



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MORELOS**

---

---

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN INGENIERÍAS Y  
CIENCIAS APLICADAS**

**MEJORA DEL DESEMPEÑO DE LA TASA DE  
TRANSFERENCIA DE CALOR DE UNA BOMBA GEOTÉRMICA**

**TESIS PROFESIONAL  
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:  
LICENCIADO EN TECNOLOGÍA CON ÁREA  
TERMINAL EN FÍSICA APLICADA  
P R E S E N T A:  
JAVIER EMMANUEL RODRÍGUEZ DEGANTE**

**A S E S O R:  
DR. JESÚS EMMANUEL SOLÍS PÉREZ**

**CUERNAVACA, MORELOS**

**Mayo, 2022**



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL  
ESTADO DE MORELOS



Instituto de  
Investigación en  
Ciencias  
Básicas y  
Aplicadas

## INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS BÁSICAS Y APLICADAS

Control Escolar de Licenciatura



### VOTOS DE APROBATORIOS

Secretaría ejecutiva del Instituto de Investigación en Ciencias Básicas Aplicadas de la Universidad Autónoma del Estado de Morelos.

Presente.

Por medio de la presente le informamos que después de revisar la versión escrita de la tesis que realizó el C. **RODRÍGUEZ DEGANTE JAVIER EMMANUEL** con número de matrícula **10003276** cuyo título es:

**“Mejora del desempeño de la tasa de la transferencia de calor de una bomba geotérmica”.**

Consideramos que **SI** reúne los méritos que son necesarios para continuar los trámites para obtener el título de **Licenciado en Tecnología Área Terminal en Física Aplicada.**

Cuernavaca, Mor a 04 de abril del 2022

Atentamente  
Por una universidad culta

Se adiciona página con la e-firma UAEM de los siguientes:

**DR. LUIS MANUEL GAGGERO SAGER**  
**DRA. ARIANNA PARRALES BAHENA**  
**DR. JESÚS EMMANUEL SOLÍS PÉREZ**  
**DR. ULÍSES OLIVARES PINTO**  
**DR. JOSÉ ALFREDO HERNÁNDEZ PÉREZ**

**PRESIDENTE**  
**SECRETARIO**  
**VOCAL**  
**PRIMER SUPLENTE (NO PARTICIPA)**  
**SEGUNDO SUPLENTE**



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL  
ESTADO DE MORELOS

Se expide el presente documento firmado electrónicamente de conformidad con el ACUERDO GENERAL PARA LA CONTINUIDAD DEL FUNCIONAMIENTO DE LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MORELOS DURANTE LA EMERGENCIA SANITARIA PROVOCADA POR EL VIRUS SARS-COV2 (COVID-19) emitido el 27 de abril del 2020.

El presente documento cuenta con la firma electrónica UAEM del funcionario universitario competente, amparada por un certificado vigente a la fecha de su elaboración y es válido de conformidad con los LINEAMIENTOS EN MATERIA DE FIRMA ELECTRÓNICA PARA LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ESTADO DE MORELOS emitidos el 13 de noviembre del 2019 mediante circular No. 32.

### Sello electrónico

**ARIANNA PARRALES BAHENA | Fecha:2022-04-05 14:44:13 | Firmante**

gO61NN3KVes9pmrBLyLHO2Nsm8wjYcLoYmMRD2uwPBnXb8B9fOVxckRzYK9z4/EmxT9oKNo14TPL5cS5GS/F+PvYceqsNgmC/7DDXLv7cSP8YrJSSy6YCEb0KT0GmjnPm2EYUaJV+kVtP5kBsIERb5Y3O6CWj7d6snEdVpEu7TIR5jfywoF1Bjg4NUdaphGmxkvDKWt8/eawUZpC4w7+Yk9OJDDxJYKvT1huPAf2n0t39X/HABT8/yapz8R8oChhkRqws6RgaKIYqjUe/bjeAtkVnsi5AIYnqJpXsYBgVFA28wk7rBpsg8e2TrrlYwbS1okz5hxVWqM2dQo/ogg==

**LUIS MANUEL GAGGERO SAGER | Fecha:2022-04-06 10:43:35 | Firmante**

Cmp9ibspwh9tCoZ0gVHuDys6xY8bZn/lxFLvvYerJREfwiwnxQqp93klhkwhEjaR+jQBZPHvqoKksBIKDNbHvbd3Z4SjofxNTV6/JMyGICecM1MYWobvdQcNrG9QsYNepZflLeccV3ni+my5lv4ANDevpfZWxNUzQSt5oDYfD9bP7j5q9vOgTNmlMTMa06LKDZUT1wnNaRnGnFTpFWVK9IYE7+fvU+E+ZyZOR8BhBggMA9Hw02IVIs2KWZPfiWHV/jj8velA8JIE8miiC6xSm0BYOr362ktpFubJE5UatsPWYD6XoSHW4+ofemi5mYG6guy5Ntl0UBdzTvMsib2w==

**JOSE ALFREDO HERNANDEZ PEREZ | Fecha:2022-04-06 11:50:34 | Firmante**

klTqPmVjm2FDBHoKCCQGfiFb5zv9jLd5EOo8NG2Pj1956skLJ0hEmHARo5jcxQ8a+icb21Ajde36NPQ6iCv7VqYfM8LhA4B6AwUaznYEtwhdHu5trpsGzhTsMCRXeAei+mZnT1pX0q+gvaAZFau612xdV6zzWB1PHp1UkppqkdlNYVVVYSKQ/Z0LXhKxiM+wFnEDsjmM4BNovnsEd5ceXUIpz+Hk2uLBZJQwmM73ScOLN6eE4qHyXcb8NFK6A+QTx5lzhJj1dY9YIYy7xBwsHDdckk8xW5kmbTMVKIS7qpy0DBNxDmty1hKlxQ3HbOdR4hBDBzW4G9YAR/m1WdDt9Q==

**JESÚS EMMANUEL SOLIS PÉREZ | Fecha:2022-04-06 11:56:36 | Firmante**

IXbl17vUxAmxSw5eqciFYF/QCYGFYbifQL1AZ4/uLkCGuY/a2MxhIOrsPitcu4fyneCjLma7ZXtysu/8xXHGaTM2yb60j5aYmr1viMgNtaeRXI3t3F0Dtwk9Ej5aCCToqqilsWQqu1OU4UFVEzZ4WYnua5cQtiGypGnjV8It5eCUrlbt/luob0GM/dWk12aBeJP5pZar7Sij6V+1bpyDxPPw1UsWlIF4FKvbxuYrftb9FhxQ21zV5xJ5ocoxkQiyM0L2SttYmmbd2woh/R01zvbCJDuh/NJzJUPyENKeSFZSE9TdCQuXhk4bcD3MD0kcY+6Y0uhyppq2oLlW==

Puede verificar la autenticidad del documento en la siguiente dirección electrónica o escaneando el código QR ingresando la siguiente clave:



3s4IXSeMI

<https://efirma.uaem.mx/noRepudio/k4Ee4UNzifSRKJoQrWYnCcZKy1KKOUR5X>



## Resumen

Recientemente, el desempeño de la transferencia de energía de una bomba de calor geotérmica (Ground Source Heat Pump, GSHP) ha recibido gran atención en la investigación debido a su papel en el intercambio de calor en temperaturas interiores de edificios para brindar refrigeración o calefacción. Con este fin, este trabajo de tesis presenta dos enfoques numéricos (lineal y no lineal) para evaluar y mejorar la tasa de transferencia de calor de una GSHP.

De acuerdo con investigaciones realizadas con anterioridad, se han reportado diferentes modelos matemáticos que describen la tasa de transferencia de calor repercutiendo en el desempeño de una GSHP. Estos modelos carecen de precisión al momento de representar la experimentación. Por tal motivo, la presente investigación está centrada en el desarrollo de un modelo para incrementar el desempeño de una GSHP con una precisión mayor a los modelos reportados en la literatura.

Para lo anterior, se presentan cuatro modelos numéricos: modelo lineal, modelo no lineal cuadrático, modelo logarítmico sigmooidal y modelo tangente hiperbólico. Los primeros dos modelos ya han sido previamente estudiados con un algoritmo de optimización diferente (algoritmo sin especificar) al que se propone en el presente trabajo (Levenberg-Marquardt), mientras que los dos modelos restantes son utilizados para reemplazar una red neuronal artificial (ANN, Artificial Neural Network) que ha sido utilizada en investigaciones anteriores. Los modelos matemáticos son programados y evaluados para describir el desempeño de la tasa de transferencia de calor en función de las variables de entrada (conductividad térmica del suelo, profundidad vertical del pozo, diámetro del pozo, espesor del tubo en U, caudal del agua y diferencia de temperatura del agua).

Los resultados muestran que el modelo logarítmico sigmooidal predice la tasa de la transferencia de calor de una GSHP con una precisión del 97%, mientras que, el modelo tangente hiperbólico, modelo no lineal cuadrático y modelo lineal lo realizan con 84.36%, 82.44% y 64.33% respectivamente.

Se encontró un mejor modelo de predicción para el desempeño de la tasa de transferencia de calor de una GSHP (precisión del 97%) con respecto al reportado en la literatura (precisión del 94.7%).

## IMPROVING THE HEAT TRANSFER RATE PERFORMANCE OF A GROUND SOURCE HEAT PUMP

### Abstract

Recently, the energy transfer performance of a Geothermal Source Heat Pump (GSHP) has received significant attention in research due to its role in heat exchange in indoor building temperatures to provide cooling or heating. To this end, this thesis paper presents two numerical approaches (linear and nonlinear) to evaluate and improve the heat transfer rate of a GSHP.

According to previous research, different mathematical models have been reported that describe the rate of heat transfer affecting the performance of a GSHP. However, these models lack precision when it comes to representing experimentation. Consequently, this research focuses on developing a model to increase the performance of a GSHP with greater accuracy than the models reported in the literature.

We present four numerical models for the above: linear model, nonlinear quadratic model, sigmoidal logarithmic model, and hyperbolic tangent model. We studied the first two models with different optimization algorithms (unspecified ones) than those proposed in the present work (Levenberg-Marquardt). In comparison, the remaining two models are used to replace an artificial neural network (ANN) used in previous research. Mathematical models are programmed and evaluated to describe the performance of the heat transfer rate based on the input variables (soil thermal conductivity, good vertical depth, well diameter, U-tube thickness, water flow, and water temperature difference).

The results show that the sigmoid logarithmic model predicts the heat transfer rate of a GSHP with an accuracy of 97%, while the hyperbolic tangent model, nonlinear quadratic model, and linear model performs it with 84.36%, 82.44%, and 64.33%, respectively.

We found a better prediction model for the heat transfer rate performance of a GSHP than that reported in the literature.

## Agradecimientos

*Primeramente, agradezco a mi padre Javier Rodríguez Mojica y a mi madre María Degante Palomares, por la educación que me brindaron desde pequeño, su amor, comprensión y su apoyo económico.*

*A mi hermano y a toda mi familia que siempre son mi fuente de inspiración.*

*A mis amigos por su apoyo moral y académico para la realización de este trabajo.*

*A mis profesores que me brindaron conocimientos y consejos a lo largo de mi transcurso en la licenciatura.*

*A la Universidad por la infraestructura técnica y académica sin la cual este trabajo no hubiera sido posible.*

*A mi asesor de tesis y sinodales asignados, por su colaboración y consejos para el mejoramiento de este trabajo.*

## Índice

Resumen .....	4
Agradecimientos .....	6
Lista de tablas .....	10
Lista de figuras .....	12
<b>Capítulo 1: Antecedentes .....</b>	<b>14</b>
<b>1.1 Introducción.....</b>	<b>15</b>
<b>1.2 Planteamiento del problema.....</b>	<b>17</b>
<b>1.3 Justificación .....</b>	<b>18</b>
<b>1.4 Hipótesis .....</b>	<b>19</b>
<b>1.5 Objetivos .....</b>	<b>19</b>
<b>1.6 Objetivos específicos .....</b>	<b>19</b>
<b>Capítulo 2: Marco teórico .....</b>	<b>21</b>
<b>2.1 Bases teóricas .....</b>	<b>22</b>
2.1.1 Funcionamiento de una bomba de calor geotérmica (GSHP) .....	24
2.1.2 Algoritmo de optimización Levenberg-Marquardt (LM) .....	25
2.1.3 Análisis estadístico .....	27
<b>2.2 Antecedentes de la investigación de GSHP .....</b>	<b>28</b>
2.2.1 Determinación de parámetros y conjuntos de datos recopilados de la literatura	
30	
2.2.2 Antecedentes experimentales.....	31
<b>2.3 Predicciones previas.....</b>	<b>34</b>
2.3.1 Modelo estadístico lineal .....	34
2.3.2 Modelo estadístico no lineal .....	35
2.3.3 Redes neuronales artificiales.....	37
2.3.4 Evaluación de los modelos de predicción de estudios anteriores .....	39
<b>Capítulo 3: Desarrollo teórico .....</b>	<b>44</b>



<b>3.1 Metodología</b> .....	45
<b>3.2 Análisis del problema</b> .....	46
<b>3.3 Propuesta de mejora</b> .....	47
3.3.1 Base de datos, parámetros de entrada y de salida.....	47
3.3.2 Propuesta de modelos matemáticos para la predicción de la tasa de transferencia de calor de una GSHP.....	48
3.3.3 Elección de un algoritmo de entrenamiento / optimización .....	49
3.3.4 División de base de datos .....	49
3.3.5 Normalización de los datos.....	50
<b>3.4 Desarrollo de modelos y programación</b> .....	51
3.4.1 Diagramas de flujo.....	51
3.4.2 Programación.....	53
<b>3.5 Evaluación de los modelos estadísticos</b> .....	54
<b>Capítulo 4: Resultados y discusión</b> .....	55
<b>4.1 Modelo lineal</b> .....	56
4.1.1 Evaluación del conjunto de datos de entrenamiento.....	57
4.1.2 Evaluación del conjunto de datos de prueba.....	59
4.1.3 Evaluación del conjunto de datos completo .....	60
<b>4.2 Modelo no lineal cuadrático</b> .....	61
4.2.1 Evaluación del conjunto de datos de entrenamiento.....	62
4.2.2 Evaluación del conjunto de datos de prueba.....	64
4.2.3 Evaluación del conjunto de datos completa.....	65
<b>4.3 Modelos propuestos (tangente hiperbólico y logarítmico sigmoideal)</b> .....	66
4.3.1 Evaluación del conjunto de datos de entrenamiento.....	68
4.3.2 Evaluación del conjunto de datos de prueba.....	71
4.3.3 Evaluación del conjunto de datos completo .....	73
<b>4.4 Discusión de resultados</b> .....	75





<b>Capítulo 5: Conclusiones</b> .....	78
<b>5.1 Conclusiones</b> .....	79
<b>5.2 Trabajo futuro</b> .....	80
<b>Anexos</b> .....	81
<b>Anexo A</b> .....	82
<b>Bibliografía</b> .....	88

Lista de tablas

<b>Tabla 1</b> Producción mundial de calor geotérmico en 2015 .....	16
<b>Tabla 2</b> Líderes mundiales en la instalación y uso de bombas de calor geotérmicas. ....	23
<b>Tabla 3</b> Variables en la base de datos experimental .....	31
<b>Tabla 4</b> Coeficientes de modelado estadístico de la ecuación (2.9) .....	35
<b>Tabla 5</b> Coeficientes de modelado estadístico de la ecuación (2.10) .....	36
<b>Tabla 6</b> Valores de criterios estadísticos para los modelos de predicción de la tasa de transferencia de calor desarrollados. ....	39
<b>Tabla 7</b> Suposiciones y limitaciones de los modelos estadísticos y de red neuronal artificial .....	43
<b>Tabla 8</b> Coeficientes de modelado estadístico de la ecuación lineal aplicando Levenberg-Marquardt .....	56
<b>Tabla 9</b> Criterios estadísticos del conjunto de entrenamiento – modelo lineal .....	57
<b>Tabla 10</b> Criterios estadísticos del conjunto de prueba – modelo lineal .....	59
<b>Tabla 11</b> Criterios estadísticos del conjunto completo– modelo lineal .....	61
<b>Tabla 12</b> Coeficientes de modelado estadístico de la ecuación (2.10) aplicando Levenberg-Marquardt .....	62
<b>Tabla 13</b> Criterios estadísticos del conjunto de entrenamiento– modelo no lineal cuadrático .....	63
<b>Tabla 14</b> Criterios estadísticos del conjunto de prueba– modelo no lineal cuadrático.....	64
<b>Tabla 15</b> Criterios estadísticos del conjunto completo– modelo no lineal cuadrático .....	65
<b>Tabla 16</b> Coeficientes de modelado estadístico de la ecuación (3.1) aplicando Levenberg-Marquardt .....	66
<b>Tabla 17</b> Coeficientes de modelado estadístico de la ecuación (3.2) aplicando Levenberg-Marquardt .....	67
<b>Tabla 18</b> Criterios estadísticos del conjunto de entrenamiento – modelo tangente hiperbólico .....	68
<b>Tabla 19</b> Criterios estadísticos del conjunto de entrenamiento – modelo logarítmico sigmoideal .....	70
<b>Tabla 20</b> Criterios estadísticos del conjunto de prueba – modelo tangente hiperbólico ....	71



<b>Tabla 21</b>	Criterios estadísticos del conjunto de prueba – modelo logarítmico sigmoidal ..	72
<b>Tabla 22</b>	Criterios estadísticos del conjunto completo – modelo tangente hiperbólico .....	74
<b>Tabla 23</b>	Criterios estadísticos del conjunto completo – modelo logarítmico sigmoidal...	74
<b>Tabla 24</b>	Comparación de los criterios estadísticos.....	77
<b>Tabla 25</b>	Base de datos experimental compilada a partir de los resultados de las pruebas medidas por los autores y reportados en la literatura. ....	82

## Lista de figuras

<b>Fig. 1</b> Comparación mundial del uso directo de energía geotérmica en TJ/año de 1995, 2000, 2005, 2010, 2015 y 2020 .....	22
<b>Fig. 2.</b> Funcionamiento de una GSHP para enfriar y calentar .....	24
<b>Fig. 3</b> Diagrama esquemático de la construcción del sistema experimental de respuesta térmica. ....	33
<b>Fig. 4</b> Fotos de los dispositivos experimentales "on-site" .....	33
<b>Fig. 5</b> Estructura de una neurona artificial y BP-ANN .....	38
<b>Fig. 6</b> Comparación de la tasa de transferencia de calor en mediciones experimentales y los valores obtenidos por la predicción utilizando el modelo estadístico lineal. ....	40
<b>Fig. 7</b> Comparación de la tasa de transferencia de calor en mediciones experimentales y los valores obtenidos por la predicción utilizando el modelo estadístico no lineal (cuadrático). ....	41
<b>Fig. 8</b> Comparación de la tasa de transferencia de calor en mediciones experimentales y los valores obtenidos por la predicción utilizando el modelo de red neuronal artificial .....	41
<b>Fig. 9</b> Análisis estadístico para los modelos empíricos y el modelo de aprendizaje automático. ....	42
<b>Fig. 10</b> Metodología de propuesta de solución.....	45
<b>Fig. 11</b> Diagrama de flujo para modelo lineal o modelo no lineal cuadrático .....	52
<b>Fig. 12</b> Diagrama de flujo para modelo logarítmico sigmoidal o modelo tangente hiperbólico. ....	53
<b>Fig. 13</b> Modelo lineal – conjunto de entrenamiento – comparación tasa de transferencia de calor experimental vs predicción.....	58
<b>Fig. 14</b> Modelo lineal – conjunto de prueba – comparación tasa de transferencia de calor experimental vs predicción.....	60
<b>Fig. 15</b> Modelo lineal – conjunto completo– comparación tasa de transferencia de calor experimental vs predicción.....	61



**Fig. 16** Modelo no lineal cuadrático – conjunto de entrenamiento – comparación tasa de transferencia de calor experimental vs predicción .....63

**Fig. 17** Modelo no lineal cuadrático – conjunto de prueba – comparación tasa de transferencia de calor experimental vs predicción .....64

**Fig. 18** Modelo no lineal cuadrático – conjunto completo– comparación tasa de transferencia de calor experimental Vs predicción .....65

**Fig. 19** Modelo tangente hiperbólico – conjunto de entrenamiento – comparación tasa de transferencia de calor experimental Vs predicción.....69

**Fig. 20** Modelo logarítmico sigmoidal – conjunto de entrenamiento – comparación tasa de transferencia de calor experimental Vs predicción.....70

**Fig. 21** Modelo tangente hiperbólico – conjunto de prueba – comparación tasa de transferencia de calor experimental Vs predicción.....72

**Fig. 22** Modelo logarítmico sigmoidal – conjunto de prueba – comparación tasa de transferencia de calor experimental Vs predicción.....73

**Fig. 23** Modelo tangente hiperbólico – conjunto completo – comparación tasa de transferencia de calor experimental Vs predicción.....74

**Fig. 24** Modelo logarítmico sigmoidal – conjunto completo – comparación tasa de transferencia de calor experimental Vs predicción.....75

**Fig. 25** Análisis estadístico para 5 modelos empíricos y modelo de aprendizaje automático. ....77



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL  
ESTADO DE MORELOS

Tesis de Licenciatura  
RODRÍGUEZ DEGANTE JAVIER EMMANUEL



# Capítulo 1: Antecedentes

## 1.1 Introducción

El planeta Tierra no es cuerpo inerte y frío perdido en el espacio arrastrado pasivamente por la fuerza de gravitacional del Sol. Desde el punto de vista energético constituye un sistema activo que recibe y comunica energía al medio que le rodea. El calor es una parte de esa energía [1].

La geotermia es una palabra de origen griego, deriva de “geos” que quiere decir tierra, y de “thermos” que significa calor: el calor de la tierra. Las grandes diferencias de temperatura entre la superficie de la Tierra y las existentes en su interior originan un flujo continuo de calor hacia la superficie, estimándose que la energía que llega cada segundo a la superficie terrestre, en forma de calor, por conducción, convección y radiación, es de  $42 \times 10^{12}$  J. De ese total  $8 \times 10^{12}$  J provienen de la corteza, la cual representa solo el 2% del volumen total del planeta,  $32.3 \times 10^{12}$  J provienen del manto, el cual representa el 82% del volumen total, y  $1.7 \times 10^{12}$  J provienen del núcleo, que representa un 16% en volumen. [1]

La energía geotérmica, a pesar de ser utilizada con algunos fines térmicos desde hace siglos, (termas romanas, baños turcos, curas balnearias, etc.) aún se desconoce [1]. Esto no significa que debe ser infravalorada, sino todo lo contrario, tiene un gran potencial.

Esta energía geotérmica se ha reconocido como un recurso alternativo a las fuentes tradicionales debido a las atractivas ventajas de la renovabilidad, la limpieza y la rentabilidad [2]. Además, a diferencia de otras fuentes de energía renovables, esta no se origina debido a la radiación del Sol sino a la diferencia de temperaturas que existe en el interior del planeta y su superficie.

A nivel mundial, la energía geotérmica se explota cada vez más, ya sea para la producción de calor o electricidad. En 2015, se dispusieron a nivel mundial 163,287,000 MWh de calor geotérmico en 82 países. Información que se desglosa en la Tabla 1 [3].

*Tabla 1 Producción mundial de calor geotérmico en 2015*

<b>Países líderes</b>	<b>Producción de calor (MWh/año)</b>
China	49,434,990
Estados Unidos	21,074,520
Suecia	14,536,000
Turquía	12,536,000
Japón	7,258,940
Islandia	7,422,000
Alemania	5,425,800
Finlandia	5,000,400
Francia	4,407,850
Suiza	3,288,260

Fuente: <https://geothermie-schweiz.ch/geothermie/weltweit/?lang=fr>  
(Diciembre 2019)

La generación de este calor geotérmico reemplazó el uso de más de 54 millones de toneladas de petróleo y redujo las emisiones de CO<sub>2</sub> a la atmosfera en aproximadamente 148 millones de toneladas [3].

Es importante mencionar que, de acuerdo con los avances tecnológicos actuales, la energía geotérmica se divide en dos sectores de aplicaciones: térmicos y eléctricos. El presente trabajo de investigación está enfocado en el primer sector mencionado, evaluando la tasa de transferencia de calor en una GSHP mediante modelos matemáticos lineal y no lineal.

La GSHP es un sistema que transfiere energía térmica de bajo grado a energía térmica de alto grado al ingresar una pequeña cantidad de energía, por ejemplo, energía eléctrica y energía solar para estimular el calor latente subterráneo [4]. La GSHP se originó en el norte de Europa [5] y se ha utilizado ampliamente en China debido a su tecnología de ahorro de energía [6- 9].

La función de una bomba de calor geotérmica es aumentar o disminuir la temperatura interior de un espacio según se requiera. Es decir, en verano la alta energía geotérmica generada por los edificios puede ser almacenada en el suelo mientras que, en invierno la energía geotérmica se puede bombear para calentar tales edificios [10].



## 1.2 Planteamiento del problema

El cambio climático es uno de los problemas que aquejan a la población en la actualidad. El aumento de las temperaturas a nivel mundial provoca fenómenos meteorológicos cada vez más extremos alrededor del mundo, lo que provoca cambios drásticos en las economías y las sociedades afectadas. En gran parte esto es consecuencia de utilizar energías que no son limpias ni renovables.

Xu et al. [10] realizaron una investigación en cual se detalla que las herramientas de investigación más comunes para evaluar el desempeño de la transferencia de calor de una GSHP son las simulaciones numéricas y los experimentos “on-site” (generalmente duran más de 48 h). Además, se encuentran disponibles modelos matemáticos limitados para predecir la tasa de transferencia de calor de una GSHP. También, es importante mencionar que las especificaciones existentes con respecto a la GSHP no proporcionan una evaluación directa sobre la tasa de transferencia de calor, incluso si se conocen las características del medio (conductividad térmica del suelo, grosor del tubo en U, profundidad y diámetro del tubo, caudal del agua, etc.). Este fenómeno trae baja eficiencia al proceso de diseño y optimización del sistema GSHP. Por tal motivo, se deben desarrollar enfoques confiables y de alta eficiencia para la estimación de la tasa de transferencia de calor de la GSHP. Los modelos matemáticos deben ser con alta precisión y eficiencia, al tiempo que cubren una amplia gama de variables influyentes.

Los enfoques de análisis tanto lineal como no lineal, así como aprendizaje automático se caracterizan por técnicas de extracción de datos que se basan en una determinada plataforma informática para buscar soluciones óptimas a problemas de ingeniería [10]

Las predicciones sobre la tasa de transferencia de calor para una GSHP obtenidas por Xu et al. [10] presentan un coeficiente de determinación aceptado ( $R^2$ ). Sin embargo, se pueden obtener predicciones más acertadas. En ocasiones el bajo valor de  $R^2$  puede tener relación con motivos como: utilizar el algoritmo de optimización que viene predeterminado por el software a utilizar, usar un modelo matemático que no resulte del todo compatible con los datos a

manejar, hacer uso de muy pocas neuronas en la red neuronal artificial, entre otros. En caso de añadir un número considerable de neuronas a la ANN existe la probabilidad de que el coeficiente de determinación se acerque cada vez más a 1. Esto implicaría mayor tiempo de trabajo para el equipo que realiza el proceso de predicción, con la probabilidad de caer en un sobre aprendizaje.

Conviene plantear el caso en el que no se utilice una red neuronal artificial para la predicción de la tasa de transferencia de calor de una GSHP, ¿puede un modelo matemático lineal o no lineal equipararse a una red neuronal artificial?

### 1.3 Justificación

Un punto clave para luchar contra el cambio climático y ayudar a cuidar el ambiente, es el uso de energías renovables. Existen energías renovables que son más utilizadas que otras y que tienen bastante popularidad entre la comunidad científica. Por ejemplo, la energía eólica, la energía solar fotovoltaica, energía hidráulica, energía termo solar, y biomasa. Sin embargo, existen más tipos de energía renovable, como la energía geotérmica que no es tan popular, pero sigue siendo más investigada y utilizada. Un ejemplo claro de la utilización de este tipo de energía son bombas de calor geotérmicas en distintos países.

De acuerdo con la investigación experimental de Wan et al. [11] se ha demostrado que la GSHP consume 1 kWh de energía térmica en procesos de calefacción o refrigeración. Además, el sistema GSHP tiene un 40% más de eficiencia en la transferencia de energía térmica en comparación con los sistemas de aire acondicionado convencionales.

Se busca mejorar la estrategia para tener una predicción más confiable sobre la tasa de transferencia de calor para una GSHP con ubicación en Wuhan, China, utilizando un modelo numérico lineal y distintos modelos no lineales, haciendo la comparación entre estos y una red neuronal artificial presentada en previas investigaciones.

## 1.4 Hipótesis

La aplicación de un algoritmo de optimización distinto (Levenberg-Marquardt) y un modelo matemático logarítmico sigmoïdal mejora el coeficiente de determinación ( $R^2$ ), lo que implica una mejor predicción.

## 1.5 Objetivos

Desarrollar modelos matemáticos (lineal y no lineales) para evaluar y mejorar el desempeño de la tasa de transferencia de calor de una GSHP.

## 1.6 Objetivos específicos

1. Entender y recuperar la base de datos experimental del proyecto desarrollado por Xu et al. [10] el cual presenta la descripción, la base de datos y los modelos matemáticos propuestos de la GSHP.
2. Programar un algoritmo de optimización comúnmente utilizado en Inteligencia Artificial.

Identificar cual es uno de nuestros diferenciadores dentro del trabajo de investigación sobre la evaluación del desempeño de una GSHP. Y aplicar el algoritmo de optimización Levenberg-Marquardt.



3. Programar modelos matemáticos.

Desarrollar modelos matemáticos que describan la velocidad de transferencia de energía de una bomba calor geotérmico.

4. Evaluar y comparar el desempeño de los diferentes modelos propuestos.

Analizar cada modelo matemático programado e identificar cual presenta una mejor predicción.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL  
ESTADO DE MORELOS

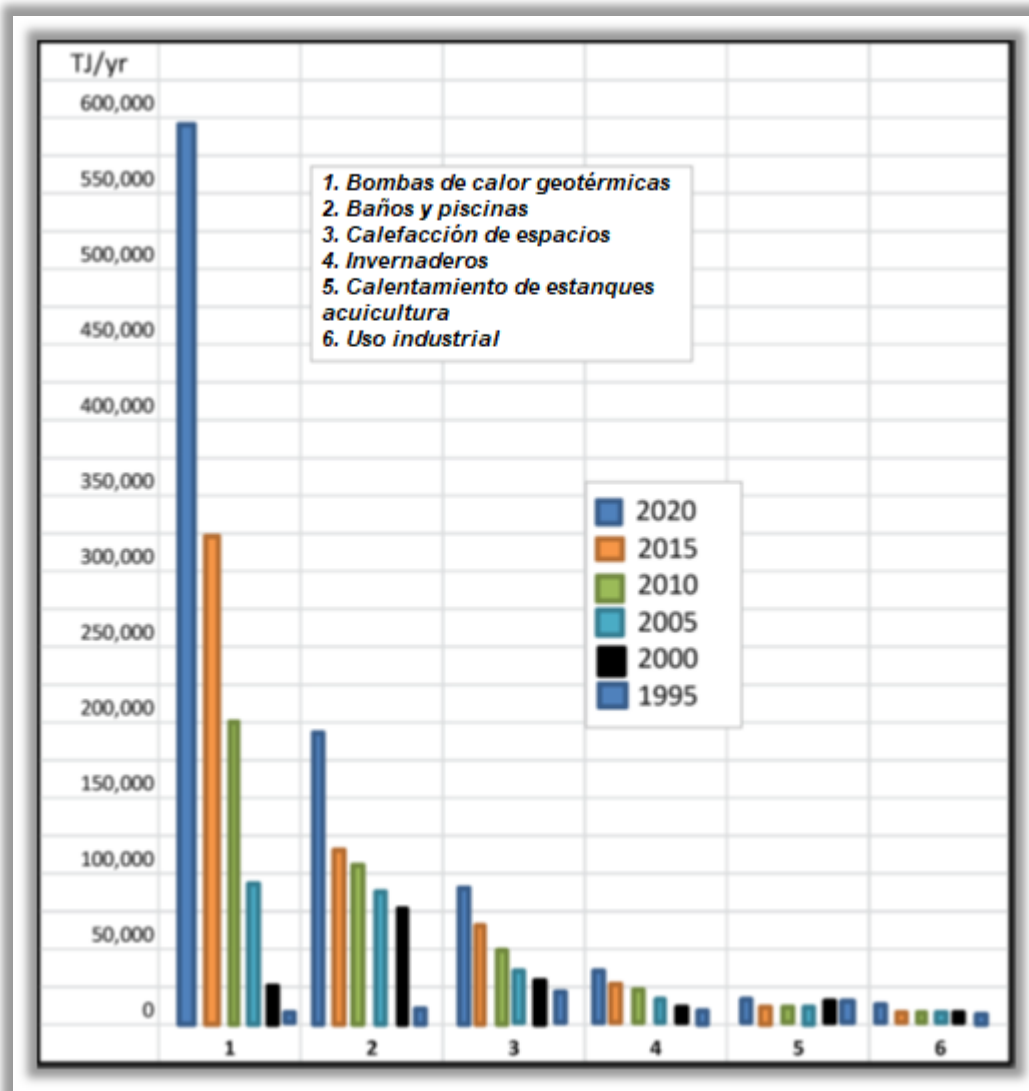
Tesis de Licenciatura  
RODRÍGUEZ DEGANTE JAVIER EMMANUEL



## Capítulo 2: Marco teórico

## 2.1 Bases teóricas

La energía geotérmica tiene principalmente seis usos: bombas de calor geotérmicas (calentamiento y enfriamiento de subsuelos), baños y piscinas, calefacción de espacios, invernaderos, calentamiento de estanques acuicultura, y uso industrial [12]. La Fig. 1 muestra el uso directo de energía geotérmica a nivel mundial de los años 1995, 2000, 2005, 2010, 2015 y 2020, de la cual se puede notar que la utilización con mayor proyección es el uso de GSHP.



*Fig. 1 Comparación mundial del uso directo de energía geotérmica en TJ/año de 1995, 2000, 2005, 2010, 2015 y 2020 Modificada a partir de: J. Lund, A. Toth, Applied Thermal Engineering: Direc utilization of geothermal energy2020 worldwide review. Applied Thermal Engineering, 90 (2020).*

Las bombas de calor geotérmicas representan el 71.6% de la capacidad instalada y 59.2% del uso anual de energía. La capacidad instalada es de 77,547 MWt y el consumo de energía es de 599,981 TJ/año con un factor de capacidad (CF) de 0.245 en el modo de calefacción. La mayoría de las instalaciones se encuentran en Norte América, Europa y China. No obstante, el número de países con instalaciones incrementó de 26 en el 2000, a 33 en 2005, a 43 en 2010, a 48 en 2015 y a 54 en 2020. El número equivalente de unidades de 12 kW (típicas en hogares de Estados Unidos de América y de Europa occidental) es de aproximadamente 6.46 millones. Este es un aumento del 54% sobre el número de unidades instaladas en el 2015, y más del doble de unidades instaladas reportadas en 2010. El tamaño de las unidades individuales oscila entre 5.5 kW para uso residencial y en unidades grandes 150 kW para instalaciones comerciales e institucionales [12].

Los países con mayor número de unidades instaladas y con mayor uso de estas son: China, Estados Unidos, Suecia, Alemania y Finlandia. En la Tabla 2 se observa la representación de estos datos.

*Tabla 2 Líderes mundiales en la instalación y uso de bombas de calor geotérmicas.*

	MWt		MWt
China	26,450	China	246,212
Estados Unidos	20,230	Estados Unidos	145,460
Suecia	6,680	Suecia	62,400
Alemania	4,400	Alemania	23,760
Finlandia	2,300	Finlandia	23,400

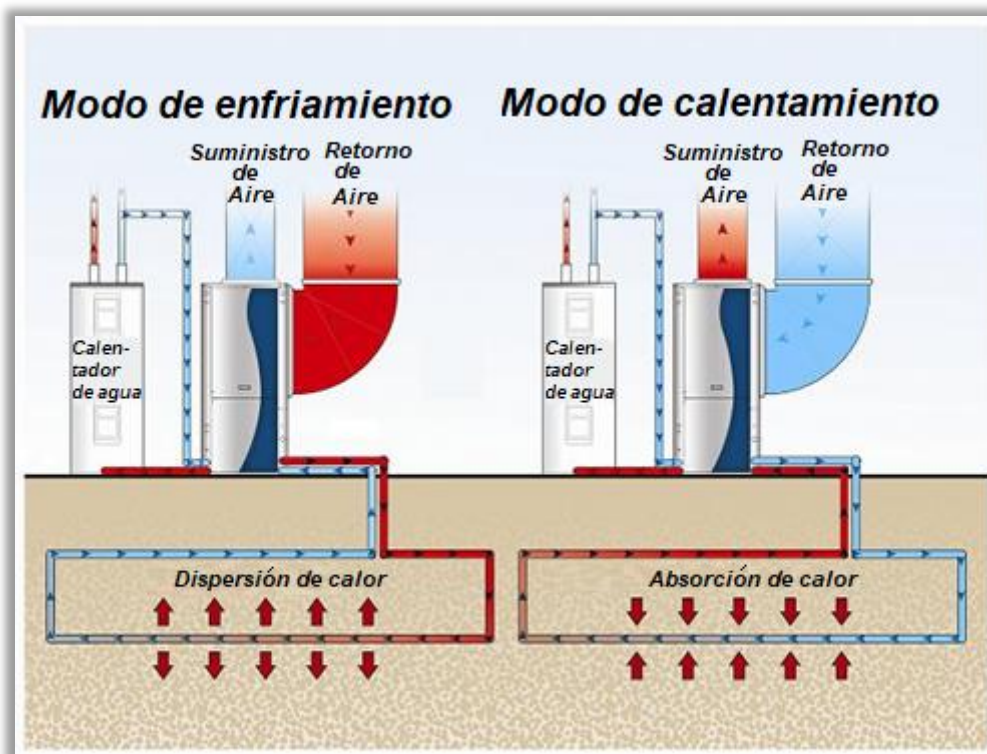
Fuente: J. Lund, A. Toth, Applied Thermal Engineering: Direc utilization of geothermal energy 2020 worldwide review. Applied Thermal Engineering, 90 (2020).

El uso de GSHP se ha desarrollado con una rapidez considerable. La tasa de crecimiento anual promedio es de más de 20%. Según estadísticas incompletas, a finales del año 2019, los edificios que usan GSHP abarcan 500 millones de m<sup>2</sup>. Por ejemplo, en 2018, se completaron más de 1300 proyectos de bombas de calor en Beijing, calentando un área de 50.97 millones de metros cuadrados que reemplaza 65,000 millones de toneladas de combustibles fósiles y por consecuencia reduce la contaminación en el aire. Otro ejemplo es el Aeropuerto Internacional

de Daxing de Beijing, que proporciona calefacción y refrigeración a 2.57 millones de metros cuadrados de área edificada [12].

### 2.1.1 Funcionamiento de una bomba de calor geotérmica (GSHP)

Un sistema típico GSHP consta de un circuito de tierra lleno de una solución de agua, un intercambiador de calor y conductos hacia el edificio. Durante el invierno, el calor del suelo es absorbido por la solución del agua a medida que circula a través de tuberías en el suelo. El agua calentada se lleva a la casa donde una bomba de calor de agua a aire concentra la energía térmica y la transfiere al aire en un sistema de conductos convencional que circula para calentar la casa. En verano, este proceso se invierte y el exceso de calor se bombea desde la casa al suelo o se redirige para calentar el agua caliente sanitaria a fin de enfriar la casa. La Fig. 2 se ilustra el funcionamiento de una GSHP.



**Fig. 2.** Funcionamiento de una GSHP para enfriar y calentar  
Modificada a partir de: Energy Environmental Corporation. (s.f). What is a Geothermal Heat Pump?  
[https://www.energyhomes.org/index.php?mod\\_name=renewable-technology/howgeoworks.html](https://www.energyhomes.org/index.php?mod_name=renewable-technology/howgeoworks.html)



### 2.1.2 Algoritmo de optimización Levenberg-Marquardt (LM)

La optimización se refiere a un procedimiento para encontrar los parámetros o argumentos de entrada de una función que dan como resultado la salida mínima o máxima de ésta. Hay diversos tipos de algoritmos de optimización que pueden utilizarse para los problemas de optimización de funciones continuas [13].

Algunos algoritmos de entrenamiento u optimización que se pueden considerar son Gradiente Conjugado (GC), cuasi-Newton y Levenberg-Marquardt [14].

Al trabajar con técnicas de modelado estadístico lineal o polinómica se sugiere utilizar el método gradiente descendiente en lugar de mínimos cuadrados. El gradiente es el conjunto de todas las derivadas parciales de una función para estimar los mejores coeficientes [15].

Para entender mejor cómo funciona el método LM, se explicará desde el método Gradiente Descendiente (GD). El método de GD aplica el gradiente más grande en cada paso, lo que puede resultar en una convergencia lenta. El método de GC usa la dirección negativa o positiva para poder converger más rápido en contraste con el GD. Además, la mayoría de estos métodos necesita un valor en su tasa de aprendizaje (tamaño de paso) para poder actualizar el valor del peso de la red. Este tamaño de paso es ajustado en cada iteración de acuerdo con una búsqueda realizada en la dirección del gradiente conjugado para minimizar la función objetivo [16].

Los métodos Newtonianos son métodos alternativos a los de los gradientes conjugados que suelen converger más rápido que los de GC. Utilizan una matriz Hessiana (matriz cuadrada de segundas derivadas parciales) como función de rendimiento de los pesos y bias. Esta matriz es compleja de calcular e implica alto costo computacional para redes FeedForward. Los métodos Cuasi-newtonianos utilizan una función (creada para dicho método) en vez de calcular la matriz Hessiana pero que se aproxima a ésta [16].

El algoritmo LM es parecido al método quasi-Newton, y está diseñado para aprovechar la velocidad de las segundas derivadas parciales sin necesidad de calcular la matriz Hessiana. Este diseño se aprovecha en las redes con Backpropagation, debido a que, la función de rendimiento

en dichas redes está basada en los errores medios cuadráticos (Mean Square Error), como se muestra a continuación:

$$x_{k+1} = x_k - \alpha_k g_k, \quad (2.1)$$

donde  $x_k$  es el vector actual de pesos y bias,  $g_k$  es el actual gradiente descendiente,  $\alpha_k$  es la tasa de aprendizaje y el subíndice  $k$  es el valor de cada iteración [16].

Los pasos (del gradiente) para los métodos cuasi-Newtonianos son:

$$x_{k+1} = x_k - A_k^{-1} g_k, \quad (2.2)$$

donde  $A_k$  es la matriz Hessiana.

En el método Levenberg-Marquardt, puesto que se tiene una forma cuadrática en la función de rendimiento, la matriz de Hessiana puede aproximarse de la siguiente forma:

$$A = H = J^T J. \quad (2.3)$$

El gradiente se calcula como

$$g = J^T e, \quad (2.4)$$

donde  $J$  es la matriz Jacobiana que incluye las primeras derivadas de los errores de la red con respecto a los pesos y bias,  $e$  es un vector de errores de la red ( $e = t - a$ , aquí  $t$  es el target o valor del dato experimental y  $a$  es el valor simulado obtenido de la red). La matriz Jacobiana es más fácil de calcular y requiere menos costo computacional que la matriz Hessiana [17]. De tal modo que, la función de rendimiento usando el método LM se muestra a continuación:

$$x_{k+1} = x_k - [J^T J + \mu I]^{-1} J^T e. \quad (2.5)$$

El objetivo del método LM es dirigirse lo más rápido posible hacia el método Newton, esto sucede cuando el escalar  $\mu$  es cero (o muy próximo a cero). En caso contrario, cuando  $\mu$  es grande, se transforma en un método de gradiente descendiente con un tamaño de paso que depende de  $\mu$ , que por lo general es pequeño. El valor de  $\mu$  disminuye con cada paso exitoso. Es decir, cuando el error disminuye, aumentará solo si el error es mayor que en la iteración anterior. El método de Newton es más rápido y preciso cerca de un error mínimo, de aquí la importancia de que  $\mu$  sea muy próxima a cero [18]. Cuando se tiene una base de datos muy extensa, se requerirá almacenar un gran número matrices Jacobianas, lo que conlleva a un gran uso de memoria (computacional), lo que supone una desventaja [19].

### 2.1.3 Análisis estadístico

Para validar la precisión y la adaptabilidad de los modelos propuestos, se realizan pruebas estadísticas para analizar los datos experimentales y los datos simulados obtenidos. Los parámetros de prueba que se usan comúnmente son la Raíz del Error Cuadrático Medio (Root Mean Square Error, *RMSE*), el Error Porcentual Medio Absoluto (*MAPE*) y el coeficiente de determinación ( $R^2$ ) [20]. El modelo óptimo es el que tiene el  $R^2$  más alto, y el *MAPE* y *RMSE* más bajos.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (x_{exp(i)} - x_{sim(i)})^2}{\sum_{i=1}^n (x_{exp(i)} - \bar{x}_{exp})^2}, \quad (2.6)$$

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{x_{exp(i)} - x_{sim(i)}}{x_{exp(i)}} \right|}{n} \times 100 (\%), \quad (2.7)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_{sim(i)} - x_{exp(i)})^2}{n}}. \quad (2.8)$$

## 2.2 Antecedentes de la investigación de GSHP

Hou y Therian [21] realizaron un experimento en su casa ubicada en Birmingham, Alabama, y encontraron que el consumo era más pequeño cuando la longitud del tubo en U se fijaba en 400 m. Wang et al. [22] propusieron un sistema híbrido GSHP que simula el desempeño térmico y la recuperación de temperatura en el suelo para evaluar su desempeño energético, y los resultados mostraron que la profundidad vertical del pozo debe ser superior a 40 m para mantener una mayor eficiencia energética a largo plazo. You et al. [23] investigaron el desempeño a largo plazo de GSHP y los resultados mostraron que el menor flujo de agua subterránea puede aliviar efectivamente la disminución tanto de la temperatura como de la eficiencia térmica del fluido de salida, pero puede mejorar la tasa de transferencia de calor y reducir el consumo de energía. Un sistema GSHP real ubicado en Wuhan en China fue construido por Mao y Chen [24] para investigar las características de la distribución de temperatura del suelo en este sistema. Usando la solución numérica de volumen finito en Fluent, Koochi-Fayegh y Rosen [25] investigaron la conducción transitoria bidimensional del calor en el suelo alrededor de intercambiadores de calor verticales para verificar la teoría fuente de línea. En los estudios que presentaron Wang et al. [26] se encontró que la GSHP podía mantener una condición de funcionamiento estable cuando la temperatura de entrada del tubo en U era superior a 4.5°C. Tong et al. [27] adoptaron TRNSYS para simular las condiciones de funcionamiento de GSHP a lo largo de un año y descubrieron que aumentar la longitud del tubo en U, el espaciamiento de las tuberías, la profundidad vertical del pozo y el diámetro del pozo puede reducir el costo de operación. Con el fin de investigar cuantitativamente la factibilidad de GSHP, Liu et al. [28] seleccionaron tres regiones frías de China como objetos de investigación, Qiqihar, Shenyang y Beijing, y adoptaron TRNSYS para simular el desempeño de GSHP durante diez años. Los resultados de la simulación mostraron que el sistema GSHP en Beijing es el más adecuado, mientras que Qiqihar no es una ciudad aceptable para la aplicación debido a que la temperatura de entrada/salida del tubo en U en esta región es inferior a 0°C. Wei et al. [29] desarrollaron modelos numéricos tridimensionales para el intercambiador de calor subterráneo de GSHP utilizando un método de cálculo de transferencia de calor independiente.

Krzywanski y Nowak [30] estudiaron la combustión de combustible sólido en calderas de lecho fluidizado circulante utilizando métodos de redes neuronales artificiales. Los resultados mostraron que la red neuronal puede generalizar la relación entre emisiones de  $\text{SO}_2$  y parámetros operativos. En la investigación de Krzywanski y Nowak's [31] se utilizó el método de red neuronal artificial para predecir el coeficiente de transferencia de calor local en la cámara de combustión de la caldera de lecho fluidizado circulante. Se encontró que el modelo de red neuronal puede predecir con precisión el coeficiente de transferencia de calor general local en la cámara de combustión de la caldera de lecho fluido circulante. Liukkonen et al. [32] utilizaron redes neuronales artificiales para simular la formación de óxidos de nitrógeno en calderas de lecho fluidizado circulante. Los resultados mostraron que el método de la red neuronal artificial es un método eficaz del proceso de lecho fluidizado circulante y sus emisiones. Liukkonen et, al. [33, 34] también descubrieron un método de red neuronal artificial basado en submodelos para modelar la formación de óxidos de nitrógeno en calderas de lecho fluidizado circulantes. Se encontró que este método puede obtener efectivamente nueva información del proceso de combustión. Abbassi y Bahar [35] aplicaron un método de red neuronal para simular con precisión el comportamiento térmico de un condensador evaporación. Los resultados mostraron que la red neuronal puede predecir eficazmente el comportamiento del sistema de aire acondicionado.

También se han realizado algunos intentos en el área de GSHP. Guang et al. [36] establecieron un modelo basado en redes neuronales artificiales para realizar el método de control de desempeño para controlar el sistema híbrido GSHP durante cuatro años, y lo compararon con otros dos métodos de uso frecuente. Los resultados mostraron que la estrategia de control del intercambiador de calor del suelo y la torre de enfriamiento puede aprovechar al máximo las ventajas del intercambio de calor del aire exterior y el suelo, y tiene una alta eficiencia energética. Zhang et al. [37] establecieron un modelo de red neuronal artificial para predecir la conductividad térmica en capas de los cuatro pozos del sistema GSHP. Los resultados mostraron que el error de predicción del modelo de red neuronal artificial para la conductividad térmica en capas es inferior a  $0.1 \text{ W}/(\text{m.K})$ . En la investigación de Benli [38] las redes neuronales artificiales se utilizaron para predecir la influencia de los parámetros de desempeño.



Es decir, la temperatura del aire que entra en la unidad ventiloconvector del condensador, la temperatura del aire que sale de la unidad ventiloconvector del condensador y las temperaturas del suelo del sistema GSHP en el coeficiente de desempeño del sistema. Los resultados muestran que el coeficiente de correlación ( $R^2$ ) máximo es 0.999, lo que confirmó que el uso de las redes neuronales artificiales para la predicción del desempeño del coeficiente de desempeño del calentamiento del sistema GSHP es aceptable. Park et al. [39] desarrollaron un modelo de predicción del consumo de energía por hora del sistema GSHP basado en una técnica de modelado estadístico lineal múltiple y una red neuronal artificial. La precisión de la predicción del modelo lineal múltiple es del 3.56% y la precisión de la predicción de la red neuronal artificial es del 1.75%.

### 2.2.1 Determinación de parámetros y conjuntos de datos recopilados de la literatura

El primer paso para desarrollar modelos de predicción es establecer una base de datos experimental extensa que contenga la variedad de parámetros, el rango de variación, y el desempeño de la transferencia de calor de la GSHP. La base de datos experimental ([véase Anexo A](#)) de Xu, et al. [10] se compiló a partir de dos fuentes. Es decir, una parte se recopila de la literatura [40-49] (33 conjuntos de datos obtenidos de las figuras y curvas en las referencias), la otra son 79 conjuntos de datos medidos por los autores a través de experimentos “on-site” en varias ciudades. Cabe destacar que los conjuntos de datos experimentales utilizados para evaluar el desempeño de transferencia de calor de GSHP se obtienen de diferentes regiones de China. Por lo tanto, los modelos desarrollados a continuación y los presentados por Xu, et al. [10] se pueden emplear para predecir la tasa de transferencia de calor de GSHP para el caso de estudio de la aplicación en China.

De acuerdo con investigaciones previas [50-61] se ha demostrado que el desempeño de la transferencia de calor de GSHP depende principalmente de las características del suelo, las



dimensiones tanto de los tubos como de los pozos, así como también de las condiciones de temperatura y flujo de agua. En todas las pruebas los parámetros que se consideran influyentes (es decir, variables independientes) son: la conductividad térmica del suelo ( $\lambda$ ), la profundidad vertical del pozo ( $h$ ), el diámetro del pozo ( $d$ ), el espesor del tubo en U ( $\delta$ ), el caudal del agua ( $G$ ) y la diferencia de temperatura del agua ( $\Delta t$ ); mientras que la tasa de transferencia de calor ( $Q$ ) se mide para representar el desempeño de la GSHP (es decir, variable dependiente). La Tabla 3 muestra los intervalos de variación de todos los conjuntos de datos experimentales recopilados

*Tabla 3 Variables en la base de datos experimental*

VARIABLE	CONDUCTIVIDAD TERMICA DEL SUELO [W/(m.°C)]	PROFUNDIDAD VERTICAL DEL POZO [m]	DIAMETRO DEL POZO [mm]	ESPEJOR DEL TUBO EN U [mm]	CAUDAL DEL FLUJO DE AGUA [m <sup>3</sup> /h]	DIFERENCIA DE TEMPERATURA [°C]
INTERVALO VARIABLE	1.06-3.26	43.0-150.0	130.0-180.0	1.15-3.50	0.550-1.909	0.66-6.50

*Fuente: X. Xu, J. Liu, Y. Wang, J. Xu y J. Bao, «Performance evaluation of ground source heat pump usisng linear and nonlinear regressions and artificial networks,» Applied Thermal Engineering, vol. 180, 2020.*

## 2.2.2 Antecedentes experimentales

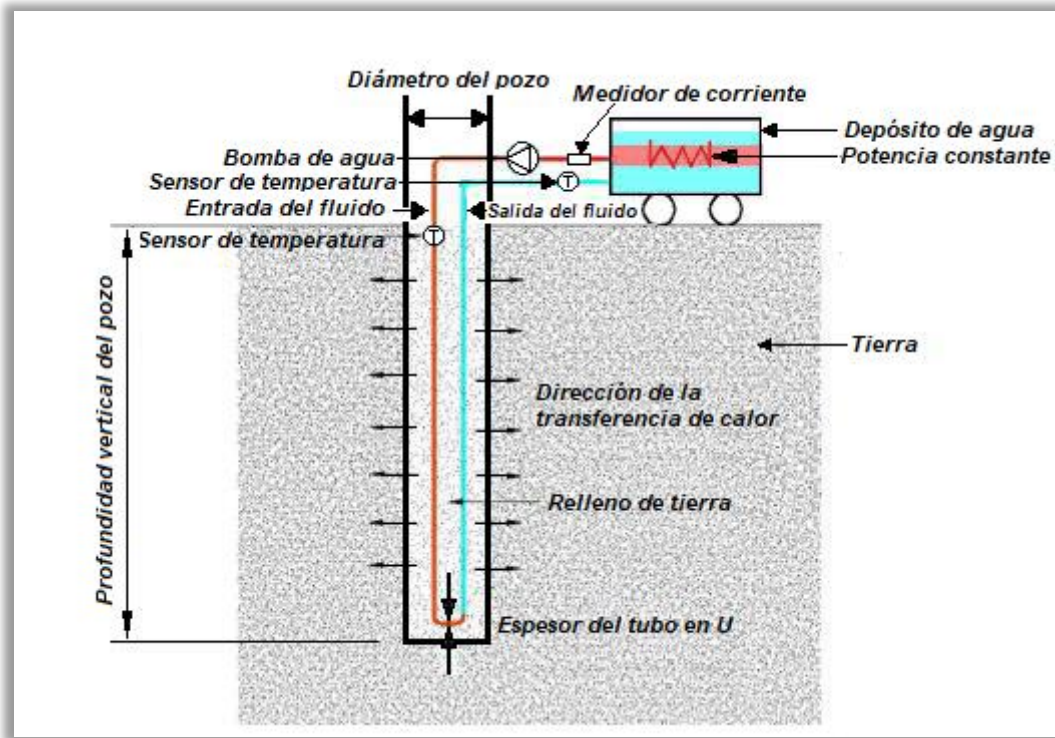
Los experimentos de respuesta térmica “on-site” son la manera común de comprender el desempeño de la transferencia de calor del sistema GSHP, que proporciona la ayuda para diseñar una GSHP. La tasa de intercambio de calor real entre la tubería enterrada y el suelo se puede obtener mediante la prueba de respuesta térmica. En lo que respecta a pruebas “on-site”, el código técnico para sistema de GSHP (GB 50366-2009) [62] es empleado en la realización de los experimentos de respuesta térmica para la evaluación de la tasa de transferencia de calor de GSHP. La Fig. 3 muestra el diagrama del sistema experimental de repuesta térmica construido. Es de destacar que el suelo de relleno que se muestra en la Fig. 3 tiene las mismas propiedades que el suelo alrededor de la GSHP. También, la Fig. 3 presenta que el sistema de prueba consta



de un tanque de agua con calentamiento a temperatura constante, unidad enfriada por aire, bomba de agua, válvula reguladora de flujo, medidor de flujo, sensor de temperatura, instrumento de recolección de temperatura y sistema de registro. En las pruebas, el calentador eléctrico y la unidad enfriada por aire pueden funcionar simultáneamente; y de esta forma se puede simular el proceso de liberación de calor en el verano y el proceso de absorción de calor en invierno, respectivamente [10]. Las fotos “on-site” del equipo de prueba se muestran en la Fig. 2. Las pruebas de simulación de GSHP de verano e invierno se pueden describir de la siguiente manera:

- (i) El experimento de liberación de calor simulará las condiciones de funcionamiento estándar de la GSHP en verano de tal manera que el calor se transfiere a través del intercambio entre el intercambiador de calor de tubos enterrados y la masa del suelo. En esta condición, la temperatura del agua de suministro del experimento de liberación de calor es relativamente alta. Lo más común es establecer la temperatura del agua de entrada en 35°C, mientras que es necesario hacer medición de la temperatura del agua de salida.
- (ii) El experimento de extracción de calor es para simular las condiciones operativas estándar de la GSHP en invierno. La GSHP puede tomar el retenedor de calor del suelo subterráneo como fuente de calor, que recoge el calor de la capa del suelo subterráneo a través del intercambiador de calor subterráneo enterrado. En esta condición, la temperatura del agua de suministro del experimento de extracción de calor es relativamente baja. Por lo general, la temperatura del agua de entrada se establece en los 5°C, mientras que para la temperatura del agua de salida de la misma manera que en la condición anterior, esta debe ser medida.





**Fig. 3** Diagrama esquemático de la construcción del sistema experimental de respuesta térmica.  
Modificada a partir de: X. Xu, J. Liu, Y. Wang, J. Xu y J. Bao, «Performance evaluation of ground source heat pump using linear and nonlinear regressions and artificial networks,» *Applied Thermal Engineering*, vol. 180, 2020.



(a) El tanque de agua

(b) Fuente de poder constante

(c) La entrada y salida de fluido

**Fig. 4** Fotos de los dispositivos experimentales "on-site"  
Modificada a partir de: X. Xu, J. Liu, Y. Wang, J. Xu y J. Bao, «Performance evaluation of ground source heat pump using linear and nonlinear regressions and artificial networks,» *Applied Thermal Engineering*, vol. 180, 2020.

## 2.3 Predicciones previas

Xu et al. [10] en su investigación emplea dos enfoques numéricos prácticos (modelado lineal y no lineal) y uno inteligente (red neuronal artificial), para construir la relación entre las variables experimentales influyentes y el desempeño del intercambio de calor como objetivo. Los parámetros de entrada que los autores consideran y modelan en los enfoques numéricos ya mencionados son los mismos que la literatura [50- 61] relaciona principalmente al desempeño de la transferencia de calor. Es decir, la conductividad térmica del suelo ( $\lambda$ ), la profundidad vertical del pozo ( $h$ ), el diámetro del pozo ( $d$ ), el espesor del tubo en U ( $\delta$ ), el caudal del agua ( $G$ ) y la diferencia de temperatura del agua ( $\Delta t$ ); de tal modo que la transferencia de calor ( $Q$ ) se puede establecer como parámetro de salida en los modelos de predicción.

### 2.3.1 Modelo estadístico lineal

Desde un punto de vista matemático las variables presentadas en la base de datos ([Anexo A](#)) no tienen correlación directa entre sí, lo que significa que el modelado estadístico lineal puede tratarse como una técnica adecuada para obtener el desempeño de la transferencia de calor como objetivo de la GSHP en función de las variables independientes [10]. La ecuación lineal es representada de la forma:

$$Q(x) = F_l + \sum_{i=1}^n x_i C_i , \quad (2.9)$$



donde  $Q$  es la transferencia de calor;  $F_l$  es el coeficiente constante del modelo matemático en la ecuación lineal;  $C_i$  es el coeficiente de modelado estadístico correspondiente a  $x_i$ ; Además,  $x_i$  representa la variable de entrada.  $x_1$  es la conductividad térmica del suelo,  $x_2$  es la profundidad vertical del pozo,  $x_3$  es diámetro del pozo,  $x_4$  es el espesor del tubo en U,  $x_5$  caudal del agua,  $x_6$  la diferencia de temperatura del agua [10].

La Tabla 4 enumera los coeficientes  $F_l$ ,  $C_i$  y sus valores obtenidos por Xu et al. [10] mediante análisis estadístico para modelo lineal.

**Tabla 4** Coeficientes de modelado estadístico de la ecuación (2.9)

Elementos	Constante	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
Coficiente	N/A	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$
Valor	35.2450	-0.4630	-0.2190	0.0160	-4.6130	20.5500	6.9600

Fuente X. Xu, J. Liu, Y. Wang, J. Xu y J. Bao, «Performance evaluation of ground source heat pump using linear and nonlinear regressions and artificial networks,» *Applied Thermal Engineering*, vol. 180, 2020.

### 2.3.2 Modelo estadístico no lineal

En comparación con el modelado lineal simple, el análisis estadístico multivariable generalmente vincula diferentes parámetros en un determinado término de ecuaciones polinomiales para mejorar la precisión de la predicción para el desempeño objetivo. El modelado estadístico para el modelo cuadrático no lineal conecta dos variables mediante la multiplicación, equilibrando la complejidad y la calidad del modelo de predicción. En este sentido, el efecto conjunto generado a partir de dos variables puede considerarse como la contribución a la precisión del desempeño objetivo [10]. La ecuación que utiliza Xu et al. [10] se describe a continuación:

$$\begin{aligned}
 Q(x) = F_{nl} &+ \sum_{i=1}^n x_i C_i + \sum_{i=1}^n x_1 x_i C_{6+i} + \sum_{i=2}^n x_2 x_i C_{11+i} + \sum_{i=3}^n x_3 x_i C_{15+i} \\
 &\dots + \sum_{i=4}^n x_4 x_i C_{18+i} + \sum_{i=5}^n x_5 x_i C_{20+i} + \sum_{i=6}^n x_6 x_i C_{21+i} ,
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

donde  $F_{nl}$  está definido como coeficiente constante estadístico de modelado en la ecuación no lineal (2.10);  $C_{6+i}, C_{11+i}, C_{15+i}, C_{18+i}, C_{20+i}, C_{21+i}$  son los coeficientes de modelado estadístico en términos cuadráticos. Y  $x_i$  representa la variable de entrada. Es decir,  $x_1$  es la conductividad térmica del suelo,  $x_2$  es la profundidad vertical del pozo,  $x_3$  es diámetro del pozo,  $x_4$  es el espesor del tubo en U,  $x_5$  caudal del agua,  $x_6$  la diferencia de temperatura del agua [10]. Los coeficientes  $C_{6+i}, C_{11+i}, C_{15+i}, C_{18+i}, C_{20+i}, C_{21+i}$  son obtenidos por análisis de modelado estadístico y sus valores se encuentran en la Tabla 5.

*Tabla 5 Coeficientes de modelado estadístico de la ecuación (2.10)*

Elementos	Constante	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_1^2$	$x_1 x_3$
Coeficiente	N/A	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	$C_7$	$C_8$
Valor	39.436	-36.566	-0.565	-1.513	79.198	129.436	-4.114	4.951	0.268
Elementos	$x_1 x_4$	$x_1 x_5$	$x_1 x_6$	$x_2^2$	$x_2 x_3$	$x_2 x_4$	$x_2 x_5$	$x_2 x_6$	$x_3^2$
Coeficiente	$C_9$	$C_{10}$	$C_{11}$	$C_{12}$	$C_{13}$	$C_{14}$	$C_{15}$	$C_{16}$	$C_{17}$
Valor	-1.078	-10.856	0.749	-0.002	0.002	-0.162	0.850	-0.025	0.008
Elementos	$x_3 x_4$	$x_3 x_5$	$x_3 x_6$	$x_4^2$	$x_4 x_5$	$x_4 x_6$	$x_5^2$	$x_5 x_6$	$x_6^2$
Coeficiente	$C_{18}$	$C_{19}$	$C_{20}$	$C_{21}$	$C_{22}$	$C_{23}$	$C_{24}$	$C_{25}$	$C_{26}$
Valor	0.314	-0.731	0.017	-5.662	5.434	0.417	-37.476	2.295	0.786

Fuente: X. Xu, J. Liu, Y. Wang, J. Xu y J. Bao, «Performance evaluation of ground source heat pump using linear and nonlinear regressions and artificial networks,» *Applied Thermal Engineering*, vol. 180, 2020.

### 2.3.3 Redes neuronales artificiales

Es necesario hacer una breve descripción general de lo que es una red neuronal artificial (ANN) y aprendizaje automático para poder presentar la información obtenida por Xu et al. [10]

La red neuronal artificial (ANN) es un algoritmo iterativo mínimo utilizado para predecir sistemas de comportamiento complejo. Las redes neuronales artificiales están formadas por elementos que se comportan de manera análoga a las neuronas (en las funciones más elementales) y están organizadas de una forma similar a la del cerebro [63]. Las neuronas inteligentes se unen y se transfieren mediante una función de activación. Las señales de una neurona a otra se ponderan mediante vectores y luego se suman mediante sesgos. La red neuronal artificial de propagación hacia atrás (BP, Back Propagation) es uno de los modelos de red neuronal más utilizados, que se caracterizan por una estructura simple y una operabilidad sólida [64, 65]. Este algoritmo es esencialmente un mapeo no lineal de entrada a salida y es capaz de implementar cualquier relación matemática compleja, lo que significa que BP-ANN proporciona una función continua aproximada en el intervalo cerrado y puede realizar un mapeo arbitrario de funciones n-dimensionales a m-dimensionales. La Fig. 5 muestra el principio de las neuronas y la estructura de BP-ANN, que contiene la capa de entrada, la capa oculta y la capa de salida. El proceso de aprendizaje automático con ANN consta de dos pasos, entrenamiento y prueba. El primer paso es entrenar el conjunto de parámetros de entrada y salida, el modelo óptimo se puede obtener y almacenar después de una serie de procesos de entrenamiento. En el segundo paso, el modelo ANN entrenado se emplea para probar el resto de los parámetros de entrada y salida. La relación que usa Xu et al. [10] entre el conjunto de parámetros de entrenamiento y prueba es de 9:1. La plataforma usada por el autor recién mencionado para el diseño y evaluación de la ANN, es MATLAB. Resulta lógico que las variables independientes (la conductividad térmica del suelo, la profundidad vertical del pozo, el diámetro del pozo, el espesor del tubo en U, el caudal del agua y la diferencia de temperatura del agua) que se han mencionado con anterioridad en este trabajo de investigación, son las que conforman la capa de entrada.

Los parámetros que se muestran en la Fig. 5 se enumeran de la siguiente manera: una capa oculta se distribuye en la red neuronal con 7 nodos. Entonces hay 6 neuronas en la capa de entrada, 7 neuronas en la capa oculta y 1 neurona en la capa de salida.

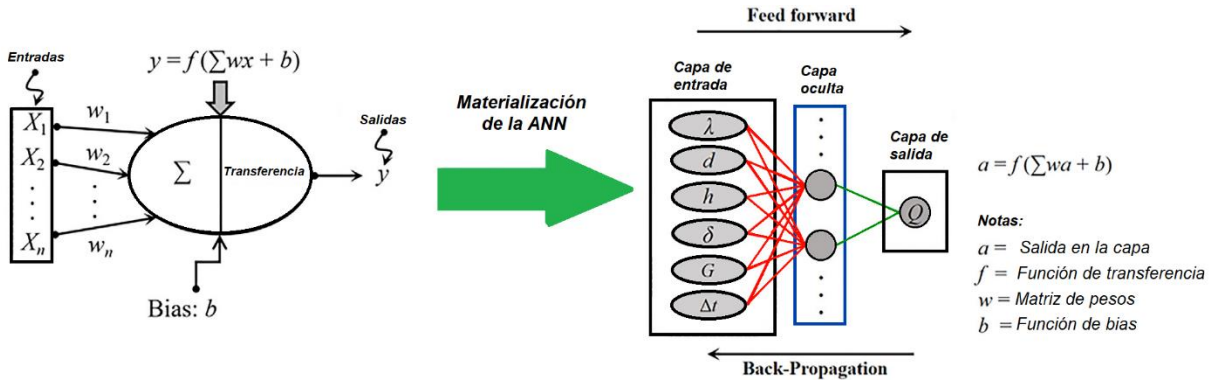


Fig. 5 Estructura de una neurona artificial y BP-ANN

Modificada a partir de: X. Xu, J. Liu, Y. Wang, J. Xu y J. Bao, «Performance evaluation of ground source heat pump using linear and nonlinear regressions and artificial networks,» *Applied Thermal Engineering*, vol. 180, 2020.

Las matrices numéricas de los pesos de la capa de entrada (IW<sub>s</sub>) las bias de la capa de entrada (IB<sub>s</sub>), los pesos de la capa oculta (HW<sub>s</sub>) y las Bias de la capa oculta (HB) son calculados como se muestra a continuación:

$$IW_s = \begin{bmatrix} 1.1721 & -0.1982 & 1.4942 & 0.5305 & -0.1230 & -1.4560 \\ -0.6529 & -0.2558 & 0.9022 & 1.3185 & -1.4345 & 0.5004 \\ -2.0031 & -0.0926 & -1.2396 & -1.0514 & -1.5250 & -0.9132 \\ 2.1861 & -0.7209 & -0.0191 & 0.2413 & -1.1509 & 1.1343 \\ -0.6829 & -0.5418 & 0.6732 & 0.4107 & 2.0291 & -0.7886 \\ -0.8885 & 2.1114 & -0.5737 & -0.3449 & -2.2672 & -1.0669 \\ -0.9351 & 1.8637 & 0.6485 & -0.8993 & -0.6248 & -1.4220 \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

$$IB_s = \begin{bmatrix} -1.5978 \\ 0.7335 \\ 1.7022 \\ 0.1340 \\ 0.6660 \\ -0.9630 \\ -2.1103 \end{bmatrix}, \quad (2.12)$$

$$HWs = [-1.4352 \ 0.2784 - 1.0289 - 1.1819 - 1.7373 - 1.5367 \ 1.2417], \quad (2.13)$$

$$HB = [0.4682], \quad (2.14)$$

La función de activación es de tipo S (función sigmoidea):

$$y_j = \frac{1}{1 + e^{-(\sum_{i=1}^n w_{ij}x_i + b_j)}}. \quad (2.15)$$

donde  $y_j$  es el valor de salida de la  $j$ -ésima neurona;  $n$  es el número total de neuronas en la capa previa;  $x_i$  es el valor de entrada de  $i$ -ésima neurona;  $w_{ij}$  es el peso entre la  $i$ -ésima neurona y la  $j$ -ésima neurona;  $b_j$  es el error de compensación de la  $j$ -ésima neurona [10].

#### 2.3.4 Evaluación de los modelos de predicción de estudios anteriores

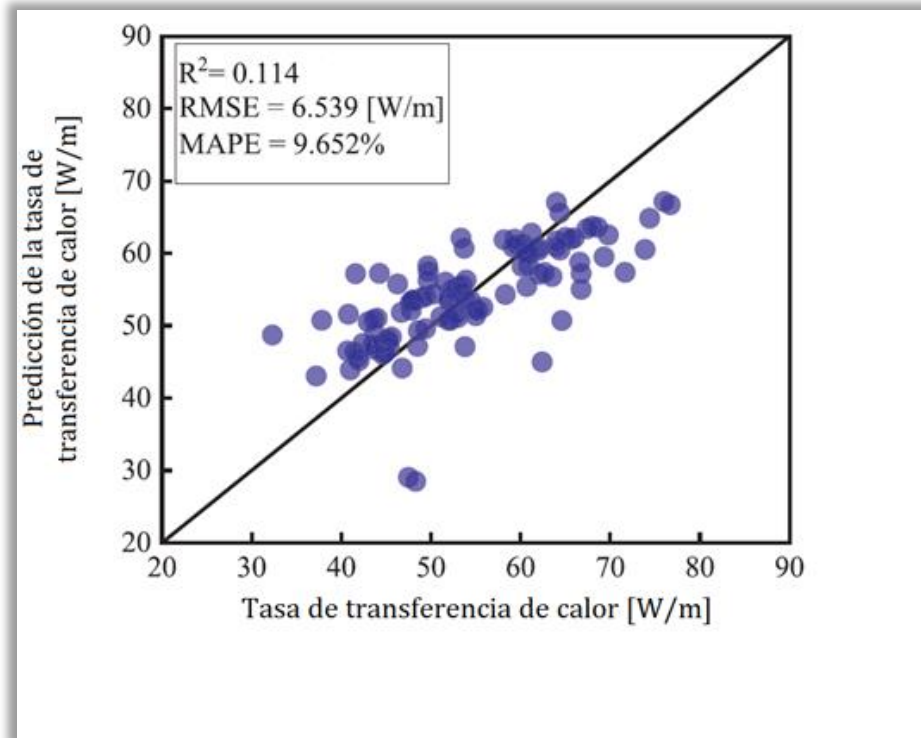
Los valores de los criterios estadísticos para los modelos de predicción (modelo lineal, no lineal y red neuronal artificial) de la tasa de transferencia de calor de una GSHP evaluados por Xu et al. [10] se comparan en la Tabla. 6.

**Tabla 6** Valores de criterios estadísticos para los modelos de predicción de la tasa de transferencia de calor desarrollados.

Método	$R^2$	RMSE[W/m]	MAPE [%]
Modelado lineal	0.114	6.539	9.652
Modelado no lineal	0.842	3.516	4.796
Red Neuronal Artificial (ANN)	0.947	2.126	2.575

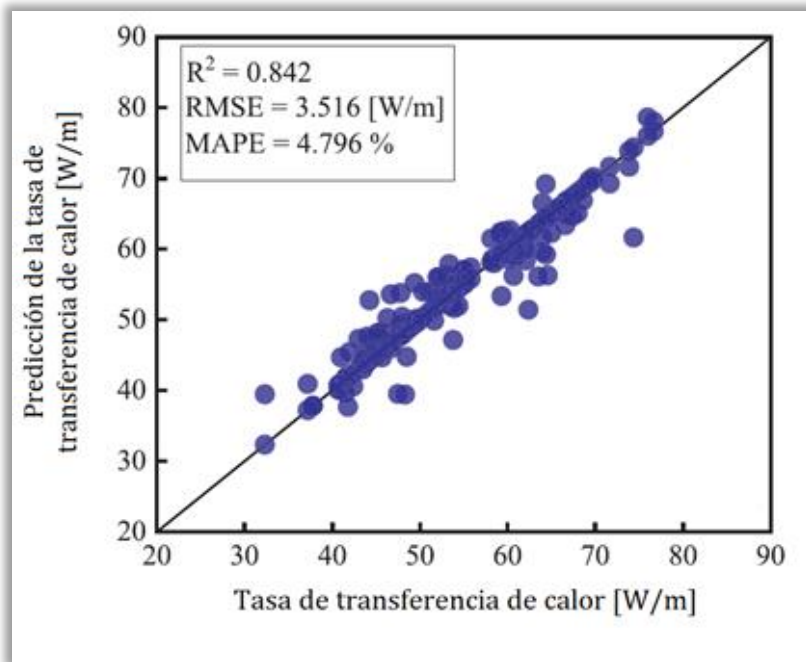
Fuente: X. Xu, J. Liu, Y. Wang, J. Xu y J. Bao, «Performance evaluation of ground source heat pump using linear and nonlinear regressions and artificial networks,» *Applied Thermal Engineering*, vol. 180, 2020.

Las Figs. 6, 7 y 8 muestran la comparación de la tasa de transferencia de calor de la GSHP entre las predicciones numéricas y las mediciones experimentales, mientras que, en la Fig. 9 se presentan los resultados estadísticos de la prueba de predicción en una grafico de barras.

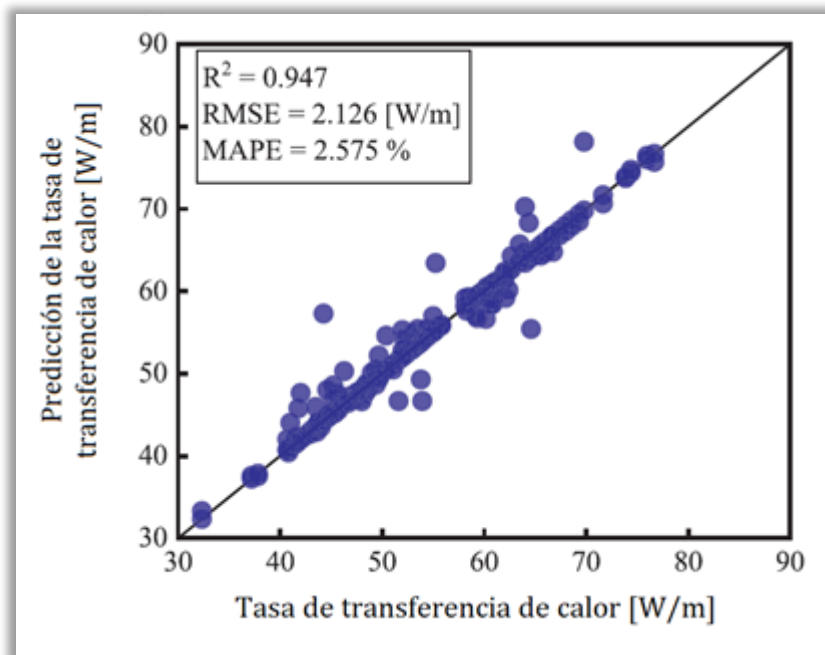


**Fig. 6** Comparación de la tasa de transferencia de calor en mediciones experimentales y los valores obtenidos por la predicción utilizando el modelo estadístico lineal.  
Modificada a partir de: X. Xu, J. Liu, Y. Wang, et al. Performance evaluation of ground source heat pump using linear and nonlinear regressions and artificial networks. Applied Thermal Engineering 1802020.

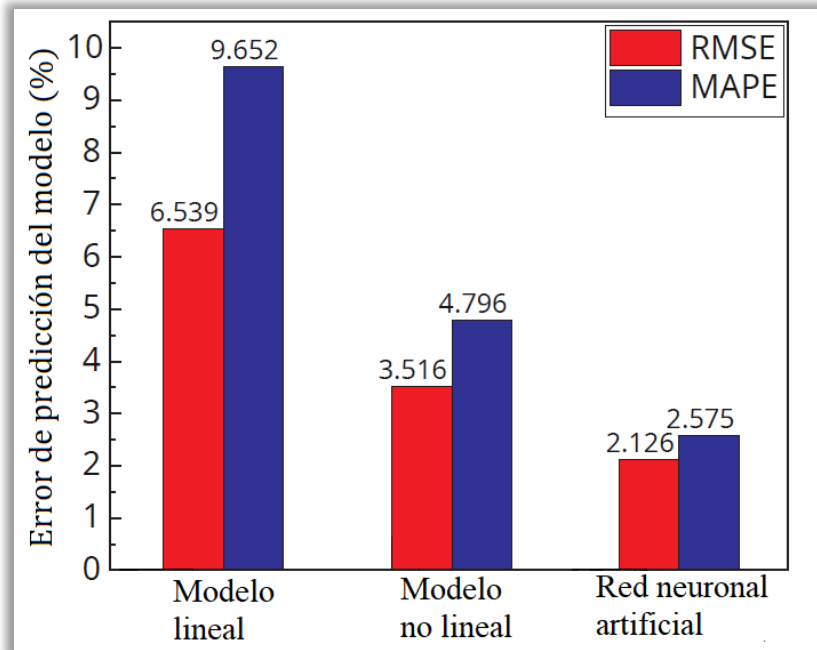




**Fig. 7** Comparación de la tasa de transferencia de calor en mediciones experimentales y los valores obtenidos por la predicción utilizando el modelo estadístico no lineal (cuadrático).  
Modificada a partir de: X. Xu, J. Liu, Y. Wang, J. Xu y J. Bao, «Performance evaluation of ground source heat pump using linear and nonlinear regressions and artificial networks,» *Applied Thermal Engineering*, vol. 180, 2020.



**Fig. 8** Comparación de la tasa de transferencia de calor en mediciones experimentales y los valores obtenidos por la predicción utilizando el modelo de red neuronal artificial.  
Modificada a partir de: X. Xu, J. Liu, Y. Wang, J. Xu y J. Bao, «Performance evaluation of ground source heat pump using linear and nonlinear regressions and artificial networks,» *Applied Thermal Engineering*, vol. 180, 2020.



**Fig. 9** Análisis estadístico para los modelos empíricos y el modelo de aprendizaje automático.

Modificada a partir de: X. Xu, J. Liu, Y. Wang, J. Xu y J. Bao, «Performance evaluation of ground source heat pump using linear and nonlinear regressions and artificial networks,» *Applied Thermal Engineering*, vol. 180, 2020.

De acuerdo con la información que presentan las Figuras 6 y 9, destacan tres puntos importantes:

- i) La precisión de la predicción se puede mejorar significativamente aumentando el orden numérico. Es decir, desde el modelo numérico de primer orden (lineal) al modelo de segundo orden (no lineal cuadrático).
- ii) Los enfoques del modelo numérico no lineal cuadrático y el modelo inteligente de red neuronal artificial pueden lograr una predicción y precisión comparables en la evaluación experimental de la tasa de transferencia de calor de una GSHP.
- iii) En la comparación de todos los modelos, el modelo ANN tiene el RMSE y MAPE más bajo, pero tiene el coeficiente de determinación más alto, lo que indica que el algoritmo de inteligencia puede proporcionar una mayor precisión en la predicción de la tasa de transferencia de calor de una GSHP.



Cabe destacar que, aunque el modelo de red neuronal artificial tiene un efecto de predicción similar al del modelo estadístico no lineal, no hay necesidad de definir la expresión matemática específica en el algoritmo de ANN [10].

Xu, et al. [10] concluye que los modelos estadísticos y el modelo de red neuronal artificial tienen suposiciones y limitaciones (ver Tabla 7).

**Tabla 7** Suposiciones y limitaciones de los modelos estadísticos y de red neuronal artificial

Método	Suposiciones	Limitaciones
Modelo estadístico lineal	Relación lineal entre la entrada y la salida	Baja precisión de calculo
Modelo estadístico no lineal	Relación cuadrática no lineal entre la entrada y la salida	Tipo de expresión complicada
Modelo de red neuronal artificial (BP - ANN)	Mapeo no lineal entre la entrada y la salida	Precisión en función de la base de datos



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL  
ESTADO DE MORELOS

Tesis de Licenciatura  
RODRÍGUEZ DEGANTE JAVIER EMMANUEL

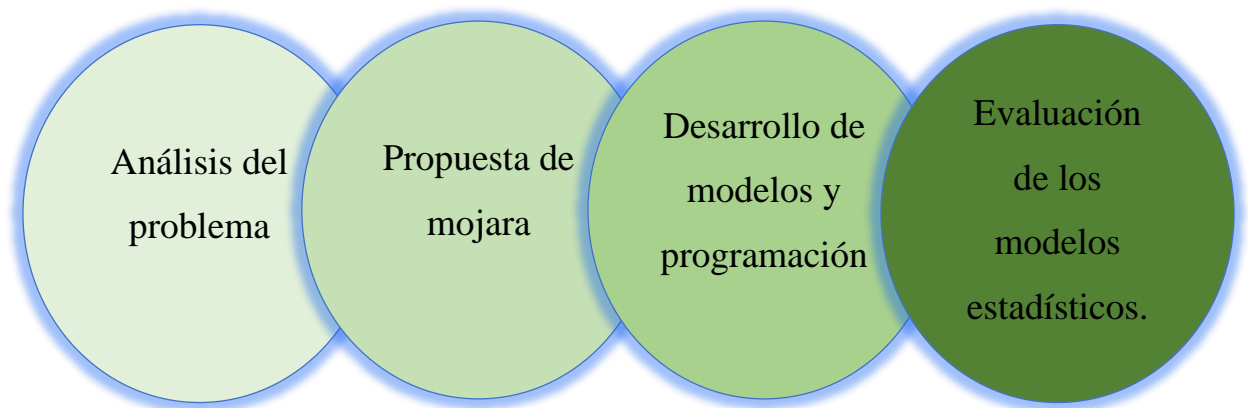


## Capítulo 3: Desarrollo teórico

### 3.1 Metodología

La presente investigación es de carácter documental y nivel tecnológico. Los estudios de este proyecto se distinguen por describir las cualidades que caracterizan a los modelos matemáticos propuestos para la evaluación de la tasa de transferencia de calor de una bomba de calor geotérmica.

Este proyecto aborda una metodología que se divide en 4 fases, las cuales están ordenadas cronológicamente según su desarrollo (Fig. 10).



*Fig. 10 Metodología de propuesta de solución.*

### 3.2 Análisis del problema

Para poder presentar una mejora significativa en la predicción de la tasa de transferencia de calor de una GSHP, es necesario saber cómo se compone un sistema de predicción y qué factores son los que inciden para mejorar el desempeño de la tasa de transferencia de calor de una GSHP.

Un sistema de predicción se compone de: i) una base de datos lo suficientemente amplia para una mejor estimación, la cual será dividida posteriormente en dos conjuntos, un conjunto de entrenamiento y un conjunto de prueba, ii) un algoritmo de optimización o de entrenamiento, el cual tiene como objetivo generar la predicción de los coeficientes que se pretende encontrar, mediante el ajuste de datos y por último iii) un modelo numérico que será el encargado de moldear el ajuste de datos.

De acuerdo con la literatura antes analizada, en el Capítulo 2 Xu et al. [10] hace uso de tres enfoques; un modelo estadístico lineal, un modelo estadístico no lineal, y un modelo de red neuronal artificial.

Es importante señalar los siguientes puntos de la investigación de Xu, et, al. 2020:

- i) No especifica que algoritmo de optimización utiliza para la predicción de la tasa de transferencia de calor de la GSHP.
- ii) No deja en claro si los datos fueron normalizados.
- iii) No se sabe si hace uso de la caja de herramientas de MATLAB o si desarrolla su propio programa predictivo.
- iv) Su modelo matemático lineal presenta una baja precisión.
- v) La predicción del modelo ANN es buena. No obstante, el modelo se puede mejorar.

Xu et al. [10] establece que será un hito desarrollar modelos de predicción novedosos con alta precisión para ayudar a evaluar el desempeño de la transferencia de calor. Por tal motivo,



en este trabajo de investigación se hace un estudio para mejorar el desempeño de la tasa de transferencia de calor de una GSHP.

### 3.3 Propuesta de mejora

Esta fase es muy importante para el proyecto, pues se plantean puntos que significan un cambio en comparación con las investigaciones realizadas anteriormente.

En la presente investigación, se emplea un enfoque numérico práctico para construir la relación entre las variables experimentales influyentes y el desempeño de la tasa de transferencia de calor. A diferencia de trabajos previos, no se tomará en cuenta el enfoque inteligente, por lo que no existe un modelo de red neuronal de ningún tipo.

#### 3.3.1 Base de datos, parámetros de entrada y de salida

Tomando como base los distintos trabajos mencionados en la literatura, los parámetros de entrada serán representados por las variables siguientes:

1. La conductividad térmica del suelo ( $\lambda$ )
2. La profundidad vertical del pozo ( $h$ )
3. El diámetro del pozo ( $d$ )
4. El espesor del tubo en U ( $\delta$ )
5. El caudal del agua ( $G$ )
6. La diferencia de temperatura del agua ( $\Delta t$ )

Mientras que la variable dependiente (o de salida) está representada por:

1. tasa de transferencia de calor ( $Q$ )

La cual se mide para representar el desempeño de la GSHP.

Debido a que la base de datos que se utiliza es la misma que manipula Xu et al. ([Anexo A](#)), el intervalo de las variables en la base de datos experimentales recopilados por los distintos autores de la literatura es presentado en la Tabla 3.

### 3.3.2 Propuesta de modelos matemáticos para la predicción de la tasa de transferencia de calor de una GSHP

De estudios realizados anteriormente se puede destacar que la relación entre las variables independientes y la variable dependiente puede ser descrita inicialmente por un modelo matemático lineal, siendo esta una solución simple pero eficiente (relativamente en comparación con otros modelos estadísticos). Si se desea incrementar la eficiencia de un modelo de predicción para la tasa de la transferencia de calor de una GSHP, resulta necesario incrementar el orden numérico de la función modelo. Tal como en el trabajo de Xu, et al. 2020, se toman en cuenta los dos modelos matemáticos no inteligentes, es decir, el modelo estadístico lineal y el modelo estadístico de orden dos (no lineal cuadrático) para la evaluación del desempeño, de tal modo que las ecuaciones 2.9 y 2.10 son representativas en este trabajo. Dado que el modelo ANN no es opción, se ha optado por utilizar un modelo matemático no lineal de tipo tangencial hiperbólica (3.1) y un modelo matemático no lineal de tipo logarítmico sigmoideal el cual también es utilizado en el modelo de red neuronal artificial como función de activación. Sin embargo, es importante aclarar que no se hace uso de Inteligencia artificial (IA) en el presente estudio, por lo cual el modelo matemático no lineal de tipo logarítmico sigmoideal será representado como se describe en la ecuación 3.2.



$$Q(x) = \sum_1^7 W_{0(j)} \cdot \left( \frac{2}{1 + \exp(-2 \sum_{k=1}^K W_{i(j,k)} \cdot x + b_{1(j)})} - 1 \right) + b_{2(j)}, \quad (3.1)$$

donde  $x \in \mathbb{R}^{6 \times n}$ ,  $W_0 \in \mathbb{R}^{1 \times 4}$ ,  $W_i \in \mathbb{R}^{4 \times 6}$ ,  $b_1 \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$ ,  $b_2 \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$

$$Q(x) = \sum_1^7 W_{0(j)} \cdot \frac{1}{1 + \exp(-\sum_{k=1}^K W_{i(j,k)} \cdot x + b_{1(j)})} + b_{2(j)}, \quad (3.2)$$

donde  $x \in \mathbb{R}^{6 \times n}$ ,  $W_0 \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$ ,  $W_i \in \mathbb{R}^{2 \times 6}$ ,  $b_1 \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ ,  $b_2 \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$

### 3.3.3 Elección de un algoritmo de entrenamiento / optimización

Tal y como menciona en la sección 3.2, Xu et al. [10] no hace referencia a que tipo de algoritmo de optimización se está aplicando al sistema de predicción del desempeño de la tasa de transferencia de calor de una GSHP. Por lo que, en la presente investigación, se hace la propuesta de implementar Levenberg-Marquardt como algoritmo de optimización.

### 3.3.4 División de base de datos

La base de datos ([Anexo A](#)) se divide en dos conjuntos:

- i) Conjunto de entrenamiento: consta del 60 % de los datos totales.
- ii) Conjunto de prueba: se constituye del 40 % de los datos restantes.

Los datos son seleccionados aleatoriamente para cada conjunto por única ocasión. Es decir, un valor no puede pertenecer a ambos conjuntos a la vez.

El conjunto i) se emplea para entrenar el modelo, mientras que el conjunto ii) es el que se hace cargo de validar y comprobar que el modelo está entrenado para predecir la tasa de transferencia de calor de una GSHP.

### 3.3.5 Normalización de los datos

Cuando se tiene una base de datos compuesta de valores en distintas escalas, conviene aplicar normalización a los datos. La normalización se encarga de ajustar todos los valores a una escala común. El proceso mencionado se aplica en este caso únicamente para el modelo logarítmico sigmoideal y tangencial hiperbólico que son los modelos propuestos en este trabajo de investigación. La normalización de los datos se aplica antes de dividir la base de datos completa. Los valores serán normalizados en un intervalo de [0.1 - 0.9], y se utiliza el método de normalización “escalado de variables” (Feature Scaling o MinMax Scaler) que se describe en la ecuación 3.3.

$$Y_n = \frac{(Y_{max}-Y_{min})(X-X_{min})}{X_{max}-X_{min}} + Y_{min} , \quad (3.3)$$

donde  $X$  es el vector de entrada a normalizar,  $Y_{min}$  es el límite inferior de la función de normalización,  $Y_{max}$  es el límite superior de la función de normalización,  $X_{min}$  es el valor mínimo del vector de entrada a normalizar y  $X_{max}$  es el valor máximo del vector de entrada a normalizar.

### 3.4 Desarrollo de modelos y programación

El sistema de predicción de la tasa de transferencia de calor de una GSHP es programado en MATLAB.

Los modelos por desarrollar en MATLAB son los descritos por las ecuaciones 2.9, 2.10, 3.1 y 3.2.

#### 3.4.1 Diagramas de flujo

La Fig. 11 muestra el diagrama de flujo representativo de los dos primeros modelos estadísticos (modelo lineal y modelo no lineal cuadrático), mientras que en la Fig. 12 se observa el diagrama que representa a los dos modelos estadísticos más complejos (logarítmico sigmooidal y tangente hiperbólica).

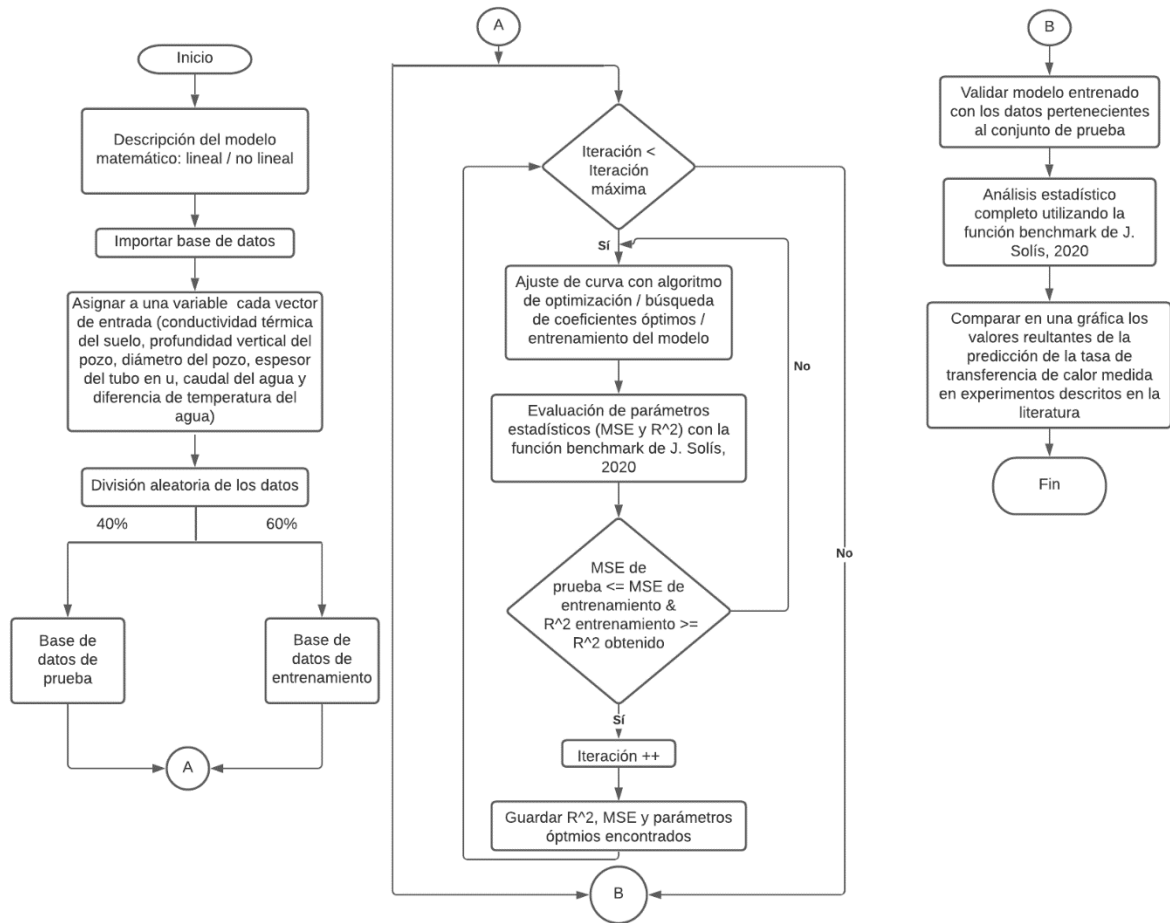


Fig. 11 Diagrama de flujo para modelo lineal o modelo no lineal cuadrático

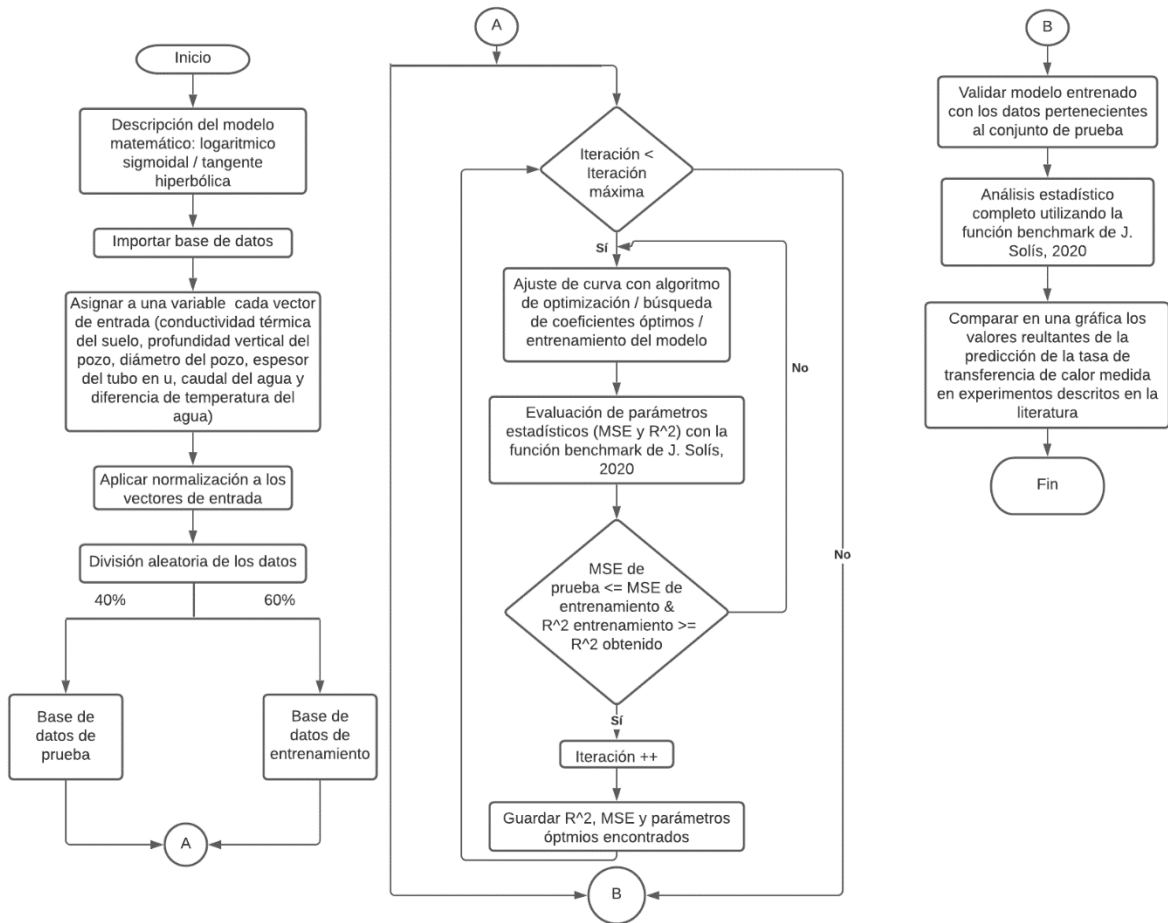


Fig. 12 Diagrama de flujo para modelo logarítmico sigmooidal o modelo tangente hiperbólico.

### 3.4.2 Programación

La programación se desarrolló tomando como guía los diagramas de flujo presentados la sección previa. Cabe señalar que, no se utilizó algún tipo de caja de herramientas de MATLAB. Sin embargo, en el programa principal se hace el llamado a dos funciones diseñadas anteriormente, la primera función tiene como finalidad la normalización de datos y la segunda



es una función que se encarga de calcular los distintos parámetros estadísticos que son útiles para la evaluación de los distintos modelos de predicción.

### 3.5 Evaluación de los modelos estadísticos

Para afirmar que un modelo de predicción es mejor que otro, es necesario realizar una evaluación estadística para cada modelo. En el presente trabajo cada modelo presentado (lineal, no lineal cuadrático, logarítmico sigmoideal y tangente hiperbólico) es sometido a evaluación después de concluir con el proceso de predicción de la tasa de transferencia de calor para la GSHP mediante una función auxiliar programada que determina estadísticos como: coeficiente de determinación, error de la raíz media cuadrática, porcentaje del error medio absolutos, error cuadrático medio, entre otros.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL  
ESTADO DE MORELOS

Tesis de Licenciatura  
RODRÍGUEZ DEGANTE JAVIER EMMANUEL



## Capítulo 4: Resultados y discusión

Este capítulo desarrolla la metodología propuesta en el Capítulo 3 para alcanzar soluciones a las problemáticas planteadas.

Los enfoques numéricos que han sido planteados a lo largo de este trabajo de investigación dependen de la aproximación matemática y el objetivo es encontrar una solución óptima, lo cual implica que los resultados de las distintas predicciones deben ser evaluados mediante criterios estadísticos.

## 4.1 Modelo lineal

Se programó el modelo lineal (2.9) haciendo uso del algoritmo de optimización Levenberg-Marquardt. Los coeficientes óptimos encontrados para este modelo estadístico se describen en la Tabla 8.

*Tabla 8 Coeficientes de modelado estadístico de la ecuación lineal aplicando Levenberg-Marquardt*

Elementos	Constante	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
Coefficiente	N/A	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$
Valor	14.0457	-1.6239	-0.4063	0.0820	-2.7811	32.5444	10.2721

La evaluación estadística de este caso se divide en tres secciones. Primero, se valora el ajuste de los datos al conjunto de entrenamiento. Después, se realiza la validación del modelo con el conjunto de prueba y finalmente, se obtienen los valores estadísticos correspondientes al conjunto de datos completo.



#### 4.1.1 Evaluación del conjunto de datos de entrenamiento

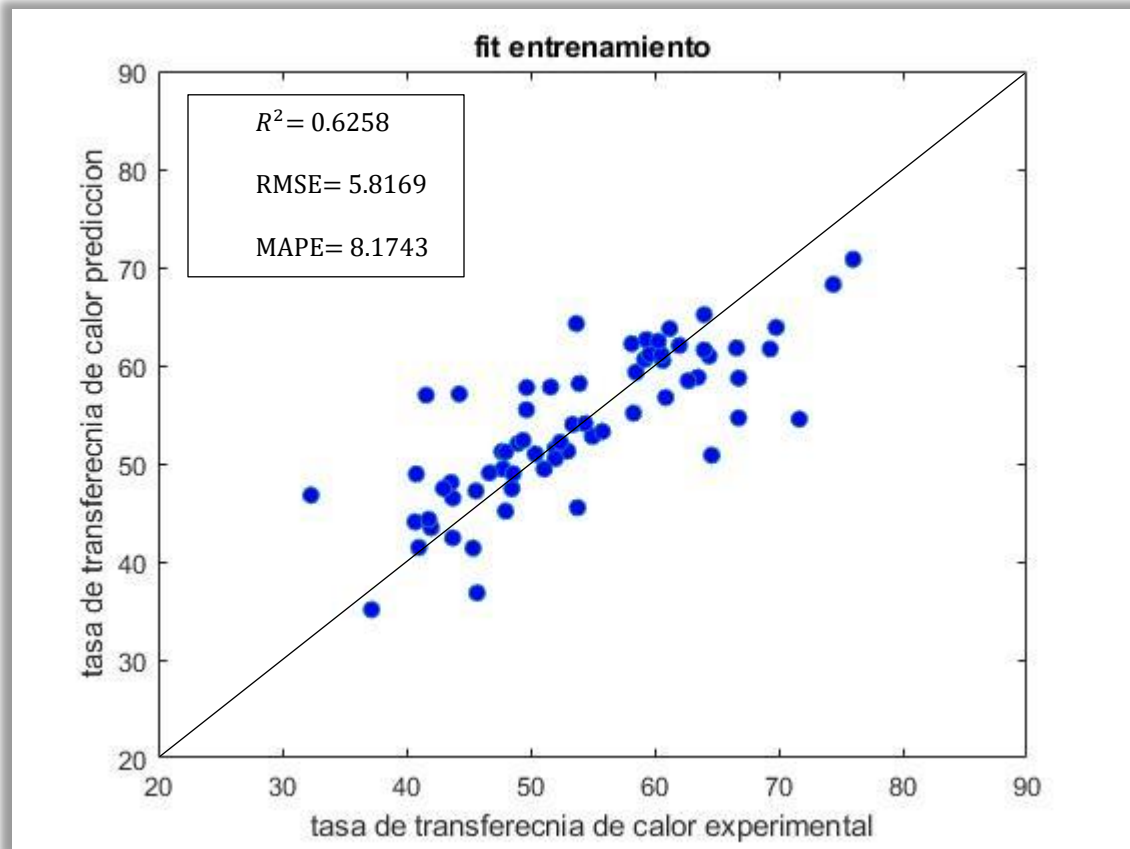
La Tabla 9 presenta los valores de los criterios estadísticos respecto al conjunto de datos de entrenamiento del modelo matemático lineal (2.9).

*Tabla 9 Criterios estadísticos del conjunto de entrenamiento – modelo lineal*

<i>MSE</i>	33.8369
<i>RMSE</i>	5.8169
<i>MAPE</i>	8.1743
<i>R<sup>2</sup></i>	0.6258

Cabe señalar que los criterios estadísticos de mayor importancia son el coeficiente de determinación ( $R^2$ ), la Raíz del Error Cuadrático Medio (*RMSE*) y el Error Porcentual Medio Absoluto (*MAPE*). Los primeros mencionados mientras más bajos sean indican un mejor ajuste, a la vez un  $R^2$  cercano a 1 indica una mejor descripción.

La Fig. 13 presenta la comparación de la tasa de transferencia de calor de GSHP para el conjunto de entrenamiento entre los valores obtenidos de la predicción y las mediciones experimentales ([Anexo A](#)).



*Fig. 13 Modelo lineal – conjunto de entrenamiento – comparación tasa de transferencia de calor experimental vs predicción.*

La ecuación que describe la transferencia de calor de una GSHP utilizando un modelo lineal y algoritmo de optimización Levenberg-Marquardt para este trabajo se muestra en la Ec. 4.1.

$$Q(x) = 14.0457 - 1.6239x_1 - 0.4063x_2 + 0.0820x_3 - 2.7811x_4 + 32.5444x_5 + 10.2721x_6 \quad (4.1)$$



#### 4.1.2 Evaluación del conjunto de datos de prueba

El conjunto de datos de prueba tiene la función de validar el modelo entrenado en la subsección anterior (4.1.1). Por lo tanto, se evalúa estadísticamente el modelo lineal entrenado utilizando como valores de entrada los datos del conjunto de prueba. Los valores de los criterios estadísticos correspondientes al conjunto de datos de prueba del modelo matemático lineal (2.9) se enlistan en la Tabla 10 mientras que la comparación de los valores predichos y los valores obtenidos de experimentos ([Anexo A](#)) para la tasa de transferencia de calor de GSHP se presenta en la Fig. 14.

**Tabla 10** Criterios estadísticos del conjunto de prueba – modelo lineal

<i>MSE</i>	30.0583
<i>RMSE</i>	5.4825
<i>MAPE</i>	6.6648
<i>R<sup>2</sup></i>	0.6678

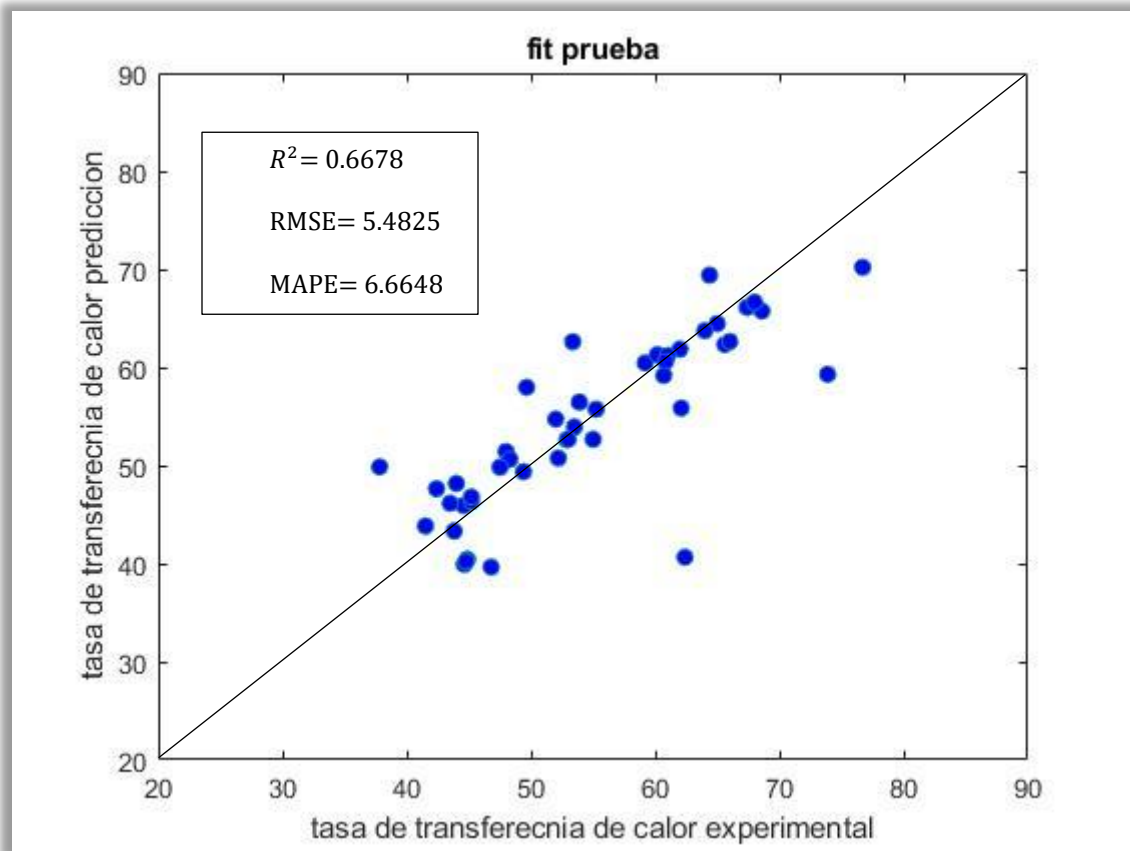


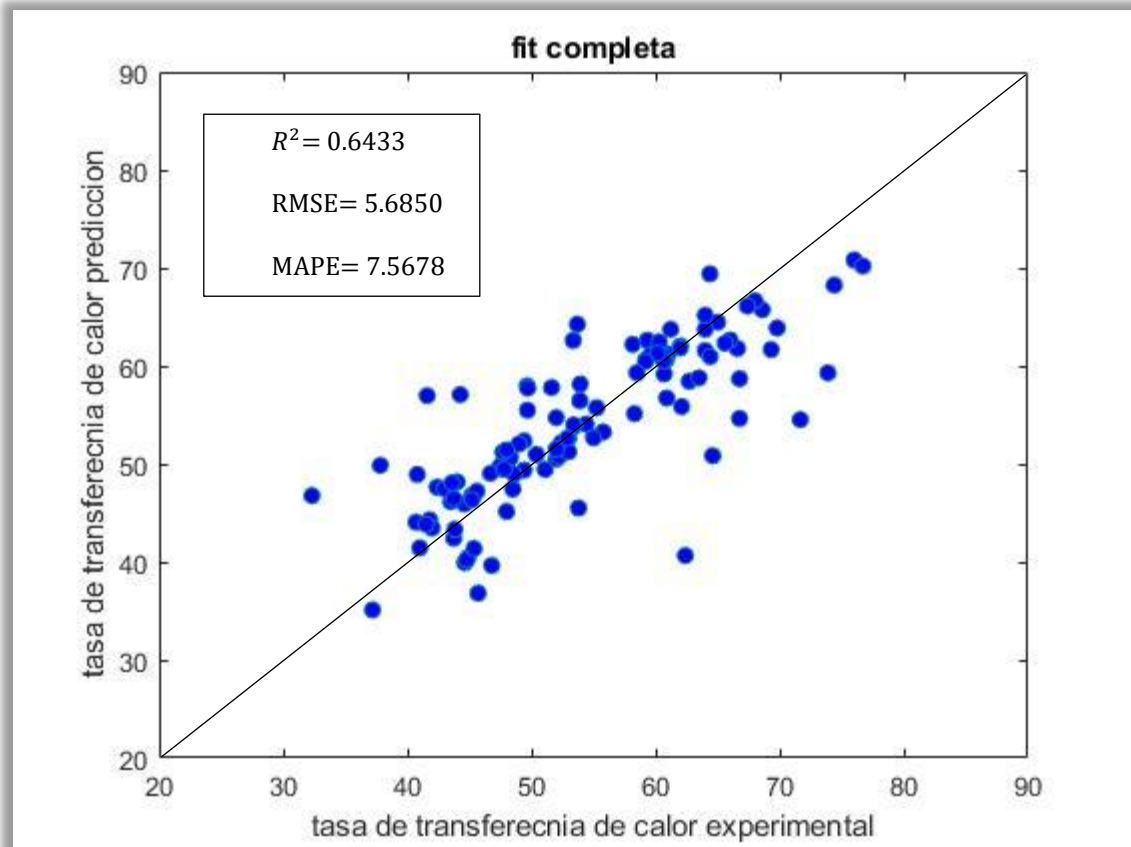
Fig. 14 Modelo lineal – conjunto de prueba – comparación tasa de transferencia de calor experimental vs predicción.

#### 4.1.3 Evaluación del conjunto de datos completo

Después de validar y evaluar los conjuntos de entrenamiento y prueba se procede a evaluar al conjunto de datos completo ([Anexo A](#)). En la Tabla 11 se muestran los valores de los criterios estadísticos. En la Fig. 15 se muestra la comparación de la tasa de transferencia de calor predicha para una GSHP y la tasa de transferencia de calor de una GSHP reportada en el [Anexo A](#).

*Tabla 11 Criterios estadísticos del conjunto completo– modelo lineal*

<i>MSE</i>	32.3187
<i>RMSE</i>	5.6850
<i>MAPE</i>	7.5678
<i>R<sup>2</sup></i>	0.6433



*Fig. 15 Modelo lineal – conjunto completo– comparación tasa de transferencia de calor experimental vs predicción*

## 4.2 Modelo no lineal cuadrático

Similar al modelo lineal, este modelo matemático (2.10) se programó aplicando el algoritmo de entrenamiento Levenberg-Marquardt, también tienen similitud en que ambas bases de datos

no son sometidas a proceso de normalización. Los coeficientes óptimos encontrados que caracterizan a este modelo de predicción se presentan en la Tabla 12.

*Tabla 12 Coeficientes de modelado estadístico de la ecuación (2.10) aplicando Levenberg-Marquardt*

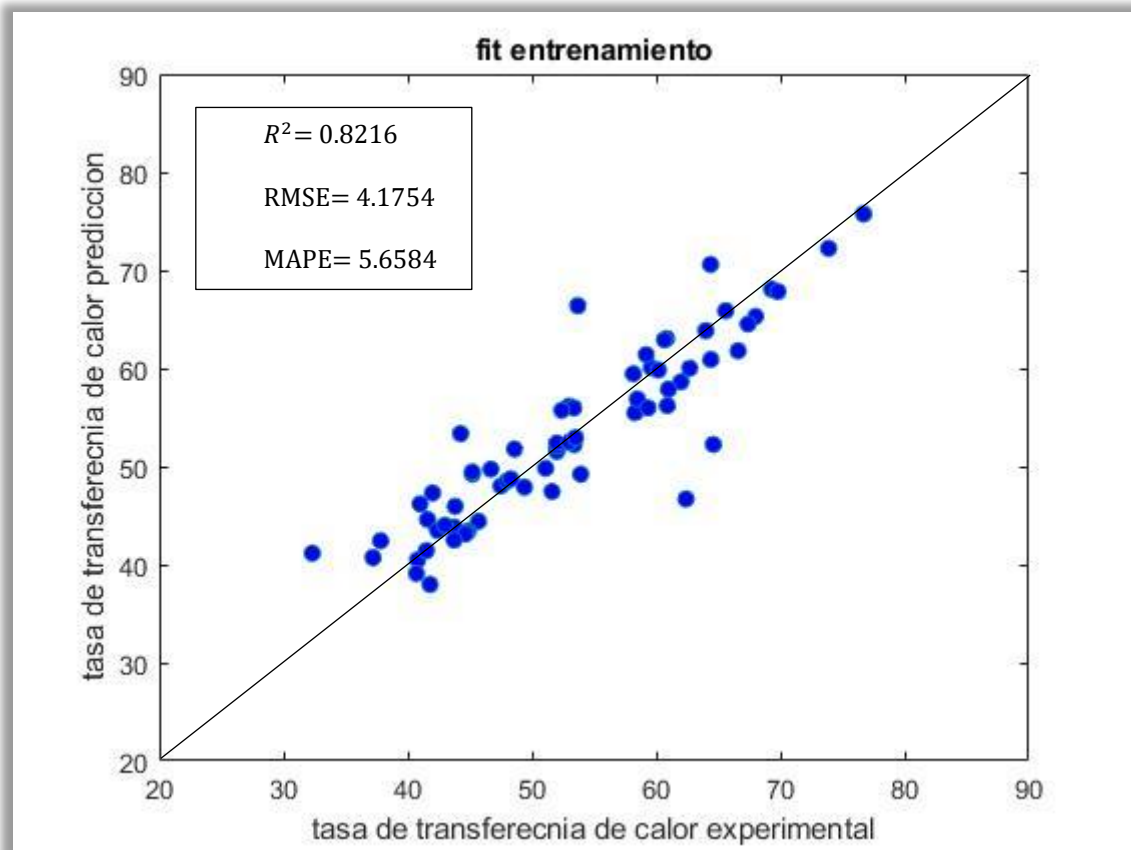
Elementos	Constante	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_1^2$	$x_1x_2$
Coeficiente	N/A	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	$C_7$	$C_8$
Valor	31.9931	1.5184	0.0041	-0.1467	21.9769	82.5776	-26.3660	1.5608	0.4000
Elementos	$x_1x_3$	$x_1x_4$	$x_1x_5$	$x_1x_6$	$x_2^2$	$x_2x_3$	$x_2x_4$	$x_2x_5$	$x_2x_6$
Coeficiente	$C_9$	$C_{10}$	$C_{11}$	$C_{12}$	$C_{13}$	$C_{14}$	$C_{15}$	$C_{16}$	$C_{17}$
Valor	-0.3283	-0.6494	-2.9481	1.7167	-0.0002	0.0013	-0.3084	0.2602	-0.1672
Elementos	$x_3^2$	$x_3x_4$	$x_3x_5$	$x_3x_6$	$x_4^2$	$x_4x_5$	$x_4x_6$	$x_5^2$	$x_5x_6$
Coeficiente	$C_{18}$	$C_{19}$	$C_{20}$	$C_{21}$	$C_{22}$	$C_{23}$	$C_{24}$	$C_{25}$	$C_{26}$
Valor	0.0018	0.1574	-0.9410	0.1600	-5.5650	13.3560	-0.3236	-12.4038	10.8804
Elementos	$x_6^2$								
Coeficiente	$C_{27}$								
Valor	1.9493								

#### 4.2.1 Evaluación del conjunto de datos de entrenamiento

La evaluación estadística correspondiente al conjunto de entrenamiento del modelo no lineal cuadrático se reporta en la Tabla 13. Por otro lado, la comparación de la tasa de transferencia de calor predicha por el presente modelo con la transferencia de calor reportada en la literatura se muestra en la Fig. 16.

**Tabla 13** Criterios estadísticos del conjunto de entrenamiento– modelo no lineal cuadrático

<i>MSE</i>	17.4337
<i>RMSE</i>	4.1754
<i>MAPE</i>	5.6584
<i>R<sup>2</sup></i>	0.8216



**Fig. 16** Modelo no lineal cuadrático – conjunto de entrenamiento – comparación tasa de transferencia de calor experimental vs predicción

La ecuación que describe la transferencia de calor de una GSHP utilizando un modelo no lineal(cuadrático) y algoritmo de optimización Levenberg-Marquardt para este trabajo se muestra en 4.2.

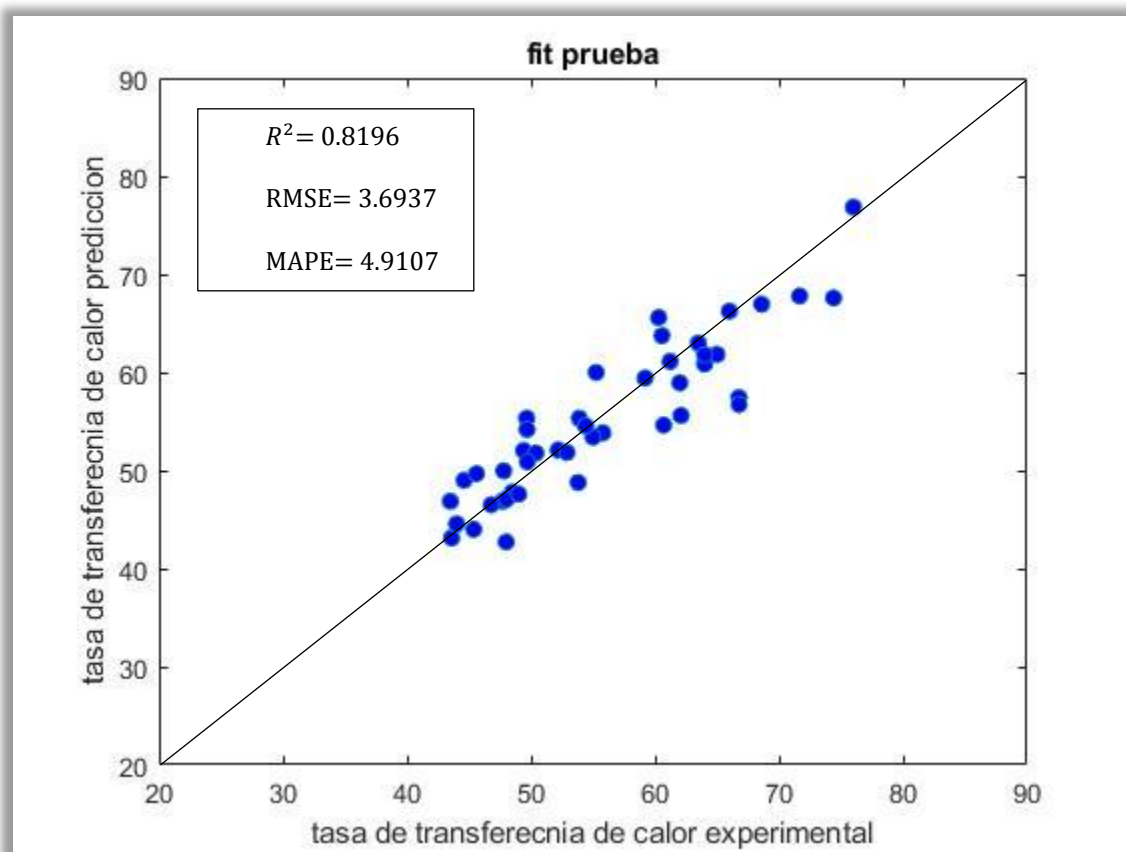
$$\begin{aligned}
 Q(x) = & 31.9931 + 1.5184x_1 + 0.0041x_2 - 0.1467x_3 + 21.9769x_4 + \\
 & 82.5776x_5 - 26.3660x_6 + 0.4000x_1x_2 - 0.3283x_1x_3 - 0.6494x_1x_4 - \\
 & 2.9481x_1x_5 + 1.7167x_1x_6 + 0.0013x_2x_3 - 0.3084x_2x_4 + 0.2602x_2x_5 - \\
 & 0.1672x_2x_6 + 0.1574x_3x_4 - 0.9410x_3x_5 + 0.1600x_3x_6 + 13.3560x_4x_5 - \\
 & 0.3236x_4x_6 + 10.8804x_5x_6 + 1.5608x_1^2 - 0.0002x_2^2 + 0.0018x_3^2 - \\
 & 5.5650x_4^2 - 12.4038x_5^2 + 1.9493x_6^2
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

#### 4.2.2 Evaluación del conjunto de datos de prueba

Los criterios estadísticos para la validación del modelo no lineal cuadrático se encuentran descritos en la Tabla 14. La Fig. 17 representa la comparación de la predicción de la tasa de transferencia de calor de GSHP y los valores correspondientes a la tasa de transferencia de calor experimental documentados en el [Anexo A](#).

*Tabla 14 Criterios estadísticos del conjunto de prueba– modelo no lineal cuadrático*

<i>MSE</i>	13.6435
<i>RMSE</i>	3.6937
<i>MAPE</i>	4.9107
<i>R<sup>2</sup></i>	0.8196



*Fig. 17 Modelo no lineal cuadrático – conjunto de prueba – comparación tasa de transferencia de calor experimental vs predicción*

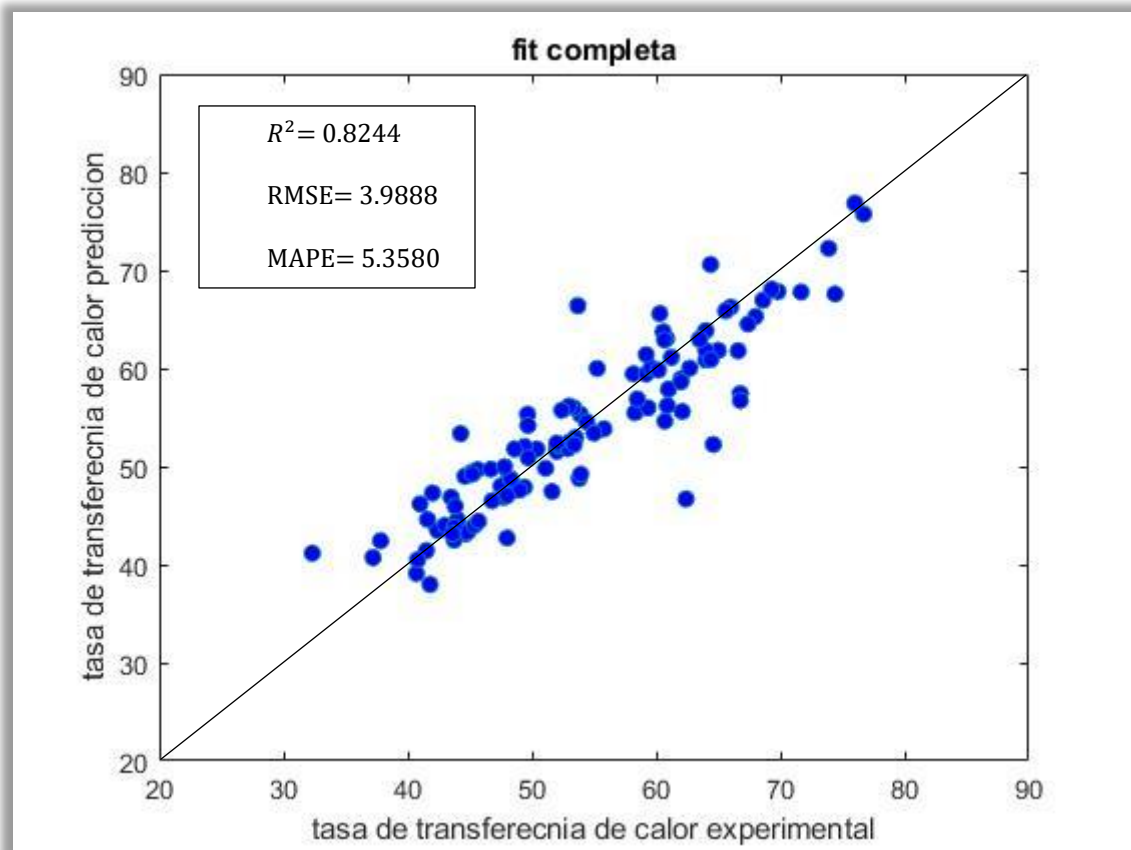


### 4.2.3 Evaluación del conjunto de datos completa

De modo similar a como se hizo con el modelo lineal, se evalúa estadísticamente la base de datos completa, con los valores mostrados en la Tabla 15. Por lo tanto, resulta conveniente comparar también la predicción de la tasa de transferencia de calor de GSHP con valores experimentales de la tasa de transferencia de calor de GSHP (ver Fig. 18).

**Tabla 15** Criterios estadísticos del conjunto completo– modelo no lineal cuadrático

<i>MSE</i>	15.9109
<i>RMSE</i>	3.9888
<i>MAPE</i>	5.3580
<i>R<sup>2</sup></i>	0.8244



**Fig. 18** Modelo no lineal cuadrático – conjunto completo– comparación tasa de transferencia de calor experimental Vs predicción

### 4.3 Modelos propuestos (tangente hiperbólico y logarítmico sigmoial)

Dado que el modelo tangente hiperbólico y el modelo logarítmico sigmoial son parte de la propuesta de este trabajo, sus respectivas evaluaciones son descritas en una misma subsección. No obstante, la idea es la misma que en los modelos previamente presentados. Primero se exhiben las evaluaciones de los respectivos conjuntos de datos de entrenamiento. Después, la evaluación del conjunto que funge como validación y finalmente, la valoración estadística del modelo haciendo uso del conjunto de datos completo.

Los coeficientes óptimos encontrados a partir del conjunto de datos de entrenamiento para el modelo tangente hiperbólico se presentan en la Tabla 16. Por otro lado, los coeficientes óptimos correspondientes al modelo logarítmico sigmoial se enlistan en la Tabla 17. Cada modelo de esta subsección realiza la búsqueda de 42 coeficientes y 15 constantes, siendo un total de 57 parámetros óptimos los que identifican a cada modelo de predicción.

*Tabla 16 Coeficientes de modelado estadístico de la ecuación (3.1) aplicando Levenberg-Marquardt*

Elementos	Cte1	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	Cte2
Coeficiente	N/A	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	N/A
Valor	1.6773	13.9461	57.0577	84.5800	-55.7648	19.5726	77.9598	79.5537
Elementos	Cte3	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	Cte4
Coeficiente	N/A	$C_7$	$C_8$	$C_9$	$C_{10}$	$C_{11}$	$C_{12}$	N/A
Valor	7.3472	16.5914	-13.4890	0.2276	8.0009	-27.5530	21.3928	3.8025
Elementos	Cte5	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	Cte6
Coeficiente	N/A	$C_{13}$	$C_{14}$	$C_{15}$	$C_{16}$	$C_{17}$	$C_{18}$	N/A
Valor	5.2143	-34.9019	-50.1934	71.6375	-15.1674	75.4425	58.8008	69.4210
Elementos	Cte7	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	Cte8
Coeficiente	N/A	$C_{19}$	$C_{20}$	$C_{21}$	$C_{22}$	$C_{23}$	$C_{24}$	N/A
Valor	5.6533	-49.8398	1.8429	-52.4599	10.3516	114.9235	32.6529	69.0646



Elementos	Cte9	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	Cte10
Coeficiente	N/A	$C_{25}$	$C_{26}$	$C_{27}$	$C_{28}$	$C_{29}$	$C_{30}$	N/A
Valor	4.0093	27.5866	-13.8043	-52.7383	-70.4732	77.8653	-4.7043	-50.1867
Elementos	Cte11	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	Cte12
Coeficiente	N/A	$C_{31}$	$C_{32}$	$C_{33}$	$C_{34}$	$C_{35}$	$C_{36}$	N/A
Valor	22.3961	-6.1081	-21.9105	-11.2581	-18.2055	5.8257	10.9740	8.2400
Elementos	Cte13	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	Cte14
Coeficiente	N/A	$C_{37}$	$C_{38}$	$C_{39}$	$C_{40}$	$C_{41}$	$C_{42}$	N/A
Valor	-5.5765	-18.5025	-18.1845	-10.3217	33.5496	24.0383	-22.0568	-26.3585
Elementos	Cte15							
Coeficiente	N/A							
Valor	46.2524							

*Tabla 17 Coeficientes de modelado estadístico de la ecuación (3.2) aplicando Levenberg-Marquardt*

Elementos	Cte1	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	Cte2
Coeficiente	N/A	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	N/A
Valor	15.1466	-0.1691	-12.2627	-6.4526	-19.4416	9.9126	0.3166	9.6604
Elementos	Cte3	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	Cte4
Coeficiente	N/A	$C_7$	$C_8$	$C_9$	$C_{10}$	$C_{11}$	$C_{12}$	N/A
Valor	9.7553	-132.1514	-140.2611	24.3988	-71.4177	68.5238	304.1861	40.7088
Elementos	Cte5	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	Cte6
Coeficiente	N/A	$C_{13}$	$C_{14}$	$C_{15}$	$C_{16}$	$C_{17}$	$C_{18}$	N/A
Valor	33.3188	21.4160	-14.8046	-11.2722	-16.0019	21.8259	28.4002	22.3003
Elementos	Cte7	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	Cte8



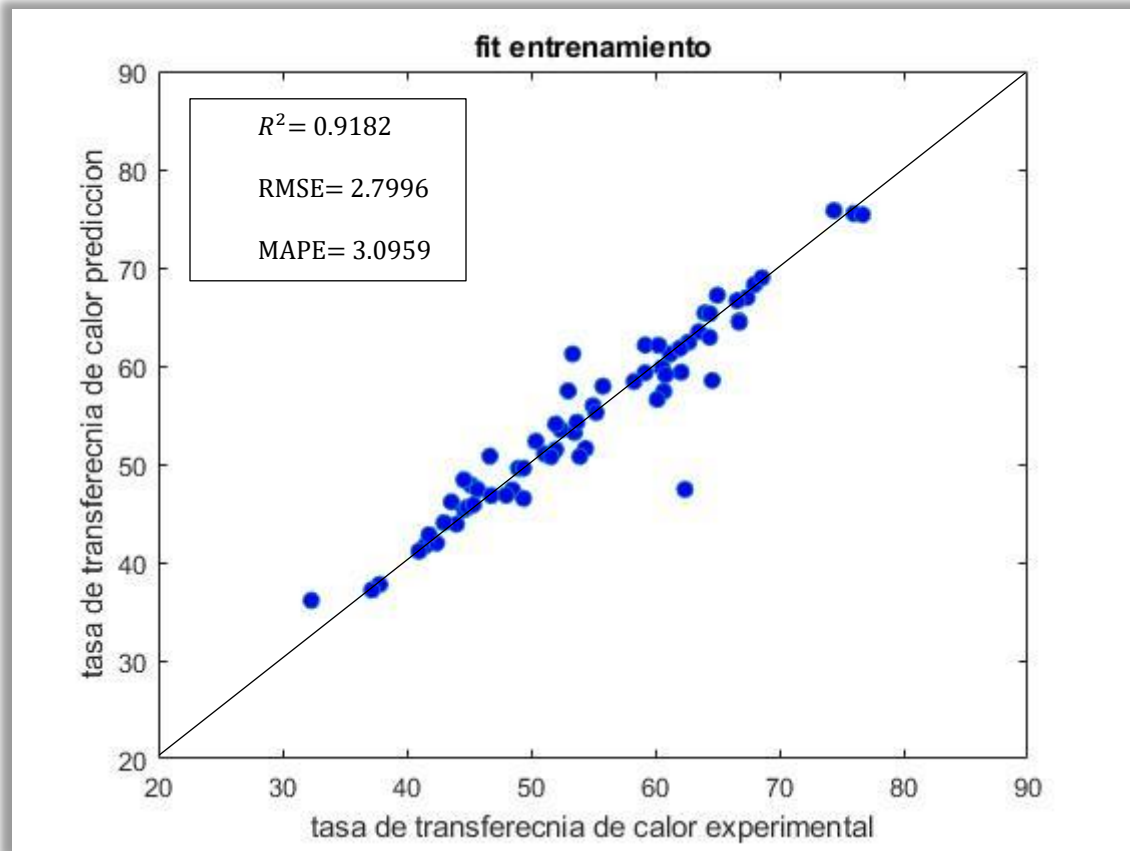
Coeficiente	N/A	$C_{19}$	$C_{20}$	$C_{21}$	$C_{22}$	$C_{23}$	$C_{24}$	N/A
Valor	71.4937	-11.6965	4.8929	3.2920	13.0112	2.1742	3.0932	11.0537
Elementos	Cte9	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	Cte10
Coeficiente	N/A	$C_{25}$	$C_{26}$	$C_{27}$	$C_{28}$	$C_{29}$	$C_{30}$	N/A
Valor	3.6114	-52.0864	76.4223	-83.4773	-106.6410	19.0060	159.6116	-0.2694
Elementos	Cte11	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	Cte12
Coeficiente	N/A	$C_{31}$	$C_{32}$	$C_{33}$	$C_{34}$	$C_{35}$	$C_{36}$	N/A
Valor	64.7339	-5.2294	13.9556	2.0424	9.4227	-7.1020	-3.3459	4.4180
Elementos	Cte13	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	Cte14
Coeficiente	N/A	$C_{37}$	$C_{38}$	$C_{39}$	$C_{40}$	$C_{41}$	$C_{42}$	N/A
Valor	116.0168	7.6448	-7.4078	-1.6818	-7.9193	4.1501	0.7737	-4.7331
Elementos	Cte15							
Coeficiente	N/A							
Valor	-99.1736							

#### 4.3.1 Evaluación del conjunto de datos de entrenamiento

En las Tablas 18 y 19 se presentan los valores de los criterios estadísticos para el modelo tangente hiperbólico y logarítmico sigmoïdal, respectivamente. De modo que las gráficas comparativas de la tasa de transferencia de calor para valores predichos y valores experimentales se muestran en las Figs. 19 y 20.

*Tabla 18 Criterios estadísticos del conjunto de entrenamiento – modelo tangente hiperbólico*

$MSE$	7.8376
$RMSE$	2.7996
$MAPE$	3.0959
$R^2$	0.9182



*Fig. 19 Modelo tangente hiperbólico – conjunto de entrenamiento – comparación tasa de transferencia de calor experimental Vs predicción*

Las ecuaciones que describen la transferencia de calor de una GSHP utilizando un modelo tangente hiperbólico y logarítmico sigmoïdal con algoritmo de optimización Levenberg-Marquardt para este trabajo se muestra en 4.3 y 4.4 respectivamente.

$$\begin{aligned}
 Q(x) = & 1.6773 \left( \frac{2}{1 + \exp \left( \frac{2(13.9461x_1 + 57.0577x_2 + 84.5800x_3 - 55.7648x_4 + 19.5726x_5 + 77.9598x_6 + 79.5537)}{2} \right)} - 1 \right) \\
 & + 7.3472 \left( \frac{2}{1 + \exp \left( \frac{2(16.5914x_1 - 13.4890x_2 + 0.2276x_3 - 8.0009x_4 - 27.5530x_5 + 21.3928x_6 + 3.8025)}{2} \right)} - 1 \right) \\
 & + 5.2143 \left( \frac{2}{1 + \exp \left( \frac{2(-34.9019x_1 - 50.1934x_2 + 71.6375x_3 - 15.1674x_4 + 75.4425x_5 + 58.8008x_6 + 69.4210)}{2} \right)} - 1 \right) \\
 & + 5.6533 \left( \frac{2}{1 + \exp \left( \frac{2(-49.8398x_1 + 1.8429x_2 - 52.4599x_3 + 10.3516x_4 + 114.9235x_5 + 32.6529x_6 + 69.0646)}{2} \right)} - 1 \right) \\
 & + 4.0093 \left( \frac{2}{1 + \exp \left( \frac{2(27.5866x_1 - 13.8043x_2 - 52.7383x_3 - 70.4732x_4 + 77.8653x_5 - 4.7043x_6 - 50.1867)}{2} \right)} - 1 \right) \\
 & + 22.3961 \left( \frac{2}{1 + \exp \left( \frac{2(-6.1081x_1 - 21.9105x_2 - 11.2581x_3 - 18.2055x_4 + 5.8257x_5 + 10.9740x_6 + 8.2400)}{2} \right)} - 1 \right) \\
 & - 5.5765 \left( \frac{2}{1 + \exp \left( \frac{2(-18.5025x_1 - 18.1845x_2 - 10.3217x_3 + 33.5496x_4 + 24.0383x_5 - 22.0568x_6 - 26.3585)}{2} \right)} - 1 \right) \\
 & + 462524
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Tabla 19 Criterios estadísticos del conjunto de entrenamiento – modelo logarítmico sigmoideal

<i>MSE</i>	0.4951
<i>RMSE</i>	0.7037
<i>MAPE</i>	0.7228
<i>R<sup>2</sup></i>	0.9948

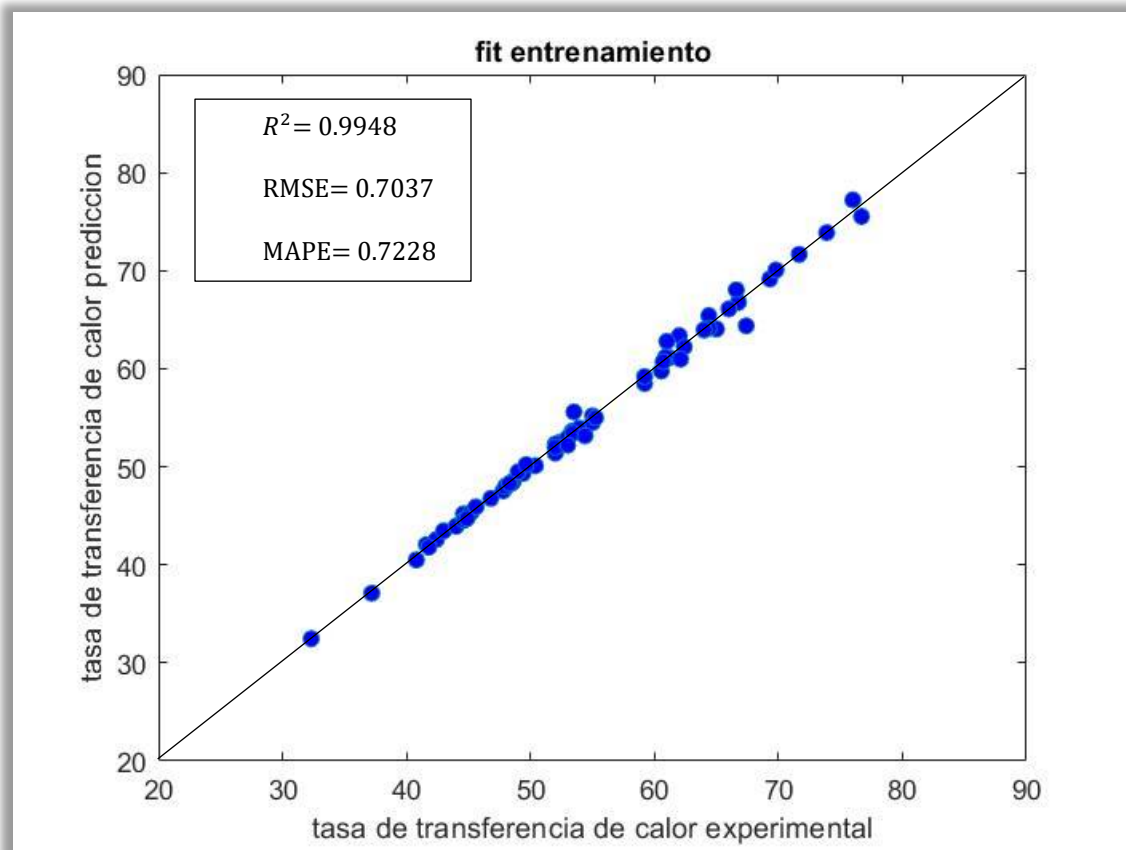


Fig. 20 Modelo logarítmico sigmoideal – conjunto de entrenamiento – comparación tasa de transferencia de calor experimental Vs predicción

$$\begin{aligned}
 Q(x) = & 15.1466 \left( \frac{1}{1 + \exp(-0.1691x_1 - 12.2627x_2 - 6.4526x_3 - 19.4416x_4 + 9.9126x_5 + 79.5537x_6 + 9.6604)} \right) \\
 & + 9.7553 \left( \frac{1}{1 + \exp(-132.1514x_1 - 140.2611x_2 + 24.3988x_3 - 71.4177x_4 + 68.5238x_5 + 304.1861x_6 + 40.7088)} \right) \\
 & + 33.3188 \left( \frac{1}{1 + \exp(21.4160 - 14.8046x_2 - 11.2722x_3 - 16.0019x_4 + 21.8259x_5 + 28.4002x_6 + 22.3003)} \right) \\
 & + 71.4937 \left( \frac{1}{1 + \exp(-11.6965x_1 + 4.8929x_2 + 3.2920x_3 + 13.01122x_4 + 2.1742x_5 + 3.0932x_6 + 11.0537)} \right) \\
 & + 3.6114 \left( \frac{1}{1 + \exp(-52.0864 + 76.4223x_2 - 83.4773x_3 - 106.6410x_4 + 19.0060x_5 + 159.6116x_6 - 0.2694)} \right) \\
 & + 64.7339 \left( \frac{1}{1 + \exp(-5.2294x_1 + 13.9556x_2 + 2.0424x_3 + 9.4227x_4 - 7.1020x_5 - 3.3459x_6 + 4.4180)} \right) \\
 & + 116.0168 \left( \frac{1}{1 + \exp(7.6448 - 7.4078x_2 - 1.6818x_3 - 7.9193x_4 + 4.1501x_5 + 0.7737x_6 - 4.7331)} \right) \\
 & - 99.1736
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

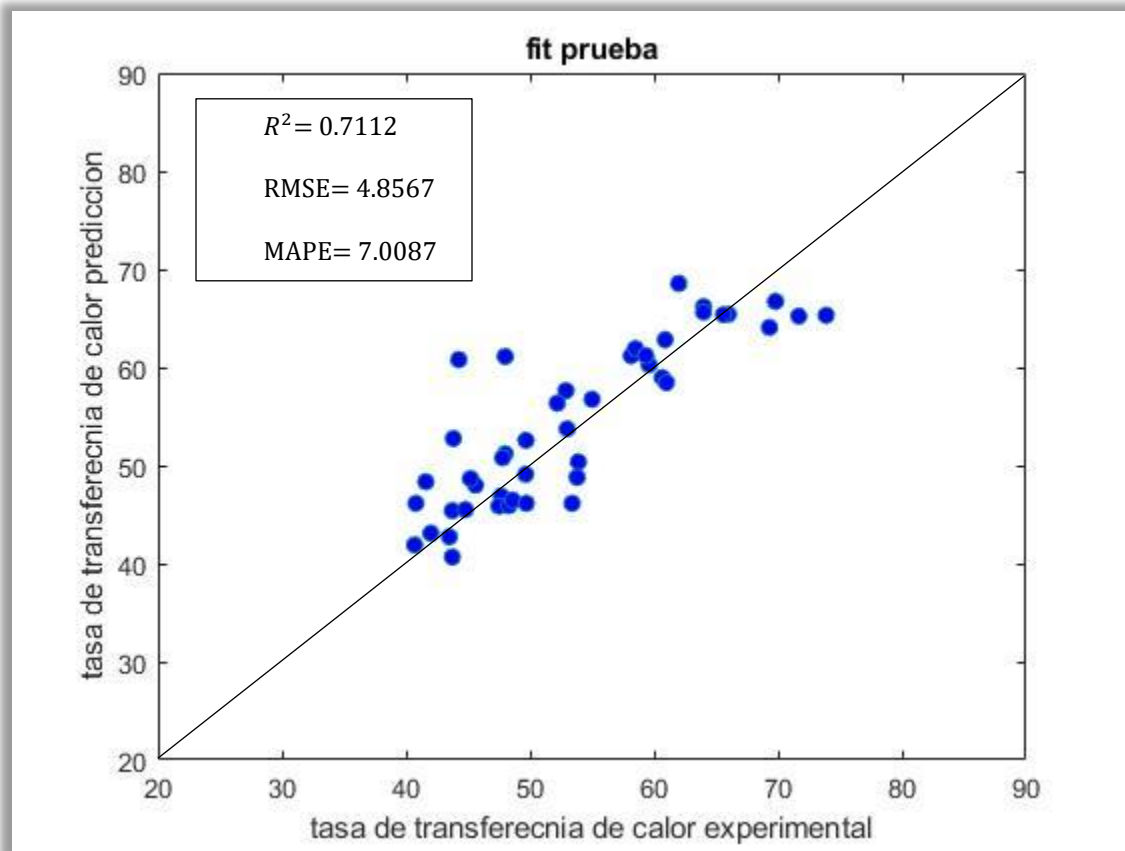


### 4.3.2 Evaluación del conjunto de datos de prueba

La evaluación estadística correspondiente a la validación de los modelos tangente hiperbólico y logarítmico sigmoideal se encuentra redactada en las Tablas 20 y 21 mientras que las Figs. 21 y 22 presentan gráficamente la comparación de la tasa de transferencia de calor de una GSHP predicha con sus respectivos valores de la base de datos experimentales ([Anexo A](#)) del conjunto de prueba para cada modelo concerniente.

*Tabla 20 Criterios estadísticos del conjunto de prueba – modelo tangente hiperbólico*

<i>MSE</i>	23.5873
<i>RMSE</i>	4.8567
<i>MAPE</i>	7.0087
<b><i>R</i><sup>2</sup></b>	0.7112

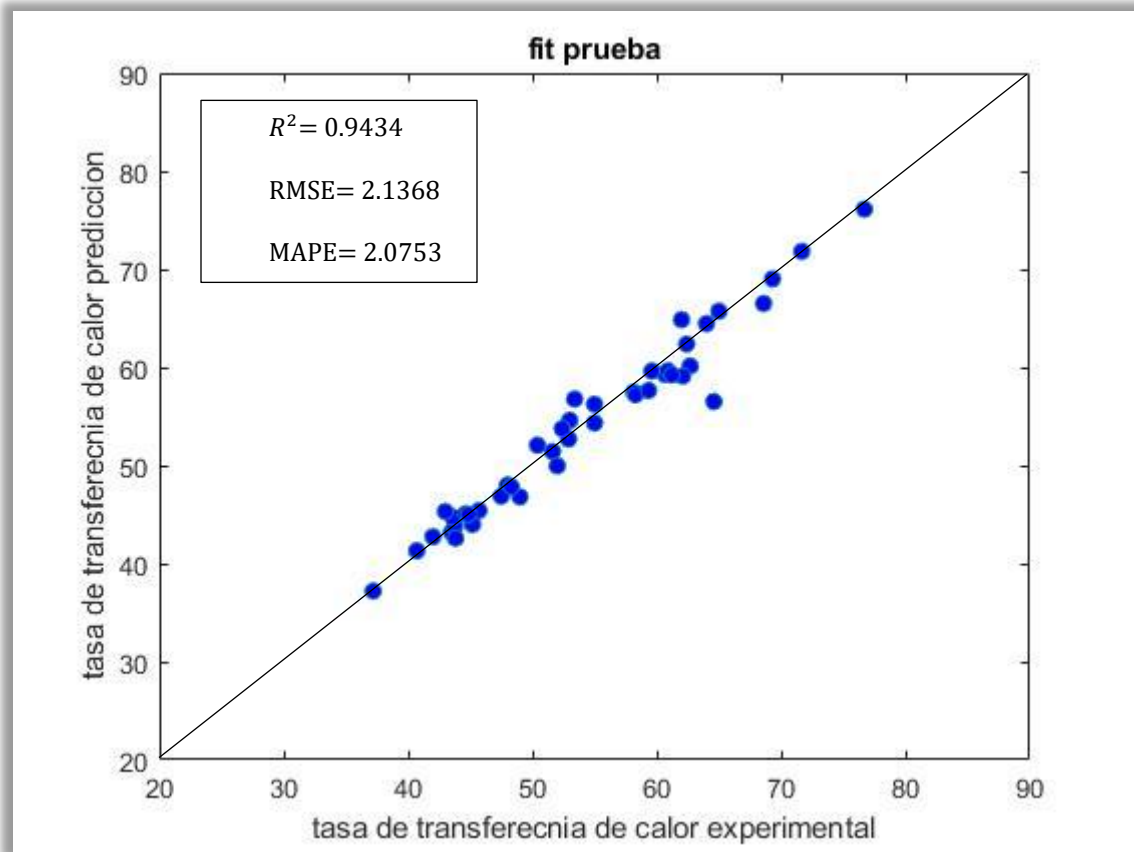


*Fig. 21 Modelo tangente hiperbólico – conjunto de prueba – comparación tasa de transferencia de calor experimental Vs predicción*

*Tabla 21 Criterios estadísticos del conjunto de prueba – modelo logarítmico sigmoideal*

<i>MSE</i>	4.5658
<i>RMSE</i>	2.1368
<i>MAPE</i>	2.0753
<i>R<sup>2</sup></i>	0.9434





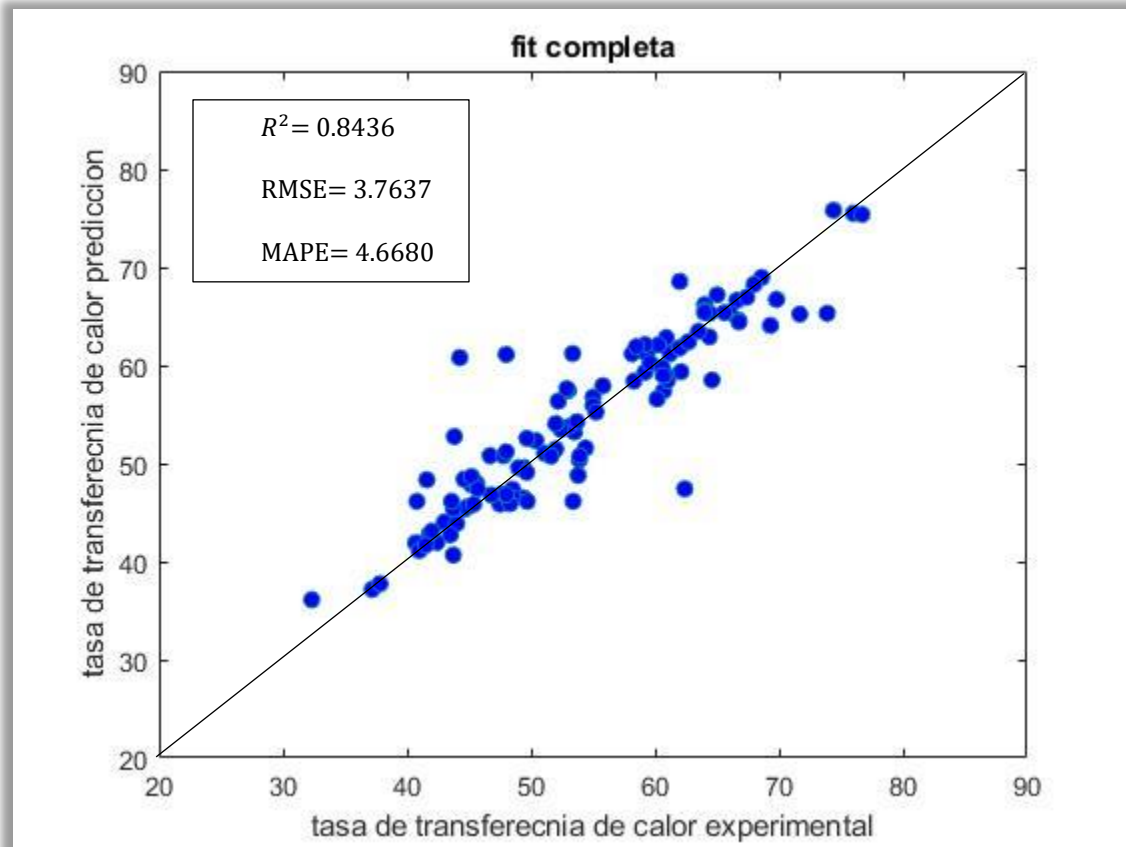
*Fig. 22 Modelo logarítmico sigmoidal – conjunto de prueba – comparación tasa de transferencia de calor experimental Vs predicción*

#### 4.3.3 Evaluación del conjunto de datos completo

Finalmente la evaluación estadística para el conjunto de datos completo de ambos modelos propuestos para la presente investigación se describe en las Tablas 22 y 23. Además, la comparación de la tasa de transferencia de calor (experimental vs predicción) se muestran en las Figs. 23 y 24.

**Tabla 22** Criterios estadísticos del conjunto completo – modelo tangente hiperbólico

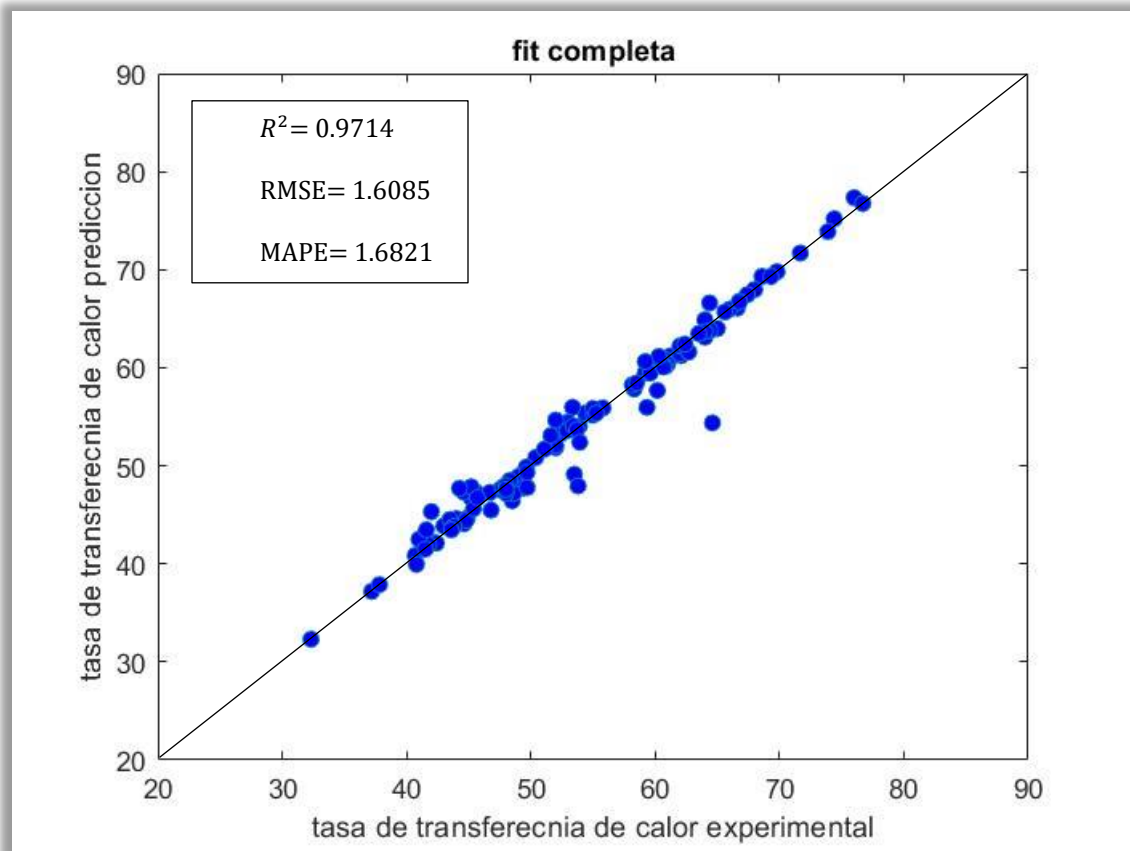
<i>MSE</i>	14.1656
<i>RMSE</i>	3.7637
<i>MAPE</i>	4.6680
<b><i>R</i><sup>2</sup></b>	0.8436



**Fig. 23** Modelo tangente hiperbólico – conjunto completo – comparación tasa de transferencia de calor experimental Vs predicción

**Tabla 23** Criterios estadísticos del conjunto completo – modelo logarítmico sigmoideal

<i>MSE</i>	2.5873
<i>RMSE</i>	1.6085
<i>MAPE</i>	1.6821
<b><i>R</i><sup>2</sup></b>	0.9714



*Fig. 24 Modelo logarítmico sigmoidal – conjunto completo – comparación tasa de transferencia de calor experimental Vs predicción*

#### 4.4 Discusión de resultados

Es necesario discutir y comparar algunos aspectos de gran importancia respecto a los modelos estadísticos utilizados para la predicción de la tasa de transferencia de calor de una GSHP presentados en esta investigación y los que reporta Xu et al. [10].

En primer lugar, el modelo lineal presentado en este trabajo es descrito por la misma ecuación que en el trabajo de Xu et al. [10] Sin embargo, la aplicación del algoritmo de aprendizaje Levenberg-Marquardt presenta una mejora significativa en la predicción de la tasa

de transferencia de calor de GSHP. La comparación de ambas propuestas se enlista en la Tabla 24. Es notable que cada conjunto de coeficientes óptimos obtenidos es distinto uno del otro, y esto se debe a que cada conjunto de parámetros se adapta a las características del sistema de predicción planteado por cada autor.

La comparación del modelo no lineal cuadrático también es descrita en la Tabla 24. En este caso particular no se logra conseguir un mejor modelo de predicción a pesar de que todos los modelos presentados son altamente precisos como lo indica su valor de error absoluto medio (MAPE) el sistema de predicción de Xu et al. [10] es ligeramente más preciso, dado que su coeficiente de determinación es mayor que el del sistema desarrollado en este trabajo. Además, Xu et al. presenta un valor menor para la raíz del error cuadrático medio (RMSE). Cabe destacar que, a diferencia de la primera comparación de modelos de predicción, en este caso el número de parámetros óptimos encontrados difiere en una investigación de otra. Es decir, Xu et al. [10] encuentra 26 coeficientes y una constante, dando como total 27 parámetros óptimos característicos de su sistema, mientras que, en este trabajo el número total de parámetros óptimos es de 28; de los cuales 27 son coeficientes y 1 valor constante. Esto se debe a que Xu et al. al desarrollar la segunda sumatoria de la Ec. 2.10 omite el elemento  $x_1x_2$  que multiplica al coeficiente número 8 ( $c_8$ ). Sin embargo, su predicción es más precisa que la reportada en esta investigación. Esto puede deberse a que el algoritmo de optimización que él emplea se adapta mejor al modelo no lineal cuadrático.

La propuesta del modelo tangente hiperbólico se puede comparar con el modelo no lineal de tipo cuadrático de Xu et al. [10] ya que los criterios estadísticos son semejantes (ver Tabla 24). Se puede observar que el coeficiente de determinación es ligeramente mayor al modelo no lineal cuadrático, mientras que el RMSE y favorece al de tipo tangente hiperbólico.

El último modelo por comparar tiene un mejor desempeño que el modelo inteligente de red neuronal artificial de propagación hacia atrás desarrollado por Xu et al. [10]. Los criterios estadísticos principales indican que el sistema que utiliza el modelo logarítmico sigmoideal descrito por la Ec. 3.2, entrenado con el algoritmo Levenberg-Marquardt, exhibe una predicción más precisa.

Tabla 24 Comparación de los criterios estadísticos

Trabajo actual				Trabajo previo			
Algoritmo de aprendizaje: Levenberg-Marquardt				Algoritmo de aprendizaje: Desconocido			
Método	$R^2$	RMSE	MAPE	Método	$R^2$	RMSE	MAPE
Lineal	0.6433	5.6850	7.5678	Lineal	0.1140	6.5390	9.6520
Cuadrático	0.8244	3.9888	5.3580	Cuadrático	0.8420	3.5160	4.7960
Tangente hiperbólico	0.8436	3.7637	4.6680				
<b>Logarítmico sigmoidal</b>	<b>0.9714</b>	<b>1.6085</b>	<b>1.6821</b>	ANN- BP	0.9470	2.1260	2.5750

La Fig. 25 también representa el análisis estadístico de los 7 modelos de predicción.

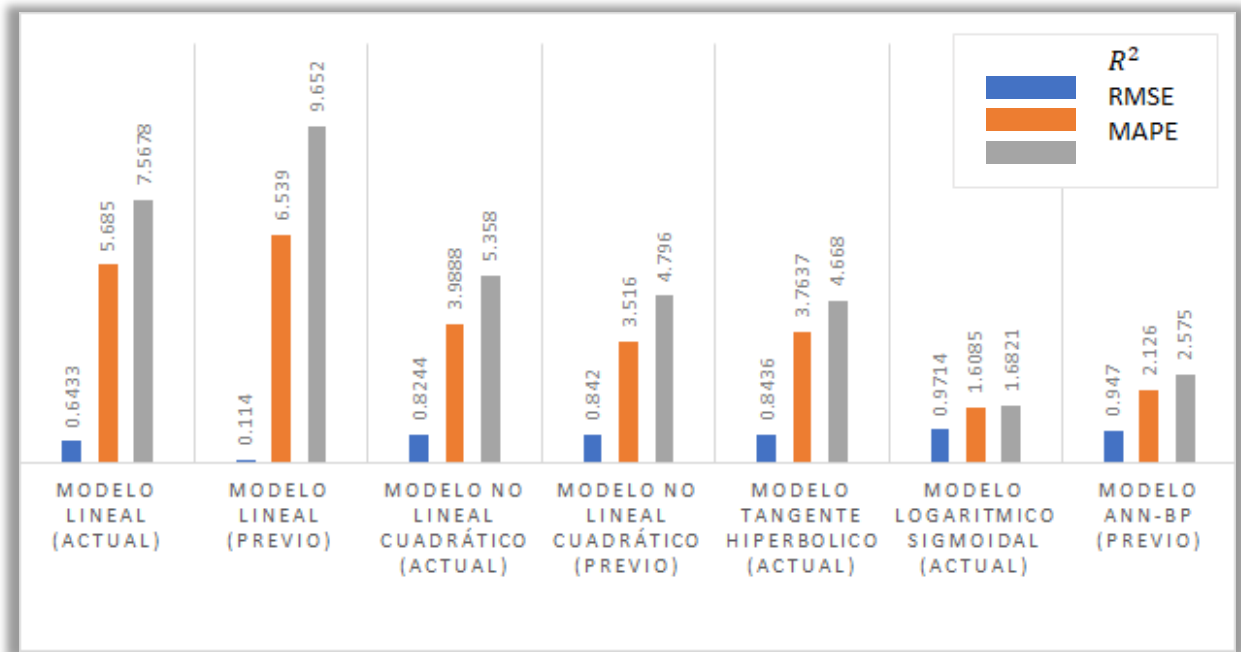


Fig. 25 Análisis estadístico para 5 modelos empíricos y modelo de aprendizaje automático.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL  
ESTADO DE MORELOS

Tesis de Licenciatura  
RODRÍGUEZ DEGANTE JAVIER EMMANUEL



## Capítulo 5: Conclusiones

## 5.1 Conclusiones

El objetivo de este trabajo fue proponer y desarrollar modelos matemáticos para evaluar y mejorar el desempeño de la tasa de transferencia de calor de una bomba de calor geotérmica mediante la aplicación del algoritmo de entrenamiento Levenberg-Marquardt y la normalización de los datos de entrada de los modelos tangente hiperbólico y logarítmico sigmoidal.

De acuerdo con la evaluación de los diferentes modelos que se presentan en esta investigación, se encontró que éstos exhiben un buen desempeño en contraste con los métodos previamente estudiados en la literatura, resultando el modelo logarítmico sigmoidal con 57 parámetros óptimos encontrados el que muestra una mayor precisión para la predicción de la tasa de transferencia de calor de una GSHP. Esto se ha logrado sin la utilización de modelos de tipo red neuronal artificial, lo cual responde a las problemáticas planteadas.

Se concluye que este sistema de predicción es eficaz y puede optimizar la predicción de la tasa de transferencia de calor de GSHP debido a su desempeño superior, se considera como una buena opción para sustituir al sistema que actualmente/previamente se utiliza.

El modelo lineal actual tiene una baja precisión. No obstante el coeficiente de determinación obtenido ( $R^2 = 64.33\%$ ) muestra una mejora respecto al presentado en la literatura ( $R^2 = 11.40\%$ ) [10]. El modelo no lineal cuadrático mejora la precisión de la predicción. Sin embargo, la expresión matemática se vuelve más complicada. El  $R^2$  de este trabajo (82.44%) es inferior al que presenta Xu et al. (84.20%). De acuerdo con la literatura, el modelo tangente hiperbólico no ha sido utilizado para la predicción de la tasa de transferencia de calor de una GSHP. En este trabajo, se aplica Levenberg-Marquardt como algoritmo de optimización a este modelo con 57 parámetros óptimos a encontrar lo que implica una ligera mejora en el coeficiente de determinación con respecto al modelo no lineal cuadrático, es decir,  $R^2$  equivale a 84.36%. No obstante, al ocupar una expresión matemática extensa y complicada involucra un tiempo de trabajo mayor al momento de la predicción. Por último, el modelo logarítmico sigmoidal presenta un  $R^2$  mayor a todos los modelos involucrados en esta investigación, equivalente a



97.14%, mientras que la red neuronal artificial de propagación hacia atrás que presenta Xu et al.  $R^2$  es de 94.70% [10].

## 5.2 Trabajo futuro

Este trabajo se enfocó en la resolución de un solo objetivo: diseñar un sistema de predicción que mejore el desempeño de la tasa de transferencia de calor de una GSHP. Parte del trabajo futuro posible es centrarse en rediseñar el sistema para encontrar modelos que presenten un mejor ajuste sin la necesidad de utilizar una cantidad significativa de parámetros, lo cual significaría reducir el tiempo de entrenamiento del modelo.

Es posible extender este método a problemas de la misma índole en diferentes países que utilizan bombas de calor geotérmicas.





UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL  
ESTADO DE MORELOS

Tesis de Licenciatura  
RODRÍGUEZ DEGANTE JAVIER EMMANUEL

---



## Anexos

## Anexo A

*Tabla 25 Base de datos experimental compilada a partir de los resultados de las pruebas medidas por los autores y reportados en la literatura.*

Locación	Forma de intercambio de calor	Conductividad térmica del suelo	Profundidad vertical del pozo	Diámetro del pozo	Espesor del tubo en U	Caudal del agua	Diferencia de temperatura del agua	Tasa de transferencia de calor
Fuyang, Anhui Province	Liberación	1.41	100	180	3	1.15	4.04	53.9
	Liberación	1.41	125	180	3	1.15	4.86	52
	Extracción	1.41	100	180	3	1.15	3.18	42.4
	Extracción	1.41	125	180	3	1.15	3.82	40.7
Olimpic Stadium, Hexi District, Nanjing, Jiangsu Province	Liberación	1.46	85	130	2.8	1.19	4.19	66.6
	Liberación	1.46	85	130	2.8	1.15	3.67	58.3
	Liberación	1.46	84	130	3.5	0.94	4.88	60.7
	Extracción	1.46	85	130	2.8	1.19	3.44	54.4
	Extracción	1.46	84	130	3.5	1.15	3.07	48.5
	Extracción	1.46	84	130	3.5	0.76	4	41.8
Nanjing Agricultural University, Nanjing, Jiangsu Province	Liberación	2.15	120	130	2.25	2	3.16	61.22
	Liberación	2.15	120	130	2.25	2	3.01	58.16
	Extracción	1.84	120	130	2.25	2	3	59.34
	Extracción	1.84	120	130	2.25	2	3	53.36
Qinhuai District, Nanjung, Juangsu Province	Liberación	1.9	100	140	2.3	1.15	5.15	68.6
	Extracción	1.9	100	140	2.3	1.15	4	53.5



Nanjing Lukou Airport, Nanjing, Jiangsu Province	Liberación	2.06	100	130	2.25	1.15	4.94	66
	Liberación	2.06	100	130	2.25	1.15	4.91	65.6
	Extracción	2.06	100	130	2.25	1.15	3.97	53
	Extracción	2.06	100	130	2.25	1.15	3.92	52.4
Xinhua Road, Liuhe District, Nanjing,	Liberación	1.66	110	130	2.3	1.15	4.71	60.9
Jiangsu Province	Liberación	1.66	99	130	2.3	1.15	4.19	62.1
	Extracción	1.66	110	130	2.3	1.15	4.15	50.4
	Extracción	1.66	99	130	2.3	1.15	3.67	52
Yulong Road, Changzhou, Jiangsu Province	Liberación	1.51	85	130	3	1.15	3.5	55
	Liberación	1.51	85	130	3	1.15	3.55	55.8
	Extracción	1.51	85	130	3	1.15	2.92	45.2
	Extracción	1.51	85	130	3	1.15	2.96	45.6
Huai'an, Jiangsu Province	Liberación	1.46	100	150	2.3	1.15	4.56	61
	Liberación	1.46	100	150	2.3	1.15	4.64	62
	Extracción	1.46	100	150	2.3	1.15	3.22	43
	Extracción	1.46	100	150	2.3	1.15	3.29	44
Longchi Road, Liuhe District, Nanjing, Jiangsu Province	Liberación	1.66	80	130	3	1.15	3.14	64.6
	Extracción	1.66	80	130	3	1.15	2.62	53.8
Nanjing University of Finance & Economics, Nanjing,	Liberación	1.6	83	130	3	1.15	3.24	52.2
	Liberación	1.6	83	130	3	1.15	3.29	53
	Extracción	1.6	83	130	3	1.15	2.77	44.6
	Extracción	1.6	83	130	3	1.15	2.81	45.2



Jiangsu Province								
East Road of Hehai, Changzhou, Jiangsu Province	Liberación	1.46	85	140	3	1.15	3.4	52.9
	Extracción	1.46	85	140	3	1.15	2.77	43.5
Suyu District, Suqian, Jiangsu Province	Liberación	1.56	100	150	2.25	1.15	5.09	68
	Liberación	1.56	100	150	2.25	1.15	5.04	67.4
	Extracción	1.56	100	150	2.25	1.15	3.7	49.4
	Extracción	1.56	100	150	2.25	1.15	3.67	49
Jiangnan University, Wuxi, Jiangsu Province	Liberación	1.37	81	130	3	1.15	2.99	49.4
	Extracción	1.37	81	130	3	1.15	2.95	48.6
Science and Technology Park, Hexi District, Nanjing, Jiangsu Province	Liberación	1.4	100	140	2.25	1.15	4.68	62
	Extracción	1.4	100	140	2.25	1.15	3.64	48
Hanjiang District, Yangzhou, Jiangsu Province	Liberación	1.66	120	150	2.25	1.15	5.31	59.2
	Liberación	1.66	120	150	2.25	1.15	5.36	59.6
	Extracción	1.66	120	150	2.25	1.15	4.26	47.5
	Extracción	1.66	120	150	2.25	1.15	4.34	48.3
Jiangning District, Nanjing, Jiangsu Province	Liberación	1.46	90	130	2.3	1.15	3.14	46.7
	Liberación	1.46	90	130	2.3	1.15	3.18	47.8
	Extracción	1.46	90	130	2.3	1.15	5.01	74.4
	Liberación	1.5	82	130	2.25	0.713	5.07	49.65



Taizhou, Zhejiang Province	Liberación	1.5	76	130	2.25	0.713	4.59	49.68
Zhenjiang, Jiangsu Province	Liberación	1.44	100	150	2.25	1.15	4.86	65
	Liberación	1.44	100	150	2.25	1.15	4.79	64
	Extracción	1.44	100	150	2.25	1.15	3.57	47.7
	Extracción	1.44	100	150	2.25	1.15	3.59	48
Baixia District, Nanjing, Jiangsu Province	Liberación	2.28	102	150	2.25	1.15	5.69	76
	Liberación	2.28	102	150	2.25	1.15	5.63	76.7
	Extracción	2.28	102	150	2.25	1.15	4.79	64
	Extracción	2.28	102	150	2.25	1.15	4.73	64.4
Jingdezhen, Jiangxi Province	Liberación	2.75	100	135	1.15	1.2	4.8	64
	Extracción	2.75	100	135	1.15	1.2	2.85	48
Huishan District, Wuxi, Jiangsu Province	Liberación	1.67	80	130	3.2	1.097	3.43	52
	Liberación	1.67	80	130	3.2	1.167	3.32	55
	Extracción	1.67	80	130	3.2	1.09	2.47	41
	Extracción	1.67	80	130	3.2	1.146	2.49	42
Tongzhou District, Nantong, Jiangsu Province	Liberación	1.783	100	150	2.3	0.92	5.28	60.84
	Liberación	1.783	100	150	2.3	0.92	5.33	60.56
	Liberación	1.783	100	150	2.3	0.92	5.27	60.67
	Liberación	1.783	100	150	2.3	0.92	5.46	60.29
	Extracción	1.794	100	150	2.3	0.92	3.32	44.88
	Extracción	1.794	100	150	2.3	0.92	3.27	44.63
	Extracción	1.794	100	150	2.3	0.92	3.3	44.79
	Extracción	1.794	100	150	2.3	0.92	3.41	45.38
Shinan District, Qingdao,	Liberación	2.67	110	150	3	1.4	4.3	66.77
	Liberación	2.67	120	150	3	1.4	4.3	66.77
	Extracción	2.67	110	150	3	1.4	3.11	43.74



Shandong Province	Extracción	2.67	120	150	3	1.4	3.11	43.74
Jiaxing, Zhejiang Province	Liberación	1.97	100	130	3	1.06	4.13	51.1
	Extracción	1.97	100	130	3	1.064	3.52	43.82
Beijing	Liberación	2.24	150	150	3	1.5	6	69.8
	Extracción	2.24	150	150	3	1.5	3.2	37.2
Nanjing, Jiangsu Province	Liberación	1.73	100	150	3	1.15	4.8	60.17
	Liberación	1.73	100	150	2.3	1.15	5.4	64.38
	Extracción	1.73	100	150	3	1.15	3.1	41.51
	Extracción	1.73	100	150	2.3	1.15	4.2	44.26
Xuzhou, Jiangsu Province	Liberación	2.11	100	130	3	1.1	4.9	62.7
	Liberación	2.11	100	130	3	0.9	5.1	53.4
	Liberación	2.11	100	130	3	0.7	6.1	49.7
	Liberación	2.11	100	130	3	0.75	5	43.6
	Liberación	2.11	100	130	3	0.65	5.4	40.8
	Liberación	2.11	100	130	3	0.55	6.5	41.6
	Extracción	2.11	100	130	3	1.5	4.2	53.7
Shijiazhuang, Hebei Province	Liberación	3.26	92.5	130	3	1.909	2.16	51.62
	Liberación	3.26	92.8	130	3	1.889	2.27	53.93
	Extracción	3.26	92.5	130	3	1.829	1.64	37.82
	Extracción	3.26	92.8	130	3	1.801	1.44	32.32
Nanjing, Jiangsu Province	Liberación	1.06	57.5	130	2.3	0.872	3.62	63.5
	Liberación	1.06	58.2	130	3	1.333	2.08	55.25
Suzhou, Jiangsu Province	Extracción	2.93	100	130	2.3	0.945	4.95	71.67
	Extracción	2.84	100	130	2.3	0.942	5.41	73.89
	Liberación	2.44	100	130	3	1.26	4.76	69.31
	Liberación	2.44	100	130	3	1.58	1.7	62.4



Xuzhou, Jiangsu Province	Extracción	2.02	100	130	3	1.26	2.55	46.8
	Extracción	2.02	100	130	3	1.58	1.26	45.7
Huzhou, Zhejiang Province	Liberación	1.66	73	130	3	1.15	3.8	59.2
	Liberación	1.66	43	130	3	1.15	2.5	58.5

## Bibliografía

- [1] G. Llopis y V. Rodrigo, «madrid.org,» 2008. [En línea]. Available: <https://www.madrid.org/bvirtual/BVCM005842.pdf>.
- [2] H. Yang, P. Cui y Z. Fang, «Vertical-borhole ground-coupled heat pumps: A review of models and systems,» *Applied Energy*, pp. 16-27, 2010.
- [3] V. d. I. Paz, «Biblioteca del Congreso Nacional de Chile,» Diciembre 2019. [En línea]. Available: [https://www.bcn.cl/asesoriasparlamentarias/detalle\\_documento.html?id=75471](https://www.bcn.cl/asesoriasparlamentarias/detalle_documento.html?id=75471).
- [4] P. Bayer, M. d. Palu y M. Beck, «Strategic optimization of borehole heat exchanger field for seasonal geothermal heating and cooling,» *Applied Energy*, vol. 136, pp. 445-453, 2014.
- [5] T. Nygard, «The performance of Air and Ground SOurce Heat Pumps in a NorthernmClimate: Fonctionnement des pompes a chaleur avec l'air ou le sol comme sources de chaleur, dans un climat nordique,» *Progress in Refrigeration Science and Technology*, pp. 1387-1396, 1965.
- [6] J. Luo, Z. Luo y e. a. J. Xie, «Investigation of shallow geothermal potentials for different types of groud source heat pump systems(GSHP) of Wuhan city in China,» *Renewable Energy*, vol. 118, pp. 230-244, 2018.
- [7] W. Xu, C. Liu, J. Li y B. Qiao, «Feasibility and performance study on hybrid air source heat pump system for ultra-low energy building in severe cold region of China,» *Renew. Energy 146*, vol. 146, pp. 2124-2133, 2020.
- [8] W. Yang, «Experimental performance analysis of a direct-expansion ground source heat pump in Xiangtan, China,» *Energy*, vol. 59, pp. 334-339, 2013.



- [9] B. Huang y V. Mauerhofer, «Life cycle sustainability assessment of ground source heat pump in Shanghai, China,» *Journal of Cleaner Production*, vol. 119, pp. 207-214, 2016.
- [10] X. Xu, J. Liu, Y. Wang, J. Xu y J. Bao, «Performance evaluation of ground source heat pump using linear and nonlinear regressions and artificial networks,» *Applied Thermal Engineering*, vol. 180, 2020.
- [11] R. Wan, D. Kong y a. et, «The experimental study on thermal conductivity of backfill material of ground source heat pump based on iron tailings,» *Energy Build* 174, pp. 1-12, 2018.
- [12] J. Lund y A. Toth, «Direct utilization of geothermal energy 2020 worldwide review,» *Applied Thermal Engineering*, vol. 90, 2020.
- [13] Top Big Data, «Como elegir un algoritmo de optimización,» 2021. [En línea]. Available: <https://topbigdata.es/como-elegir-un-algoritmo-de-optimizacion/>. [Último acceso: 18 01 2022].
- [14] A. Sözen, M. Özalp y E. Arcaklioglu, «Calculation for the thermodynamic properties of an alternative refrigerant (R508b) using artificial neural network,» *Applied Thermal Engineering*, vol. 27, pp. 551-559, 2007.
- [15] J. Martinez, «Gradiente Descendiente para aprendizaje automático.,» IArtificial.net, 2020. [En línea]. Available: <https://www.iartificial.net/gradiente-descendiente-para-aprendizaje-automatico>. [Último acceso: 18 01 2022].
- [16] H. Demuth y M. Beale, *Neural Network Toolbox for use with Matlab*, Massachusetts, USA: User's guide Version 4: The math Works, Inc , 2005.
- [17] T. Hagan y M. Menhaj, «Training feed forward networks with the Marquardt algorithm,» *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 5, pp. 989-993, 1994.

- [18] M. Hagan, H. Demuth, M. Beale y O. de Jesus, *Neural Network Design* 2da edición, PSW Publishing Co, 2014.
- [19] F. Mateo, *Redes neuronales y preprocesado de variables para modelos y sensores en bioingeniería*. Tesis doctoral, Departamento de Ingeniería Electronica. Valencia, España, 2012.
- [20] S. Verma, *Estadística básica para el manejo de datos experimentales: aplicación en la Geoquímica (Geoquimiometría)*., Centro de Investigación en Energía. Universidad Nacional Autónoma de México, 2006.
- [21] G. Hou y H. Thaherian, «Performance analysis of a hybrid ground source heat pump system integrated with liquid dry cooler,» *Applied Thermal Engineering*, vol. 159, 2019.
- [22] X. Wang, Y. Wang, Z. Wang, Y. Liu, Y. Zhu y H. Chen, «Simulation-based analysis of a ground source heat pump system using super long flexible heat pipes coupled borehole heat exchanger during heating season,» *Energy Conversion And Management*, vol. 164, pp. 132-143, 2018.
- [23] T. You, X. Li, S. Cao y X. Yang, «Soil thermal imbalance of ground source heat pump systems with spiral-coil energy pile groups under seepage conditions and various influential factors,» *Energy Conversion and Management*, vol. 178, pp. 123-136, 2018.
- [24] Q. Mao y Y. Chen, «Experimental investigation of thermal performance of a ground source heat pump system for spring season,» *Energy and Buildings*, vol. 152, pp. 336-340, 2017.
- [25] S. Koohi-Fayegh y M. Rosen, «Examination of thermal interaction of multiple vertical ground heat exchangers,» *Applied Energy*, vol. 97, pp. 962-969, 2012.

- [26] M. Wang, Z. Wu, Z. Chen, J. Tian y J. Liu, «Economic performance study on the application of ground source heat pump system in swine farms in Beijing China,» *AASRI Procedia*, vol. 2, pp. 8-13, 2012.
- [27] C. Tong, X. Li y L. Duanmu, «Sensitivity analysis of the ground-coupled heat pump system with horizontal ground heat exchangers in the cold regions of China,» *Building Simulation*, vol. 12, pp. 573-584, 2019.
- [28] Z. Liu, W. Xu, C. Qian y G. Jin, «Investigation on the feasibility and performance of ground source heat pump (GSHP) in three cities in cold climate zone,» *Renewable Energy*, vol. 84, pp. 89-96, 2015.
- [29] K. Wei, W. Li, J. Li y Y. Wang, «Study on a design method for hybrid ground heat exchangers of ground-coupled heat pump system,» *Intenational Journal of Refrigeration*, vol. 76, pp. 394-405, 2017.
- [30] J. Krzywanski y W. Nowak, «Artificial intelligence treatment of SO<sub>2</sub> emissions from CFBC in air and oxygen-enriched conditions,» *Journal of Energy Engineering*, vol. 142, 2016.
- [31] J. Krzywanski y W. Nowak, «Modeling of heat transfer coefficient in the furnace of CFB boilers by artificial neural network approach,» *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 55, pp. 4246-4253, 2012.
- [32] M. Liukkonen, M. Heikkinen, T. Hiltunen, E. Hälikkä, R. Kuivalainen y Y. Hiltunen, «Artificial neural networks for analysis of process states in fluidized bed combustion,» *Energy*, vol. 36, pp. 339-347, 2011.
- [33] M. Liukkonen, E. Hälikkä, R. Kuivalainen y Y. Hiltunen, «Modeling of nitrogen oxide emissions in fluidized bed combustion using artificial neural networks,» *Int. J. Data Eng.*, pp. 26-35, 2010.
- [34] M. Liukkonen, E. Hälikkä, R. Kuivalainen y Y. Hiltunen, «Process state identification and modeling in a fluidized bed energy plant by using artificial neural

- networks, in: Proc. Finnish-Swedish Flame Days.,» *The Finnish and Swedish National Committees of the International Flame Research Foundation (IFRF)*, 2009.
- [35] A. Abbassi y L. Bahar, «Application of neural network for the modeling and control of evaporative condenser cooling load,» *Applied Thermal Engineering*, vol. 25, pp. 3176-3186, 2005.
- [36] W. Gang, J. Wang y S. Wang, «Performance analysis of hybrid ground source heat pump systems based on ANN predictive control,» *Applied Energy*, vol. 136, pp. 1138-1144, 2014.
- [37] Y. Zhang, L. Zhou, Z. Hu, Z. Yu, S. Hao, Z. Lei y Y. Xie, «Prediction of layered thermal conductivity using artificial neural network in order to have better design of ground source heat pump system,» *Energies*, vol. 11, n° 7, 2018.
- [38] H. Benli, «Performance prediction between horizontal and vertical source heat pump systems for greenhouse heating with the use of artificial neural networks,» *Heat and Mass Transfer*, vol. 52, n° 8, pp. 1707-1724, 2016.
- [39] S. Park, H. Moon, K. Min, C. Hwang y S. Kim, «Application of a multiple linear regression and an artificial neural network model for the heating performance analysis and hourly prediction of a large-scale ground source heat pump system,» *Energy and Buildings*, vol. 165, pp. 206-215, 2018.
- [40] X. Huo, «Analysis of thermal response test for borehole heat exchangers of ground source heat pump system in granite area,» *Chin. J. Eng. Geophys.*, vol. 16, n° 2, pp. 243-248, 2019.
- [41] J. Shen, «Geothermal response test of ground source heat pump system in Xiuzhou photovoltaic town exhibition hall,» *Eng. Des*, vol. 3, pp. 210-211, 2017.
- [42] J. Liu, X. Huang y Y. Lei, «Operation analysis on geothermal heat pump system of a factory in Beijing,» *Resources & Industries*, vol. 19, n° 1, pp. 48-54, 2017.

- [43] Z. Wu, Y. Yu y J. Wei, «Test and analysis of thermal response of vertical buried pipe of soil source heat pump in Nanjing area,» *Archit. Technol.*, vol. 46, pp. 99-102, 2015.
- [44] L. Zhang, «Thermal response analysis and test of ground-source heat pump for ground burst in Xuzhou area,» *Anhui University of Science and Technology*, 2017.
- [45] J. Wang, «Analysis and simulation of ground thermal response test based on constant heat-temperature method and constant heat-flux method,» *Tianjin Univ.*, 2012.
- [46] Z. Yang, «Thermal response test and numerical simulation of vertical heat exchanger of ground source heat pump,» *Nanjing University of Aeronautics and Astronautics*, 2011.
- [47] J. Zhang y S. Zhao, «Thermal response test and analysis of ground source heat pump buried tube heat exchanger,» *Shanxi Architecture*, vol. 40, n° 32, pp. 203-205, 2014.
- [48] Z. Zhen, Y. Xu y L. Zhang, «Thermal Response Test for U-Tube Geothermal Heat Exchanger in Xuzhou,» *Build. Energy Efficiency*, vol. 42, n° 7, pp. 28-32, 2014.
- [49] X. Liu, J. Zhen y Y. Hu, «Thermal response testing analysis on a GSHP project in the North of Zhejiang Province,» *Build. Energy Environ.*, vol. 30, n° 6, pp. 80-82, 2011.
- [50] P. Hu, Z. Yu, N. Zhu y L. Fei, «Performance study of a ground heat exchanger based on the multipole theory heat transfer model,» *Energy and Buildings*, vol. 65, pp. 231-241, 2013.
- [51] Y. Zhou, Y. Zhang y Y. Xu, «Influence of grout thermal properties on heat transfer performance of ground source heat exchangers,» *Sci. Technol. Built Environ.*, vol. 24, pp. 461-469, 2018.



- [52] Y. Shang, S. Li y H. Li, «Analysis of geo-temperature recovery under intermittent operation of ground-source heat pump,» *Energy Build*, vol. 43, n° 4, pp. 935-943, 2011.
- [53] V. Bansal, R. Misra, G. Agarwal y J. Mathur, «Transient effect of soil thermal conductivity and duration of operation on performance of Earth Air Tunnel Heat Exchanger,» *Applied Energy*, vol. 103, pp. 1-11, 2013.
- [54] H. Esen y M. Inalli, «In-situ thermal response test for ground source heat pump system in Elazığ, Turkey,» *Energy Build*, vol. 41, pp. 395-401, 2009.
- [55] Y. Noorollahi, R. Saeidi, M. Mohammadi, A. Amiri y M. Hosseinzadeh, «The effects of ground heat exchanger parameters changes on geothermal heat pump performance-A review,» *Applied Energy Engineering*, vol. 129, pp. 1645-1658, 2018.
- [56] R. Beier y W. Holloway, «Changes in the thermal performance of horizontal boreholes with time,» *Applied Thermal Engineering*, vol. 78, pp. 1-8, 2015.
- [57] C. Chong, G. Gang, A. Verhoef, R. Gonzalez y P. Vidale, «Simulation of thermal performance of horizontal slinky-loop heat exchangers for ground source heat pumps,» *Applied Energy*, vol. 104, pp. 603-610, 2013.
- [58] M. Tatlier y A. Şenatalar, «Effects of metal mass on the performance of adsorption heat pumps utilizing zeolite 4A coatings synthesized on heat exchanger tubes,» *International Journal of Refrigeration*, vol. 23, n° 4, pp. 260-268, 2000.
- [59] R. Dasare y S. Saha, «Numerical study of horizontal ground heat exchanger for high energy demand applications,» *Applied Thermal Engineering*, vol. 85, pp. 252-263, 2015.
- [60] Y. Shang, M. Dong y S. Li, «Intermittent experimental study of a vertical ground source heat pump system,» *Applied Energy*, vol. 136, pp. 628-635, 2014.



- [61] B. Zhao, «Study on heat transfer of ground heat exchanger based on wedgelet finite element method,» *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 74, pp. 63-68, 2016.
- [62] GB 50366-2009, Technical Code for Ground Source Heat Pump System, China: Architecture & Building Press, 2009.
- [63] R. C. Almeida, «Inteligencia Artificial. Práctica 2 (Redes Neuronales),» Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, s.f.
- [64] J. Xu, X. Zhao y Y. Yu, «Parametric sensitivity analysis and modelling of mechanical properties of normal- and high-strength recycled aggregate concrete using greytheory, multiple nonlinear regression and artificial neural networks,» *Construction and Building Materials*, vol. 211, pp. 479-491, 2019.
- [65] J. Xu, Y. Chen, T. Xie, X. Zhao, B. Xiong y Z. Chen, «., Prediction of triaxial behavior of recycled aggregate concrete using multivariable regression and artificial neural network techniques,» *Construction and Building Materials*, vol. 226, pp. 534-554, 2019.
- [66] GB 50366-2009, Technical Code for Ground Source Heat Pump System, China: Architecture & Building Press, 2009.