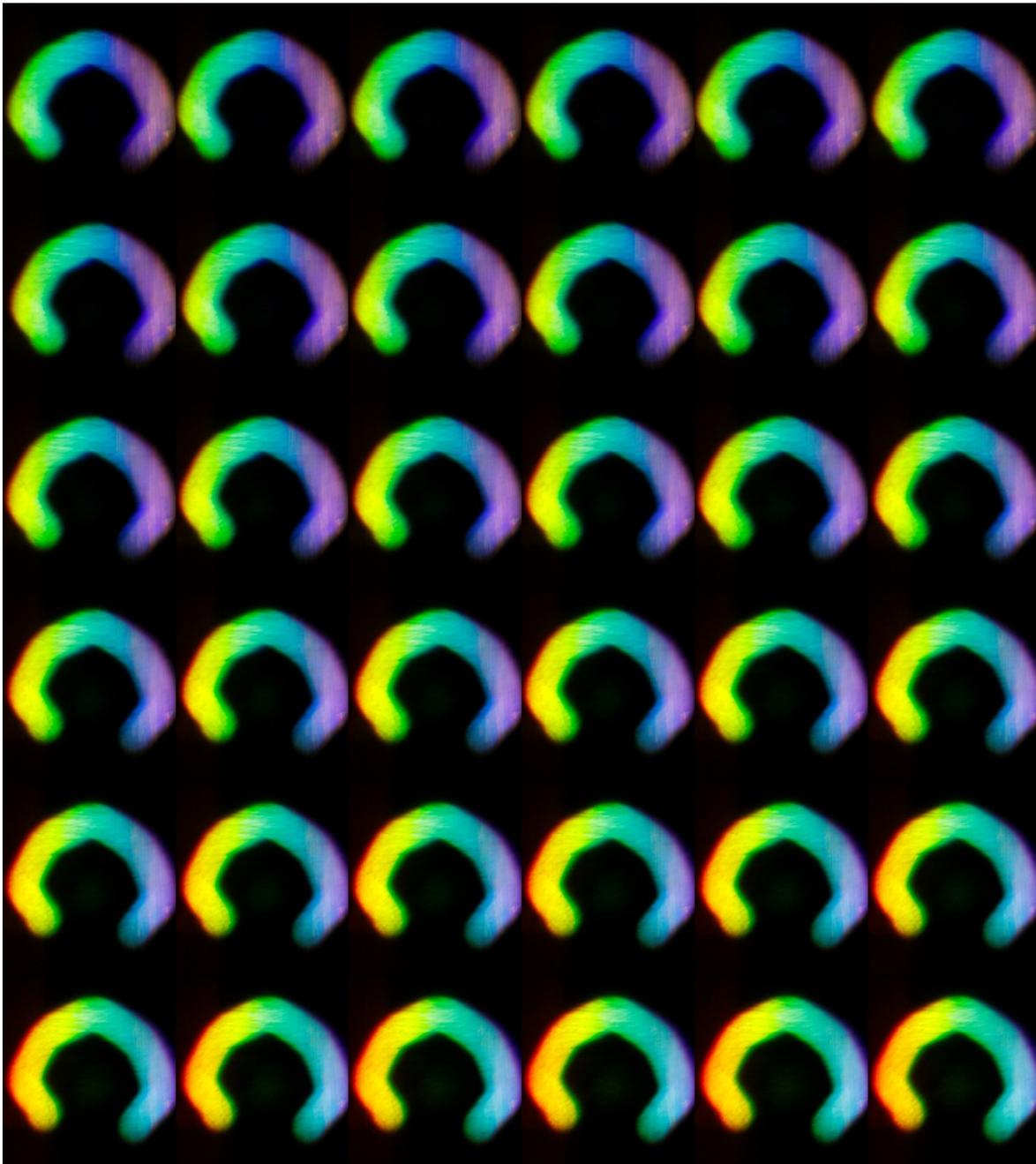
*Figura 4.39: Transición de emisión del espectro del filamento del foco incandescente de azul a verde.*

En este conjunto de imágenes, se observa cómo se ha hecho completamente la transición a la región del espectro verde, además la zona derecha del filamento que no emitía en una región del espectro comienza a tener las tonalidades que la zona izquierda tuvo al inicio.



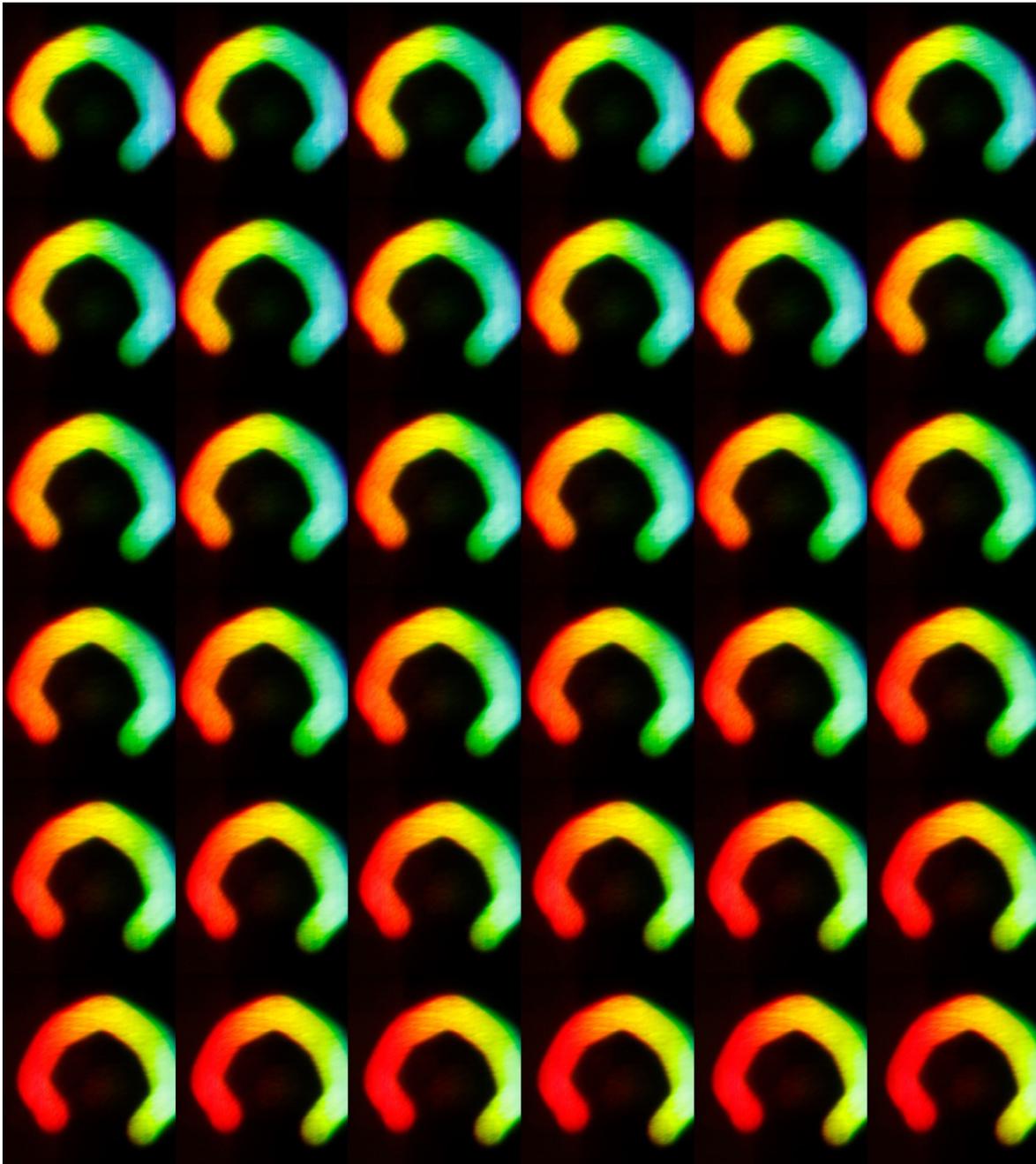
*Figura 4.40: Transición de emisión del espectro del filamento del foco incandescente en verde.*

Se aprecia como avanza la transición de una emisión verde a la región del espectro rojo iniciando con una tonalidad amarilla que indica que esta justo en medio de la región verde y roja, igualmente se aprecia como la zona derecha continua en la transición del espectro ahora hacia verde.



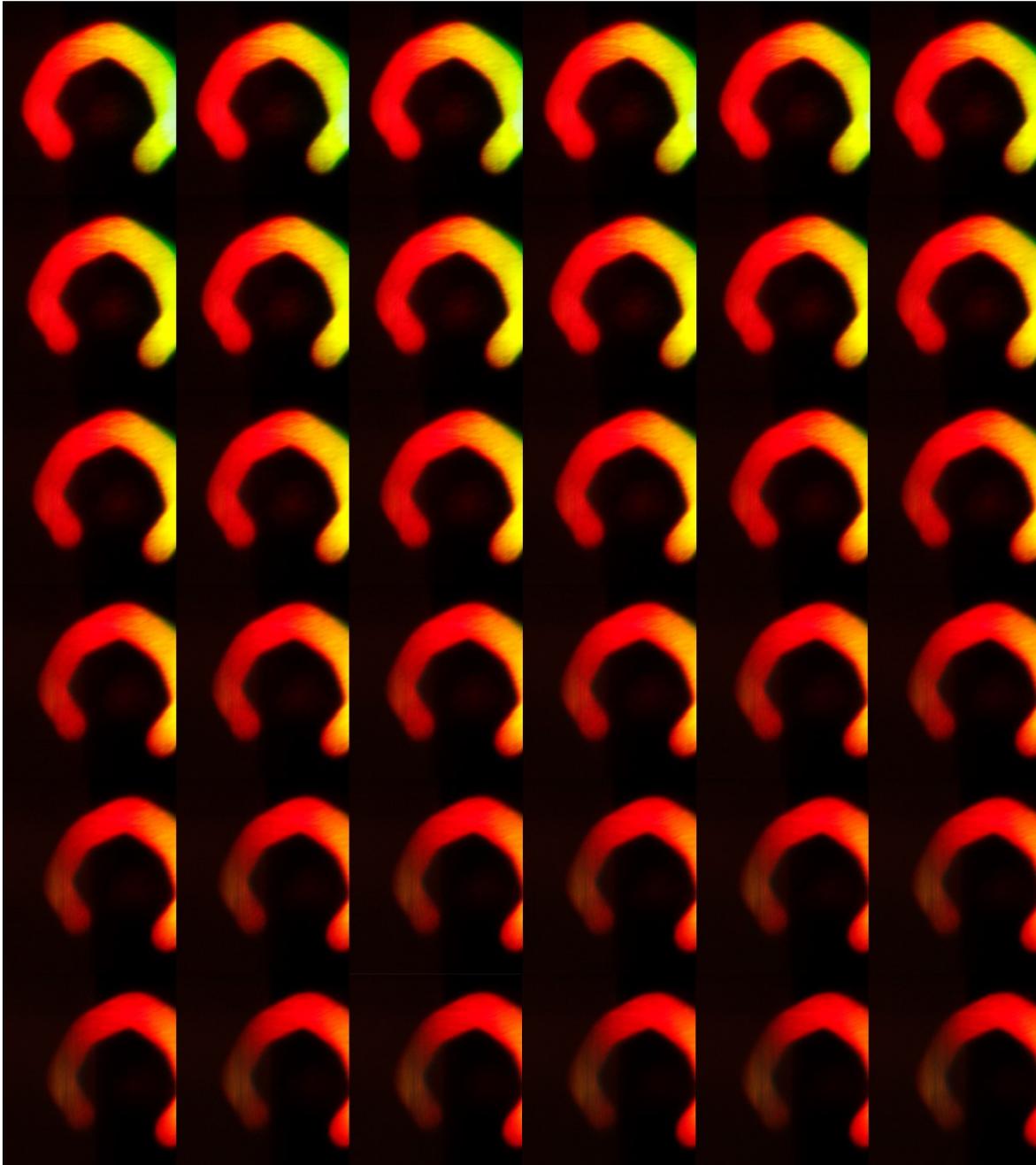
*Figura 4.41: Transición de emisión del espectro del filamento del foco incandescente de verde a rojo en el lado izquierdo y del lado derecho de azul a verde.*

Se observa como la transición de la región del espectro rojo va tomando una tonalidad más oscura, mientras que del lado derecho va tomando una tonalidad amarilla que indica que está entrando de la región verde y a la roja del espectro.



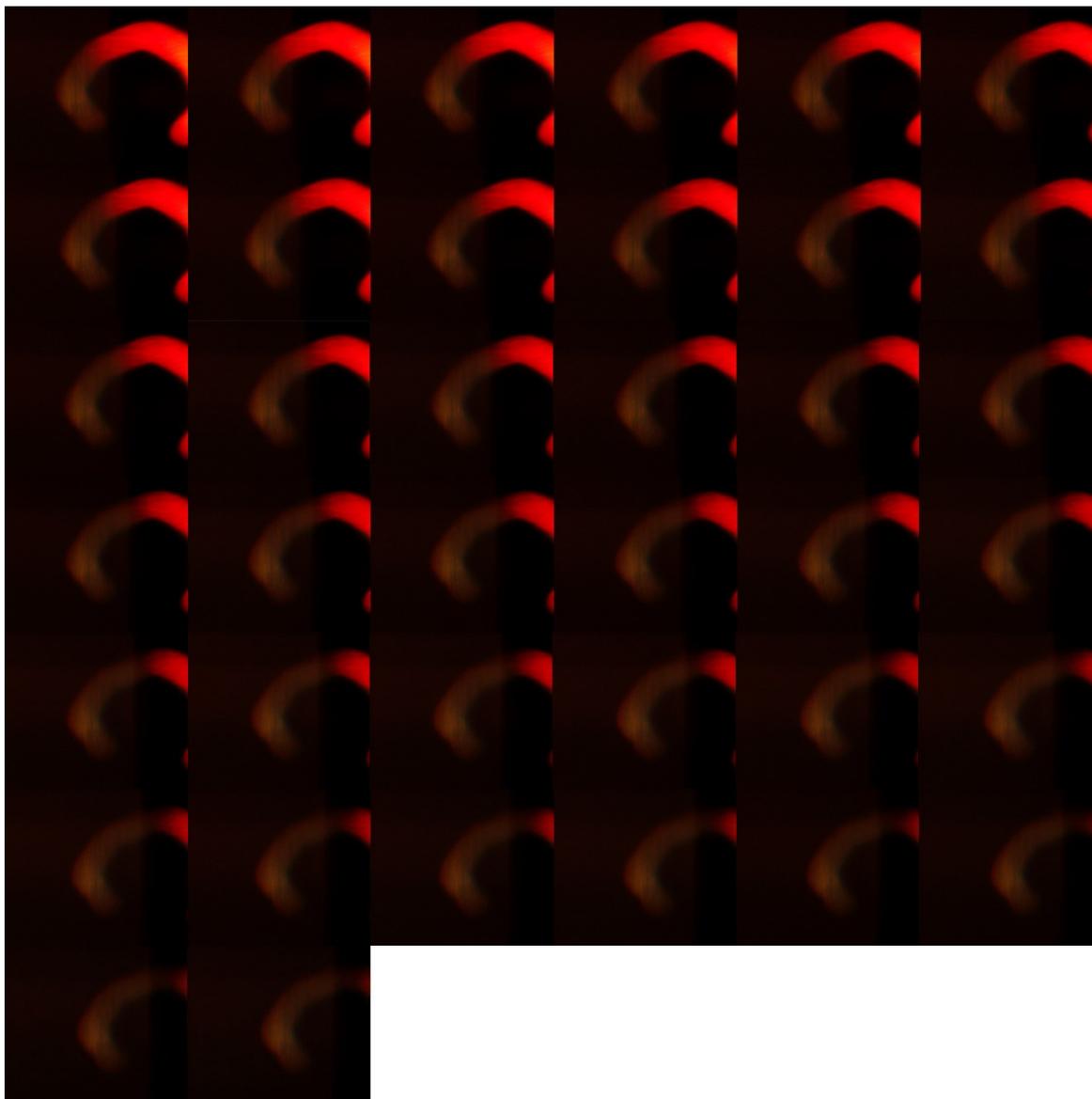
*Figura 4.42: Transición de emisión del espectro del filamento del foco incandescente hacia la región roja del espectro en el lado izquierdo y del lado derecho se completa la transición al espectro verde y comienza la transición al rojo comenzando con tonalidades amarillas.*

A partir de la figura 4.43, se observa como la transición de la región del espectro rojo se ha completado en ambas zonas del filamento.



*Figura 4.43: La Transición de emisión del espectro del filamento del foco incandescente hacia la región roja del espectro en el lado izquierdo se ha completado, del lado derecho se avanza hasta terminar la transición.*

Se aprecia como en esta zona las tonalidades de rojo empiezan a estar alejadas del rango de frecuencias a las que trabajan las lentes que usamos y no nos permiten observar suficiente claridad esta zona del filamento, además debido a la forma radial en la que refleja el espejo cóncavo y a que el sistema de escaneo no estaba optimizado empezamos a ver como se desplaza la imagen hasta el punto que la perdemos, todas formas, se demostró que el sistema funciona satisfactoriamente, y se consigue un conjunto de datos suficientemente amplio para estar dentro del criterio de imágenes hiperespectrales.



*Figura 4.44: La Transición de emisión del espectro del filamento del foco incandescente hacia la región roja del espectro en ambos lados del filamento se ha completado incluso se puede observar como se aleja del rojo y podría entrar a la región del infrarrojo cercano.*

## Capítulo 5 Conclusiones

- Este sistema formador de imágenes hiperespectrales permite generar un amplia cantidad de imágenes en el ancho del espectro de la luz visible, con una alta intensidad de emisión como se observa en las gráficas de emisión del LED y una muy buena calidad de resolución, se puede apreciar igualmente en el conjunto de imágenes espectrales del filamento del foco incandescente, donde inclusive se podría llegar a visualizar zonas cercanas al espectro visible como el UV y el infrarrojo cercano, pero debido al rango de trabajo de las lentes que se tienen, se estuvo limitado por que su rango de longitud de ondas esta acotado de 350 nm a 600 nm. Esto debido a las limitaciones técnicas del instrumento.
- Aplicar este montaje para la técnica de espectroscopia de imágenes hiperespectrales apoyado de un sistema electrónico-mecánico optimizado para realizar el escaneo de forma radial en el arco del *Círculo de Rowland* que forma la rejilla aunado a un sistema computacional que correlacionará imágenes con una base de longitudes de onda de diferentes compuestos químicos o muestras biológicas como hongos o bacterias, permitiría realizar un análisis de imágenes inteligente de distintas muestras como productos agrícolas, defectos en muestras de silicio, fotometría de automóviles o contaminación del agua corriente, obteniendo una gran cantidad de información para conocer el estado, defectos o incluso si están contaminadas con algún agente externo.

## Bibliografía

- [1] G. ElMasry and D. W. Sun, "Principles of Hyperspectral Imaging Technology," *Hyperspectral Imaging Food Qual. Anal. Control*, pp. 3–43, 2010, doi: 10.1016/B978-0-12-374753-2.10001-2.
- [2] C. J. Du and D. W. Sun, "Learning techniques used in computer vision for food quality evaluation: A review," *J. Food Eng.*, vol. 72, no. 1, pp. 39–55, 2006, doi: 10.1016/j.jfoodeng.2004.11.017.
- [3] G. R. Fowles and D. W. Lynch, *Introduction to Modern Optics*, vol. 36, no. 8. 1968.
- [4] P. M. J. . Wormell, *Advanced optical imaging theory*, vol. 33, no. 3. 2000.
- [5] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*. 1996.
- [6] O. Palillero Sandoval, "Codificación de la función de pupila para extender la profundidad de campo usando fuentes cuasi-puntuales," Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, 2015.
- [7] D. Manolakis, R. Lockwood, and T. Cooley, *Hyperspectral Imaging Remote Sensing Physics, Sensors, and Algorithms*. 2016.
- [8] G. R. Harrison, R. C. Lord, and J. R. Loofbourow, *Practical Spectroscopy*, 1st ed. Cambridge: Prentice-Hall, Inc, 1948.
- [9] S. Berisha, F. Foroozandeh, and D. Mayerich, "Deep Learning for Hyperspectral Image Analysis, Part I: Theory and Algorithms," in *Hyperspectral Image Analysis*, vol. 52, no. 11, 2003, pp. 634–643.
- [10] L. Gao and R. T. Smith, "Optical hyperspectral imaging in microscopy and spectroscopy – A review of data acquisition," *J. Biophotonics*, vol. 8, no. 6, pp. 441–456, 2015, doi: 10.1002/jbio.201400051.
- [11] L. Wang and C. Zhao, "Basic Theory and Main Processing Techniques of Hyperspectral Remote Sensing," in *Food Engineering Series*, 2015, pp. 81–101.
- [12] W. L. Wolfe, *Introduction to imaging spectrometers*. 2015.
- [13] F. A. Jenkins and H. E. White, *Fundamentals of Optics*, Fourth Edi. The McGraw-Hill Companies, Inc., 1976.
- [14] H. Zappe, "Fundamentals of Micro-optics Technology , Devices and Applications," p. 623, 2010.
- [15] Y. R. Chen, K. Chao, and M. S. Kim, "Machine vision technology for agricultural applications," *Comput. Electron. Agric.*, vol. 36, no. 2–3, pp. 173–191, 2002, doi: 10.1016/S0168-

1699(02)00100-X.

- [16] M. Z. Abdullah, L. C. Guan, K. C. Lim, and A. A. Karim, "The applications of computer vision system and tomographic radar imaging for assessing physical properties of food," *J. Food Eng.*, vol. 61, no. 1 SPEC., pp. 125–135, 2004, doi: 10.1016/S0260-8774(03)00194-8.
- [17] W. J. Smith's, *Modern Optical Engineering*, Third Edit. McGraw-Hill, 1375.
- [18] H. F. Grahn and P. Geladi, *Techniques and Applications of Hyperspectral Image Analysis*. 2007.
- [19] J. P. Kerekes and J. E. Baum, "Hyperspectral Imaging System Modeling," *Lincoln Lab. J.*, vol. 14, no. 1, pp. 117–130, 2003.
- [20] R. P. Shukla *et al.*, "Design, fabrication and performance evaluation of a 22-channel direct reading atomic emission spectrometer using inductively coupled plasma as a source of excitation," *Sadhana - Acad. Proc. Eng. Sci.*, vol. 25, no. 1, pp. 57–69, 2000, doi: 10.1007/BF02703807.
- [21] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*, 7th ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.
- [22] W. Liller, "Concave Gratings for Astronomical Spectrographs and Spectrometers," *Appl. Opt.*, vol. 2, no. 2, p. 187, 1963, doi: 10.1364/ao.2.000187.
- [23] D. R. Lobb, "Theory of concentric designs for grating spectrometers," *Appl. Opt.*, vol. 33, no. 13, p. 2648, 1994, doi: 10.1364/ao.33.002648.
- [24] B. E. Orozco and J. Sebastian, "Caracterización de parámetros óptimos para el uso del monocromador," no. 1, pp. 1–7.187, 1963, doi: 10.1364/ao.2.000187.
- [25] Y. Zhao, J. Yuan, Z. Ji, J. Wang, and S. Rohani, "Combined application of in situ FBRM, ATR-FTIR, and raman on polymorphism transformation monitoring during the cooling crystallization," *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol. 51, no. 38, pp. 12530–12536, 2012, doi: 10.1021/ie301241h.
- [26] R. Kawakami, Y. Matsushita, J. Wright, M. Ben-Ezra, Y. W. Tai, and K. Ikeuchi, "High-resolution hyperspectral imaging via matrix factorization," *Proc. IEEE Comput. Soc. Conf. Comput. Vis. Pattern Recognit.*, pp. 2329–2336, 2011, doi: 10.1109/CVPR.2011.5995457.
- [27] R. A. Schultz, T. Nielsen, J. R. Zavaleta, R. Ruch, R. Wyatt, and H. R. Garner, "Hyperspectral Imaging: A Novel Approach for Microscopic Analysis," *Cytometry*, vol. 43, no. 4, pp. 239–247, 2001, doi: 10.1002/1097-0320(20010401)43:4<239::AID-CYTO1056>3.0.CO;2-Z.

- [28] M. C. Schubert, H. Habenicht, and W. Warta, "Imaging of metastable defects in silicon," *IEEE J. Photovoltaics*, vol. 1, no. 2, pp. 168–173, 2011, doi: 10.1109/JPHOTOV.2011.2169942.
- [29] H. Sugimoto *et al.*, "Photoluminescence analysis of intragrain defects in multicrystalline silicon wafers for solar cells," *J. Appl. Phys.*, vol. 102, no. 5, 2007, doi: 10.1063/1.2776003.
- [30] A. Leacock-Johnson, A. Garcia Segá, A. Sharief, M. J. Sailor, and G. M. Miskelly, "Real-time 1D hyperspectral imaging of porous silicon-based photonic crystals with one-dimensional chemical composition gradients undergoing pore-filling-induced spectral shifts," *Sensors Actuators, A Phys.*, vol. 203, pp. 154–159, 2013, doi: 10.1016/j.sna.2013.08.047.
- [31] A. Castellanos-Gomez, J. Quereda, H. P. Van Der Meulen, N. Agraït, and G. Rubio-Bollinger, "Spatially resolved optical absorption spectroscopy of single- and few-layer MoS<sub>2</sub> by hyperspectral imaging," *Nanotechnology*, vol. 27, no. 11, p. 0, 2016, doi: 10.1088/0957-4484/27/11/115705.

Anexos

Anexo A.



**EL CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS DE  
LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MORELOS**

Otorga el presente:

**DIPLOMA**

a

**Luis Arturo Tapia Alarcón**

Por haber concluido y acreditado el

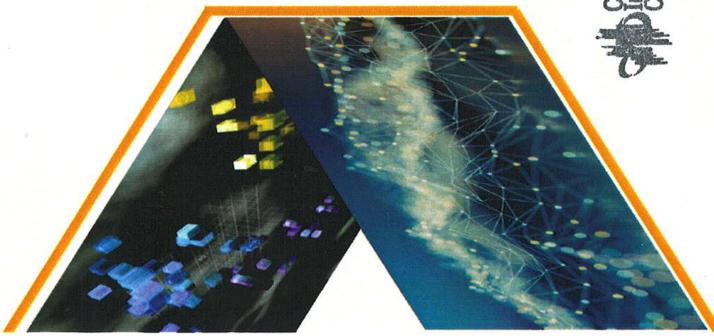
**Diplomado en Ciencia de Datos Con Python**

Llevado a cabo del 7 de febrero al 4 de julio de 2020,  
con una duración total de 143 horas.



  
Dra. Gabriela G. Hinojosa Palafox  
Directora del CInC

  
Dr. Jorge Hermosillo Valadez  
Coord. Académico del Diplomado





# SISTEMA ÓPTICO HSI MEDIANTE LA CONJUGACIÓN DE LA PUPILA CON LA SUPERFICIE DE UN ESPEJO REFRACTOR.



Luis Arturo Tapia-Alarcón<sup>1</sup>, Martin Alberto Vazquez-Castrejon<sup>1</sup>, J Jesús Escobedo-Altorre<sup>1</sup>, Omar Palillero-Sandoval<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>CIICAP- Centro de Investigación en Ingeniería y Ciencias Aplicadas,

Cuernavaca, Morelos, México.

Corresponding author: omar.palillero@uaem.mx

## RESUMEN

En un sistema óptico formador de imágenes con luz incoherente, el estudio de imágenes espectrales es de gran importancia debido al gran contenido de información que se puede obtener de algún objeto en cuestión. Con ayuda de un objeto colocado en la pupila de salida, y siguiendo la teoría de formación de imágenes se muestra el diseño un sistema formador de imágenes que permite observar el espectro óptico de un objeto de prueba, en este caso una abertura circular y un filamento de una lámpara incandescente, mediante la conjugación de la pupila sobre un espejo refractor que con un sistema mecánico para realizar el escaneo, obtenemos un conjunto de imágenes hiperespectrales.

## INTRODUCCIÓN

El diseño de sistemas ópticos formadores de imágenes ha visto un desarrollo desde hace tiempo en las técnicas espectroscópicas, como medio de análisis e inspección no invasivo, debido a la posibilidad de obtener información sobre los componentes de una muestra basándose en la absorción de la luz [1-4]. Con el apoyo de las técnicas espectroscópicas del visible/infrarrojo cercano y las técnicas de visión por computadora, ha surgido lo que se conoce como espectroscopia de imágenes [5-7]. Las imágenes hiperespectrales son un mapa de intensidad de luz que se puede extender en una o varias regiones del espectro electromagnético [8]. Las imágenes hiperespectrales son un conjunto de datos tridimensionales de un objeto o muestra, estos datos contienen información espacial y espectral. Al conjunto de datos tridimensional comúnmente se le denomina "cubo hiperespectral". Los datos de un cubo hiperespectral pueden revelar información oculta, como por ejemplo la composición química o anatómica de un objeto [9]. Las imágenes hiperespectrales a menudo se utilizan para detectar elementos físicos y geométricos. Características tales como color, tamaño, forma y textura. También se puede utilizar para extraer información química y molecular intrínseca (como agua, grasas, proteínas y otros constituyentes) de un producto. Los sistemas de imágenes hiperespectrales o también llamados HSI tienen la capacidad de obtener imágenes de más de 100 bandas espectrales. Los elementos principales de un sistema formador de imágenes espectrales son los siguientes [10]: Fuente puntual de luz, lentes y filtros, sensor de imagen, sistema de barrido, y hardware y software para procesamiento de imágenes.

## OBJETIVO

Con ayuda de un objeto, de fase o de sombra, colocado en la pupila de salida del sistema óptico, se monta un diseño de un sistema formador de imágenes que permite observar el espectro óptico de un objeto. Para este trabajo, se utiliza un espejo que contiene una rejilla sobre su superficie lo cual da a lugar a una conjugación de planos para obtener la formación de imágenes, este método se conoce como conjugación de la pupila. Un sistema mecánico realiza el escaneo en el plano imagen, la cantidad de imágenes obtenidas pertenecen a imágenes hiperespectrales.

## Metodología

### 1.1. Sistema Óptico Formador de Imágenes Hiperespectrales

- Se probó el sistema óptico y para ellos se colocó una abertura circular en el plano del objeto, para simular una fuente cuasi-puntual.
- Posteriormente se colocó una lente posterior a la pupila para colimar los rayos de luz provenientes de ella.
- A continuación con la luz colimada se colocó un espejo refractor cóncavo.
- Finalmente con el reflejo de la luz, se forma la imagen con el sistema de lentes, telescopio, sobre el detector CMOS.

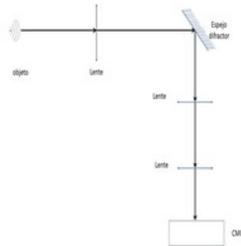


Fig. 1. Esquema del Sistema formador de imágenes.

## RESULTADOS

### 2.1 Prueba del sistema óptico

- Las primeras pruebas se realizaron utilizando un foco led.

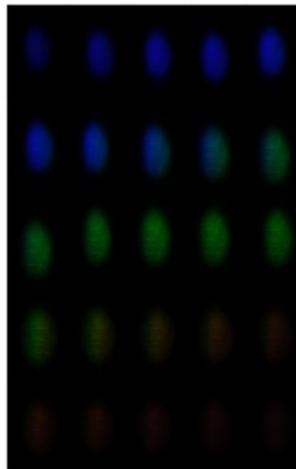


Fig. 2. Resultados de la segmentación de frecuencias de la luz emitida por LED.

### 2.2 Resultados usando un foco incandescente.

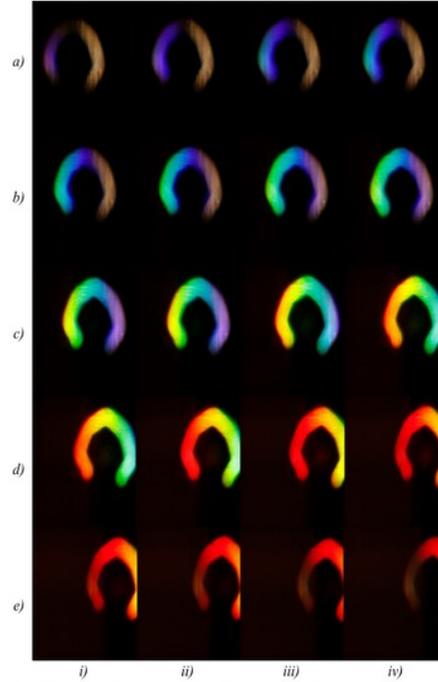


Fig. 3. Segmentación frecuencial del filamento de un foco incandescente.

## CONCLUSIONES

- Con un Sistema formador de imágenes se puede tener una gran cantidad de imágenes en el ancho del espectro de la luz visible, como se puede observar en el filamento del foco incandescente, inclusive la configuración, no cambiaría mucho si se desea medir infrarrojo cercano y el UV.
- Esta técnica permite realizar análisis de imágenes espectrales que contienen una gran cantidad de información en áreas como los son el estudio de muestras biológicas o químicas, para así conocer su estado, defectos o incluso si están contaminadas con al un agente externo.

## REFERENCIAS

1. G. ElMasry and D. W. Sun, "Principles of Hyperspectral Imaging Technology," *Hyperspectral Imaging Food Qual. Anal. Control*, pp. 3-43, 2010.
2. C. J. Du and D. W. Sun, "Learning techniques used in computer vision for food quality evaluation: A review," *J. Food Eng.*, vol. 72, no. 1, pp. 39-55, 2006.
3. J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*. 1996.
4. G. R. Fowles and D. W. Lynch, *Introduction to Modern Optics*, vol. 36, no. 8, 1968.
5. J. Zavala-De Paz, C. Isaza, J. Mosquera-Mosquera, E. Anaya-Rivera, J. Rizzo-Sierra, O. Palillero-Sandoval, J. Escobedo, "Non-invasive Methodology for the Study of Wound Healing Process Using Spectral Images". *IEEE Latin America Transactions*, 2020, 18(4), pp. 687-695, 9082211.
6. Isaza, C., Mosquera, J.M., Gómez-Méndez, G.A., ...Rizzo-Sierra, J.A., Palillero-Sandoval, O. "Development of an acousto-optic system for hyperspectral image segmentation". *Metrology and Measurement Systems*, 2019, 26(3), pp. 517-530.
7. C. J. Du and D. W. Sun, "Learning techniques used in computer vision for food quality evaluation: A review," *J. Food Eng.*, vol. 72, no. 1, pp. 39-55, 2006, doi: 10.1016/j.jfoodeng.2004.11.017.
8. A. H. K. I. Y. I. Takashi Inoue, "Compact spectral imaging system using liquid crystal for fast measurement" *OPTICAL REVIEW*, pp. 129-131, 1994.
9. R. M. Levenson, "Spectral Imaging Perspective on Cytomics" *Cytometry Part A*, p. 592-600, 2006.
10. J. Q. N. W. C. G. y. S. P. Michael O. Ngadi, "Pork quality and marbling level assessment using a hyperspectral imaging system" *Journal of Food Engineering*, pp. 10-16, 2007.

# HSI OPTICAL SYSTEM BY CONJUGATION OF THE PUPIL WITH THE SURFACE OF A REFRACTING MIRROR

Tapia-Alarcón Luis Arturo<sup>1</sup>[0000-0003-4117-3154], Vazquez-Castrejon Martin Alberto<sup>1</sup>[0000-0003-3106-2856], Escobedo-Altorre J. Jesús<sup>1</sup>[0000-0001-5281-0046], Palillero-Sandoval Omar<sup>1</sup>[0000-0003-0953-0414].

<sup>1</sup> Centro de Investigación en Ciencias básicas y Aplicadas (CIICAp), Universidad Autónoma del Estado de Morelos, Av. Universidad No. 1001 Col. Chamilpa, C.P. 62209, Cuernavaca, Morelos, México  
omar.palillero@uaem.mx

**Abstract.** In an optical imaging system with incoherent light, the study of spectral images is of great importance due to the large amount of information that can be obtained from an object in question. With the help of an object placed in the exit pupil, and following the theory of image formation, we show the design of an imaging system that allows to observe the optical spectrum of a test object, in this case a circular aperture and a filament of an incandescent lamp, through the conjugation of the pupil on a refracting mirror that, with a mechanical system to perform the scanning, we obtain a set of hyperspectral images.

**Keywords:** Spectral Imaging, Image processing, Optical systems.

## 1 Introduction

The design of optical imaging systems has long seen a development in spectroscopic techniques as a non-invasive means of analysis and inspection, due to the possibility of obtaining information about the components of a sample based on the absorption of light [1-4]. With the support of visible/near-infrared spectroscopic techniques and computer vision techniques, what is known as imaging spectroscopy has emerged [5-7]. Hyperspectral imaging is a map of light intensity that can be spread over one or more regions of the electromagnetic spectrum [8]. Hyperspectral images are a three-dimensional data set of an object or sample, these data contain spatial and spectral information. The three-dimensional data set is commonly referred to as a "hyperspectral cube". Data from a hyperspectral cube can reveal hidden information, such as the chemical or anatomical composition of an object [9]. Hyperspectral imaging is often used to detect physical and geometric features. Features such as color, size, shape, and texture. It can also be used to extract intrinsic chemical and molecular information (such as water, fats, proteins, and other constituents) from a product. Hyperspectral

Anexo D.



## LA ACADEMIA MEXICANA DE ÓPTICA

otorga la presente

**CONSTANCIA**

a

**L.A. Tapia Alarcón, M.A. Vazquez Castrejon,  
J.J. Escobedo Alatorre, O. Palillero Sandoval**

por su valiosa participación en la  
**Mexican Optics and Photonics Meeting (MOPM ) 2021,**  
celebrada en modalidad virtual y síncrona  
del 18 al 20 de noviembre de 2021,  
con la presentación del cartel intitulado

**SISTEMA ÓPTICO HSI MEDIANTE LA CONJUGACIÓN DE LA  
PUPILA CON LA SUPERFICIE DE UN ESPEJO REFRACTOR**

Tonanzintla , Pue., 25 de noviembre de 2021.

Atentamente

DocuSigned by:  
*Eduardo Tepichin*  
645BE7B512444EA

Dr. Eduardo Tepichín Rodríguez  
Presidente de la AMO

*V. Coello*

Dr. Victor M. Coello Cárdenas  
Vice-presidente de la AMO



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL  
ESTADO DE MORELOS



## INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS BÁSICAS Y APLICADAS

Control Escolar de Licenciatura



### VOTOS DE APROBATORIOS

Secretaria Ejecutiva del Instituto de Investigación en Ciencias Básicas Aplicadas de la Universidad Autónoma del Estado de Morelos.

Presente.

Por medio de la presente le informamos que después de revisar la versión escrita de la tesis que realizó el C. **TAPIA ALARCON LUIS ARTURO** con número de matrícula **20144011432** cuyo título es:

**“CONJUGACIÓN DE LA PUPILA CON LA SUPERFICIE DE UN ESPEJO REFRACTOR”**

Consideramos que **SI** reúne los méritos que son necesarios para continuar los trámites para obtener el título de **Licenciado en Tecnología Área Terminal en Física Aplicada**.

Cuernavaca, Mor a 09 de de junio de 2022

Atentamente  
Por una universidad culta

Se adiciona página con la e-firma UAEM de los siguientes:

DR. J. JESUS ESCOBEDO ALATORRE  
DR. JOSÉ MANUEL CUBOS RAMÍREZ  
DR. OMAR PALILLERO SANDOVAL  
MTRO. FRANCISCO JAVIER GARCÍA DÍAZ  
ING. JORGE ARTURO CARREÑO GARCÍA

PRESIDENTE  
SECRETARIO  
VOCAL  
PRIMER SUPLENTE  
SEGUNDO SUPLENTE



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL  
ESTADO DE MORELOS

Se expide el presente documento firmado electrónicamente de conformidad con el ACUERDO GENERAL PARA LA CONTINUIDAD DEL FUNCIONAMIENTO DE LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MORELOS DURANTE LA EMERGENCIA SANITARIA PROVOCADA POR EL VIRUS SARS-COV2 (COVID-19) emitido el 27 de abril del 2020.

El presente documento cuenta con la firma electrónica UAEM del funcionario universitario competente, amparada por un certificado vigente a la fecha de su elaboración y es válido de conformidad con los LINEAMIENTOS EN MATERIA DE FIRMA ELECTRÓNICA PARA LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ESTADO DE MORELOS emitidos el 13 de noviembre del 2019 mediante circular No. 32.

### Sello electrónico

**J JESUS ESCOBEDO ALATORRE | Fecha:2022-06-09 12:31:37 | Firmante**

DtNPMHEXJMjmsO9gWwjue2LbYec00GtLilwZSf5n71+qoMsfTebOExmO5iCe4KXmMe5+2XcZnVfAQRlelsYw3lQwt23STPAaQ7F2ENUK6KnRGFNzrThNNu+2CHUkrRtVBO5XOdt+3gW92bq+Z5WeCXEOUJHuy4w7E9vRFzGWm3N6GHJR6ZISg2sigYaShtDyvolZDgkU6NBvRCkvNOWf23CVnhMo4YJaVcJfmzYXGry3734DRJjOWZzb8jQNki3Ks66VylMnm54AE4gWYI5d7OouEISKKxGUVZWBkTBTpSBO0R7lQhukMU3n9R4NveEQo+1J4JyfAypHEVqxA==

**OMAR PALILLERO SANDOVAL | Fecha:2022-06-09 12:34:45 | Firmante**

hk6RbLfOQ4qZPZT1agr89J5LBycjb4jQjod0L9+2mpLPYgBqxCOEZ/F3evlc/Nh/MBHpECXW/3HFtqzZTs9lbnzVxl6i07AHtlyYwcpvt9vhOAKvQOD05nZccpG+WILFIX117eu1ffQFi6w/Od8nTHOZYrWkkgAs0fRFjJ58bZm1SKIOeUSRoRkofIKeELZjeLG9RSY986qgREZYk8xNVzht8L+nd6FTBOW3Z8bNPG9He1gMBgMEzdmx9YnjwzVsfN7liwn57Sm/xcJ4Xm3r1KDIOP0K079N+Vd6+BBhF6d5ORvxIOdzZuEKlvwqXdK9DoSIkUkAW/dbnA==

**GARCÍA DÍAZ FRANCISCO JAVIER | Fecha:2022-06-09 12:53:28 | Firmante**

jcnpVgC/mhluLSD5HmsjaFIBJQ8pETxrfV/9QgZvlGx0xqlziRG0tPm1cUPIXzmgdRFcTjNROaNLoeBYmXGTfEUCGoJjRVBvtznyUH0tbk5UA3etcYho6EuhE9gjSqiPDalVMsXJf1J7SbkCVYXTz5Sj+JbMOXPxsPhLxD8fP2FwFV0W/fHMqYj4a8HCvyYwU1KUYGV3RQeRCuV2TxfRtD7N1fR+eSMqr1J2fS01OCofwHj9Im9JlhJIEkO6hbQg9g8SVVUvoMLLUTNw7hSt35UD5h7TrEifJNBIPHLptk+D2Sl6fNykXNYO3xbil83FYatT7cCEH20F3Vgp4A==

**JOSE MANUEL CUBOS RAMIREZ | Fecha:2022-06-09 13:15:26 | Firmante**

UYaTI2oLiPMIFpilCnvK5dBrk1c4iQys7RXNHaRd2ZUSTYOGRUiriuwm+aGK4jldPv0iyLoyknGc7gnbdkc4EBo7K9RUy7L5nyNq9+M3u6zfkEVBsK0DQfFhcOuhFJZLxhPylSvpBPw0uvLEog6B19KmvPZpTYhQYmr87esAJQyoVdp0NulAh1BsnOY4m/MYp41nTLJ3klo4+M38omhvMQDlMqf3XaaQZNg7BDdXxoGKxa0YuBpdAbsJH+GJvXTY6yl+BruhCo+geVaPoUMoshG5US92OqZuEzDiCRz771Vc39+UYnwy0NWeyw1yOZf8/GUVvK4jyzukETwtdeZCQ==

**JORGE ARTURO CARREÑO GARCIA | Fecha:2022-06-10 00:36:30 | Firmante**

DfWN3uXd3FjucqOOjY7Lr6trpbrf1lwAlseaPVxxkCnlSupmvTPolgiBCd98GyltyXA9D6fnuLlI7F1T9DlIuo8Vw5ykXQNEgDmfjZigKoUD+K+KNRMiSCiCwFd13+2KLhecgzPSvKpytpkNKmL03gklGjhP0DvDb2RCkhGoKCX3hv0h38gpnbXeyztKNVdE/ZP45e5uToMsuLEFJXo1Q9ZB6RovOpYmmyoHo+bB4ctv3XJ0b7iQ1vjtH3tglS2UNTKNwHCMcedl8sqiDXtpWa/DoJsVuevq7FCCCU94MNXU4lygwqElsB1BpR8cbrTYD8ifluRF7aPlvyvXTAI2Q==

Puede verificar la autenticidad del documento en la siguiente dirección electrónica o escaneando el código QR ingresando la siguiente clave:



UEI7MAqXK

<https://efirma.uaem.mx/noRepudio/MTt4mqgrP3BGGqmpDnLoLUnBJBQQZESB>

