

Software para calcular el espectro de la radiación de Cherenkov en metamateriales

Software for calculating the spectrum of the Cherenkov radiation in metamaterials

Gennadiy Burlak,^{1*} Erika Martínez-Sánchez¹

¹Centro de Investigación en Ingeniería y Ciencias Aplicadas, Universidad Autónoma del Estado de Morelos. Av. Universidad 1001, col. Chamilpa, CP 62210, Cuernavaca, Morelos, México.

* Correo-e: gburlak@uaem.mx

PALABRAS CLAVE:

índice refractivo negativo, material dispersivo, radiación de Cherekov.

RESUMEN

En este trabajo, se estudió numéricamente el espectro de la radiación óptica de Cherenkov generada por un grupo anisotrópico de electrones al atravesar un metamaterial dispersivo tridimensional. Dicho material dispersivo se describió por el modelo de Drude. En el enfoque adoptado, los parámetros del metamaterial son fijos. El espectro de frecuencias de las excitaciones internas del sistema generadas por el paso de la partícula a una velocidad más grande que la velocidad de la luz en el medio, quedaron bien definidas como un resultado de la simulación numérica.

KEYWORDS:

negative refractive index, dispersive material, Cherenkov radiation.

ABSTRACT

The spectrum of Cherenkov's optical radiation generated by an anisotropic group of electrons passing through a dispersive tridimensional metamaterial was studied numerically. Such dispersive material was described by Drude model. In this approach, metamaterial parameters are fixed. The frequency spectrum of the system internal excitations generated by the passage of the particle at a rate greater than the speed of light in the medium, were well defined as a result of numerical simulation.

1 INTRODUCCIÓN

Los parámetros fundamentales que caracterizan las propiedades electromagnéticas de un medio son la permitividad eléctrica (ϵ) y la permeabilidad magnética (μ) [1, 2]. Desde nuestra perspectiva, sin duda los materiales más interesantes son aquellos que conforman la región con parámetros y simultáneamente negativos y, por lo tanto, con índice refractivo negativo; éstos son llamados “metamateriales” o NIM (negative index metamaterial) [3], pues se encuentran “más allá de los materiales convencionales”.

Estos NIM no existen en la naturaleza, sino que son fabricados por el hombre, hecho investigado teóricamente a detalle por Víctor Veselago en 1968 [4]. Pero fue después de 38 años, cuando John B. Pendry [5, 6], propuso la utilización de materiales artificiales, logrando abrir por completo una nueva área de investigación en metamateriales.

A través de la interacción de un metamaterial con las ondas electromagnéticas (EM), se pueden producir fascinantes propiedades físicas no disponibles en la naturaleza [7]. Estamos hablando de la siguiente cualidad: “en un NIM, la dirección del flujo de energía y la dirección de la velocidad de fase son opuestas” [3]. La intervención de los NIM ha logrado modificar las leyes de algunos fenómenos físicos más destacados, tales como; la ley de Snell, efecto de Doppler [19], radiación de Cherenkov, efecto Goos-Hanchen, entre otros.

Los metamateriales están constituidos de distribuciones de forma periódica o, al azar, de elementos estructurados, cuyo tamaño y espaciado son mucho más pequeños que la longitud de onda de las ondas (EM); se debe señalar que el proceso de obtención de los parámetros y no es trivial, especialmente cuando los metamateriales son anisotrópicos o bi-anisotrópicos y la luz incidente es oblicua [7].

La posibilidad de crear metamateriales ópticos con índice refractivo negativo usando nano-estructuras compuestas de metal-dieléctrico, ha provocado intensa investigación básica y aplicada en los últimos años [10-15]. El más exitoso NIM hasta el momento es la estructura “fishnet”, que consta de dos capas de mallas metálicas separadas por un dieléctrico espaciador de capas [8].

En electromagnetismo, los metamateriales son de particular importancia (especialmente en la óptica y la fotónica). Éstos presentan un considerable potencial para una gran variedad de aplicaciones ópticas y de microondas tales como; nuevos tipos de sistemas moduladores, banda de filtros de transición, lentes, acopladores de microondas, y antenas aleatorias [20-22].

El desempeño de todas las aplicaciones de NIM es significativamente limitada por la inherente y fuerte disipación de energía en metales, especialmente en la región cerca de la longitud de onda IR y visible [10]. Sin embargo, recientemente, algunos autores han demostrado que la incorporación de un material de ganancia en un NIM, permite fabricar metamateriales con muy baja pérdida [8].

2 RADIACIÓN DE CHERENKOV

La radiación de Cherenkov es una radiación de tipo electromagnética producida por la energía electromagnética radiada por una partícula cargada que cruza un aislante a una velocidad más grande que la correspondiente a la velocidad de la luz en el medio. Esta radiación electromagnética se emite dentro de un cono con ángulos de salida originados en la partícula cargada. El ángulo del cono puede determinarse mediante la relación $\cos(\theta) = 1/\eta v_0$, donde v_0 es la velocidad de la partícula normalizada por la velocidad de la luz en el vacío y η es el índice refractivo.

Cuando el efecto de Cherenkov se manifiesta en un NIM, se invierte el resultado, esto es: notemos que el ángulo de salida del cono tiene dependencia del signo de η , en este caso los frentes de onda se desplazan hacia la fuente.

La radiación de Cherenkov en un NIM ha sido estudiada en numerosas trabajos [15-16]. En esta investigación, analizamos numéricamente los detalles del espectro de la radiación óptica de Cherenkov por un no-relativista anisotrópico grupo de electrones penetrando un metamaterial 3D con baja pérdida.

2.1 Ecuaciones fundamentales

Dada la estructura forjada y compleja de los metamateriales, es necesario una formulación dispersiva que permita explicar el comportamiento del transporte de electrones en tal material; esta formulación queda

detallada por el modelo de Drude. Siguiendo la configuración de dicho modelo, las ecuaciones de Maxwell que se ajustan a nuestro estudio son las siguientes:

$$\nabla \times E = -\mu_0 \mu_a \frac{\partial H}{\partial t} + J_m + \sigma_m H \quad (1)$$

$$\nabla \times H = \epsilon_0 \epsilon_a \frac{\partial E}{\partial t} + qv_0 f(r,t) + J_e + \sigma_e E \quad (2)$$

Donde $J_{e,m}$ son la corriente eléctrica y magnética, respectivamente; las cuales cumplen, además, las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_e}{\partial t} + \gamma_e J_e &= b_e E, \\ \frac{\partial J_m}{\partial t} + \gamma_m J_m &= b_m H \end{aligned} \quad (3)$$

donde, $\gamma_{e,m}$ son las frecuencias de colisión, $b_e = \epsilon_2 \omega_{pe}^2$, $b_m = \mu_2 \omega_{pm}^2$, $\omega_{pe,m}$ equivalen a las frecuencias de plasma eléctrica y magnética, respectivamente; $\sigma_{e,m}$ son las conductividades eléctrica y magnética, y ϵ_a, μ_a son las funciones dieléctrica y magnética del medio anfitrión respectivamente [1, 9].

3 DESCRIPCIÓN DE LA SIMULACIÓN

En un metamaterial con estructura fishnet hemos considerado un grupo de electrones con carga que moviéndose a una velocidad paralela a la dirección x . ($v_0 = e_x$). La densidad del grupo es definida por el anisotrópico impulso Gaussiano como:

$$f(r,t) = \cos(\omega_0 \cdot t) W^{-2} \exp\{-[x - v_0 t^2 + y^2 q_2^2 + z^2 / q_2^2] / W^2\} \quad (4)$$

donde $q_2 \geq 1$ es constante y W es el ancho del grupo.

En las simulaciones, se usan variables adimensionales donde, para la normalización, la velocidad de la luz en el vacío es $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ y la escala típica espacial es de $l_0 = 10 \text{ nm}$. Algunos metamateriales exhiben propiedades anisotrópicas y, en este caso, la permitividad y permeabilidad se convierten en tensor [17]. Por simplicidad, en este trabajo nos concentramos en una geometría homogénea.

En experimentos ópticos es frecuente referir sólo a parámetros del material ($\gamma_{e,m}, \sigma_{e,m}, \omega_{e,m}$). De la misma manera, resulta interesante considerar en el estudio de la radiación de Cherenkov un sistema que inicie con los principios más simples haciendo uso de los parámetros del material sin referencias a una banda de frecuencias operativa. En esta situación el espectro de frecuencias de las excitaciones internas resultantes debe dejarse como un parámetro libre que será definido con base en las simulaciones numéricas.

Para un material dispersivo 3D, el análisis se hace muy complejo al ser considerado analíticamente, por ello, se aplica el método en el dominio del tiempo FDTD [18].

Hemos examinado una composición espacial promedio de metamaterial nano-estructurado compuesto de metal-dieléctrico (fishnet), similar al que fue utilizado en el experimento de la referencia [8]. En este caso, la escala espacial promedio es $\sim 100 \text{ nm}$, que es menor a la longitud de onda IR y visual (780 nm). En nuestras simulaciones numéricas se usa una malla L^3 , con $L=100, 120, 150$. Para evitar las reflexiones de ondas no físicas en las fronteras numéricas 3D se han aplicado las condiciones de frontera absorbentes (ABC [18]).

La trayectoria que se llevó a cabo para la simulación, se resume en los siguientes pasos:

1. En primer lugar, calculamos el campo dinámico en espacio-tiempo que queda definido por el grupo de electrones atravesando el espacio y que es representado por la malla computacional (ecuaciones (1-3)).

2. Aplicar el análisis de Fourier para las dependencias del tiempo calculadas en el paso 1 con el fin de revelar el espectro de las excitaciones internas del sistema.

3.1 Condiciones y datos de la simulación

Se han simulado numéricamente tres casos; el primero, y como prueba de la validación del modelo, es la verificación de la radiación convencional de Cherenkov en un medio dieléctrico. El segundo, corresponde al experimento para la observación y análisis de la radiación inversa de Cherenkov en la situación de una partícula que atraviesa un material con velocidad v_0 y frecuencia cero ($\omega_0 = 0$). El tercero, consiste en observar y analizar el fenómeno que ocurre cuando una partícula con $\omega_0 \neq 0$ atraviesa el material.

Las condiciones de la simulación se muestran a continuación.

Las ondas de luz emitidas desde la partícula, recorren una distancia de $r = t \cdot c$, donde t es el tiempo y c es la velocidad de la luz emitida. Mientras que la distancia recorrida por la partícula se define como $r_p = t \cdot v_0$ tal que v_0 es la velocidad de la partícula. Definamos a θ , como el ángulo que se forma entre r y r_p . Precizando una relación para la velocidad de la luz emitida y la velocidad de la partícula, se llega a la relación:

$$\cos(\theta) = \frac{c}{v_0} \quad (5)$$

Para que se satisfaga la igualdad de la ecuación (5), v_0 tiene que ser mayor que c , dado que $|\cos(\theta)| \leq 1 \leftrightarrow v_0 > 0$. En un material, recordemos que una partícula viaja a una velocidad distinta a la velocidad de la luz. Podemos deducir de la ecuación para el índice refractivo $\eta = \frac{c}{v}$, donde v es la velocidad de fase de dicho medio; $c \rightarrow v$ y $v = \frac{c}{\eta}$; entonces:

$$\cos(\theta) = \frac{c}{v_0} = \frac{c}{\eta v_0} \quad (6)$$

La relación (6) se satisface si, $\frac{c}{\eta v_0} < 1 \rightarrow v_0 > \frac{c}{\eta}$. Tenemos ahora una expresión que calcula el ángulo formado por la dirección de la propagación de la onda y la velocidad de la carga (Ec. 6) [1]. La partícula radia cuando su velocidad es igual a $v_0 = \frac{c}{\eta}$, es decir cuando $\cos(\theta) = 1$, cuando esto ocurra, llamaremos a v_0 como velocidad crítica, $(v_{cr} = \frac{c}{|\eta|})(v_{cr} = \frac{c}{|\eta|})$; que corresponde a la velocidad crítica del grupo de electrones v_0 cuando la radiación de Cherenkov se manifiesta en un dieléctrico sin dispersión con índice refractivo η . Por lo tanto, hay radiación cuando $v_0 \geq v_{cr}$ y no hay radiación cuando $v_0 < v_{cr}$. Hemos notamos que en un medio dispersivo, v_{cr} depende de parámetros de frecuencia. Debemos poner atención en la relación $c > v_0 > v_{cr}$. Para nuestros cálculos se usa el ángulo complementario $\theta_1 = \frac{\pi}{2} - \theta$, obteniendo así

la relación, misma que para un material convencional con $\eta > 0$, θ_1 es positivo ($\theta_1 = \theta_{1+} > 0$), mientras que para un metamaterial con $\eta < 0$, θ_1 es negativo ($\theta_1 = \theta_{1-} < 0$).

En cuanto a la velocidad de la luz, dado que estamos simulando el espacio tridimensional en una malla numérica 3D, debemos tomar en cuenta que este valor es diferente a la velocidad de la luz en el espacio. Una malla computacional está formada por cierto número de cubitos con longitud conocida, para que la luz viaje en este espacio de cómputo tiene que recorrer tres aristas para alcanzar el siguiente cubo y seguir su recorrido.

Definamos dl para esta geometría:

$$\Delta l = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2} = \sqrt{3}h \quad (7)$$

La velocidad numérica normalizada de la propagación del campo en 3D para una malla numérica es $\frac{dl}{dt} = \frac{\sqrt{3}dx}{dt}$. En lo siguiente, nos referimos a $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{dl}{dt} = c_n \equiv 0.577$ como la velocidad de la luz normalizada en el vacío en una malla numérica; tal que $c \rightarrow c_n$ y $c_n > v_0$. Algunos de los datos numéricos que han sido utilizados en los cálculos, tanto en la simulación en un medio dieléctrico convencional, como en el experimento aplicado a un metamaterial son:

$$\epsilon_a = 1.44, \mu_a = 1, \omega_0 = 0, \gamma_e = \gamma_m = 0, \sigma_e = \sigma_m = 0, W = 3 \text{ y } q_2 = 2. \quad (8)$$

4 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LOS EXPERIMENTOS NUMÉRICOS

Siguiendo la metodología mostrada en los pasos 1 y 2 de la sección 4, se realiza la simulación del efecto Cherenkov en un dieléctrico, claro está que la ϵ y μ no dependen de la frecuencia, así que las frecuencias de plasma $\omega_{ps} = 0$, $\omega_{pm} = 0$ y un índice refractivo de $\eta=1.12$. Como primer resultado se muestra en la

figura 1 a) el campo electromagnético que produce un grupo de electrones que viaja en un dieléctrico con una velocidad $v_0 = 0.52 > v_{cr} = 0.475$. Bajo las consideraciones correspondientes para la emisión de la radiación de Cherenkov, podemos observar claramente definida la onda frontal de Cherenkov con el ángulo $\theta = 67.67^\circ$ que corresponde al η y v_0 especificadas, con una precisión de 1%. En la figura 1 b), c) y d) hemos colocado las fotografías del campo dinámico que emerge en un NIM a diferentes velocidades de la partícula, con valores de $v_0 = 0.52, 0.4$ y 0.35 respectivamente.

Podemos observar una evidente diferencia entre el comportamiento del campo en un dieléctrico y en un NIM. En NIM se muestra la formación de la estructura de un campo periódico, claramente observamos la formación de los frentes de onda con un ángulo de emisión negativo en la zona cercana a la salida del sistema (figura 1 (d)).

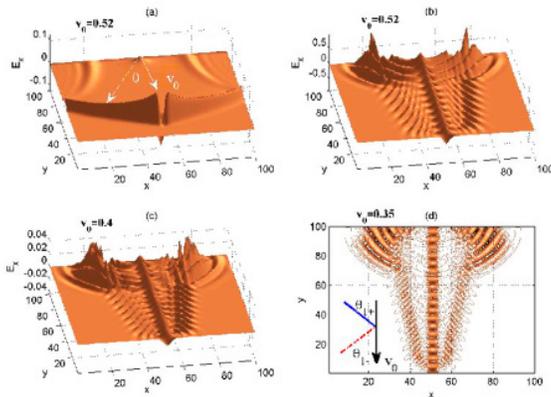


Figura 1. Fotografías de la componente del campo $E_x(r, t)$ en el plano $x, y, z=80$
 (a) Dieléctrico sin dispersión con $\omega_{pe} = \omega_{pm} = 0$ que muestra el ángulo de emisión de luz a una velocidad de la partícula de $v_0 = 0.52$
 (b), (c) y (d) Metamaterial con $\omega_{pe} = 5, \omega_{pm} = 7$ a diferentes velocidades $v_0 = 0.52; 0.4; 0.35$
 (d) se muestra el ángulo complementario $\theta \pm$ para los casos $\eta > 0$ y $\eta < 0$, respectivamente

Las oscilaciones en la parte superior de las figuras, exhiben las ondas de choque (radiación de inicio) surgidas por el grupo cargado al comienzo del movimiento.

Con el objetivo de examinar el tipo de dinámica interna que ocurre en el sistema, hemos estudiado la dependencia del tiempo de los campos $E(r, t)$ y $H(r, t)$

en algunos puntos fijos r_0 . En la figura 2 se muestra dicha dinámica en el punto $r_0 = (50, 50, 80)$ en un tiempo total de 400.

Las figuras 2 (a) y (b) muestran oscilaciones a pesar de que la carga ya haya abandonado el sistema. Para obtener exactamente el dato de la frecuencia a la que el sistema queda oscilando, se ha aplicado el análisis de Fourier (figura 2 (d)), aquí se muestra que el espectro de tal movimiento oscilante tiene un pico estrecho a una frecuencia de $\omega = 4.08$, mismo que se encuentra en el área de la frecuencia de plasma eléctrica.

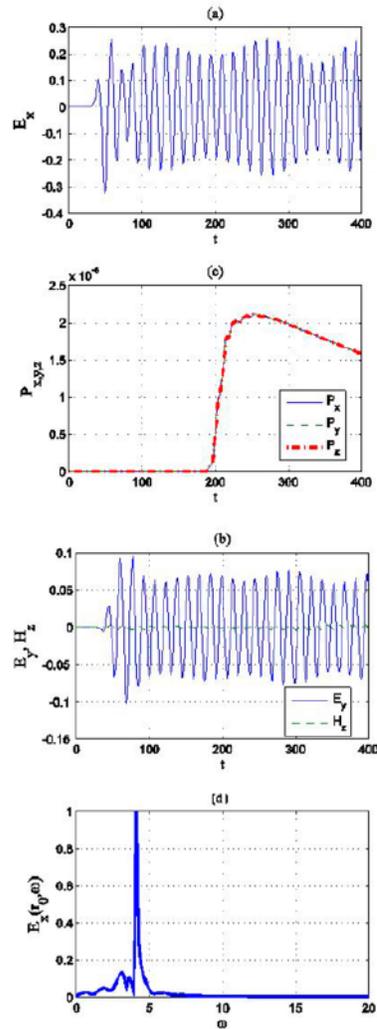


Figura 2. Dinámica del campo electromagnético en metamaterial en el punto $r_0=(50,50,80)$ con $L, L=100$
 (a) $E_x(r_0, t)$
 (b) $E_y(r_0, t)$ y $H_z(r_0, t)$
 (c) Componentes del vector de Pointing $P_x(t), P_y(t), P_z(t)$ en la salida al plano $x=0$
 (d) Espectro de Fourier de $E_x(r_0, t)$ teniendo una resonancia de $\omega_0=4.08$

En este caso, la frecuencia ω obtenida experimentalmente, débilmente depende del valor de la frecuencia de plasma magnética. La figura 2 (c) muestra la dinámica del tiempo promedio de vector de Poynting P en la salida del plano. Observamos que tal flujo llega a la salida con algún tiempo de retraso Δt igual al tiempo de movimiento del grupo de electrones a través del sistema $\Delta t = L/v_0$.

Las amplitudes P_{xyz} lentamente se reducen debido a la radiación de las excitaciones plasmónicas fuera del sistema. Desde que $P_i \neq 0$, concluimos que tales excitaciones corresponden a la propagación plasmónicas más que a las oscilaciones estáticas de plasma a la frecuencia ω_{pe} .

Finalmente, es interesante calcular el valor del índice refractivo del metamaterial que cuenta con una frecuencia de resonancia $\omega_0 = 4.08$ experimentalmente encontrada. La permitividad y permeabilidad dispersiva quedan descritas por $\epsilon(\omega) = \epsilon_a - \omega_{pe}^2/(\omega^2 + i\gamma_e\omega)$ y $\mu(\omega) = \mu_a - \omega_{pm}^2/(\omega^2 + i\gamma_m\omega)$. Para tales $\epsilon(\omega)$ y $\mu(\omega)$, el índice refractivo complejo puede ser escrito de la siguiente manera [26]:

$$\eta(\omega) = \sqrt{|\epsilon(\omega)\mu(\omega)|}e^{i[\varphi_\epsilon(\omega)+\varphi_\mu(\omega)]/2} \quad (8)$$

Sustituyendo la frecuencia de resonancia $\omega_0 = 4.08$ en la ecuación (7) obtenemos que $\eta = -0.33 - i10^{-2}$, comprobando de esta manera que estamos trabajando en un NIM. De acuerdo con nuestros resultados obtenidos se han realizado e investigado a detalle una serie de pruebas para valores que satisfacen la relación $\omega_{pe} < \omega_{pm}$ y se han encontrado resultados favorables, logrando simular un metamaterial y el fenómeno invertido de Cherenkov. Surge entonces la siguiente pregunta: ¿Cuándo, tal estado (campo + plasmones) tendrá el mismo comportamiento para la relación alternativa ($\omega_{pe} > \omega_{pm}$)?, es conveniente comparar el espectro para tal situación indicada.

Realizando las pruebas pertinentes, se han elegido las fotografías que aparecen en la figura 3 para hacer una comparación del campo que se genera cuando se satisface la relación $\omega_{pe} < \omega_{pm}$ y el caso contrario ($\omega_{pe} > \omega_{pm}$). Examinando la figura 3 (a) y (c) cuando $\omega_{pe} < \omega_{pm}$, la onda electromagnética todavía se genera cerca del área de la frecuencia plasmónica y el ángulo de emisión claramente tiene un valor negativo.

La transformada de Fourier en la figura 3 (c), muestra que en esta situación la frecuencia de resonancia para $E_x(\mathbf{r}_0, \omega)$ de nuevo se levanta a $\omega_0 \approx 4.08$ en donde el índice de refracción correspondiente es $\eta(\omega_0) = -0.34 - 0.00056i$, por lo que se manifiesta el caso del NIM. Sin embargo, como podemos ver en la figura 3 (b) y (d) la relación opuesta ($\omega_{pe} > \omega_{pm}$) ($\omega_{pe} > \omega_{pm}$) conduce a que la onda electromagnética (3 (b)) posea amplitudes más pequeñas con respecto a la figura 3 (a). Además, $E_x(\mathbf{r}_0, \omega)$ tiene resonancia máxima en $\omega_0 = 5.56$ donde el índice refractivo $\eta(\omega_0) = 8.1 \cdot 10^{-5} - 0.14i$ es casi un imaginario puro. Este último representa un medio con disipación esencial de onda electromagnética más que un NIM.

Podemos concluir que la radiación inversa de Cherenkov puede ser consistentemente observada en metamateriales con la relación $\omega_{pe} < \omega_{pm}$.

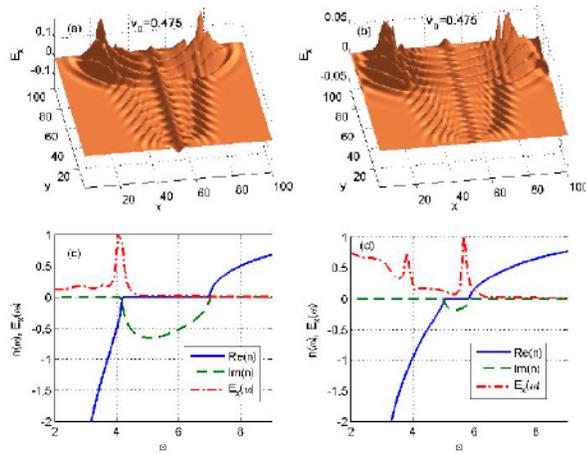


Figura 3. Fotografías de componente del campo $E_x(r, t)$ en el plano $(x, y, z=80)$ para un metamaterial a una velocidad de la partícula de $v_0 = v_{cr} = c_n/\eta_a = 0.475$ y en un tiempo de $t=400$

(c), (d) Dependencia de la frecuencia del índice refractivo $\eta(\omega)$ y $E_x(\mathbf{r}_0, \omega)$, donde el punto $\mathbf{r}_0=(50,50,80)$

(a), (c) $\omega_{pe} = 5 < 7 = \omega_{pm}$

(b), (d) $\omega_{pe} = 7 > 5 = \omega_{pm}$ Los picos de frecuencia máxima de $E_x(\mathbf{r}_0, \omega)$ están en (c) a $\omega_0 = 4.08$ y (d) a $\omega_0 = 5.56$

Al continuar con nuestro experimento, y con el objetivo de estudiar más detalles sobre la radiación inversa de Cherenkov, nos interesamos en realizar observaciones para el caso donde la partícula que

atraviesa al material cuenta con su propia frecuencia (ω_0). Hemos encontrado resultados interesantes pero, antes de mostrarlos, definamos el concepto de envolvente:

Definición 1: Se llama envolvente a una curva que es tangente en cada punto a una curva distinta de una familia de curvas o rectas de características comunes. Cuando una familia de curvas se dibuja de manera conjunta, su envolvente toma forma.

Ahora bien, hemos considerado la observación de dicho fenómeno en un rango de $0 < \omega_0 < 1.2$, para los valores $\omega_0=0; 0.15; 0.6; 0.95; 1.2$ y los parámetros $\omega_{pe} = 3$ y $\omega_{pm} = 7$. Se ha capturado el comportamiento del sistema en un tiempo de $t=350$ la radiación que genera una partícula al atravesar un metamaterial 3D a una velocidad de $v_0 = 0.475$. El tamaño de la malla numérica es de $dx=dy=dz=100$ y el ancho del impulso es $W=3$. Dentro del rango de observaciones de ω_0 se han encontrado los casos para la radiación inversa de Cherenkov, radiación convencional con ángulo de salida positivo y la no radiación de la partícula que se hace presente en $\omega_0 = 1.2$, alcanzando un índice refractivo positivo de $\eta=0.02$ y una frecuencia de resonancia de $\omega=7.18$.

En la figura 4 se muestran algunas curvas donde se hizo presente la radiación inversa y convencional. Hemos notado, que con el aumento de ω_0 (trayecto de la figura 4 (a)-(b)) las amplitudes de las oscilaciones internas del sistema aumentan, consiguiendo de esta manera que la partícula radie desde más direcciones de ella. Para este caso en particular ($\omega_{pe} = 3, \omega_{pm} = 7$).

El intervalo de frecuencias donde se observó la radiación inversa correspondiente a $0 < \omega_0 < 0.3$ aproximadamente. Se observó también el efecto de la radiación convencional entre el rango $0.7 < \omega_0 \leq$; para esta situación, la envolvente de la curva de las excitaciones internas del sistema cuenta con valles y crestas menos pronunciadas (ver figura 4 (d)), que para el caso de la radiación inversa (figura 4 (b)).

Existe un pequeño intervalo donde se da el cambio de dirección de la radiación, dicho cambio se encuentra aproximadamente entre $\omega_0 = 0.3$ y $\omega_0 = 0.5$. En este intervalo, la envolvente de las excitaciones del sistema se comporta como una exponencial, que obtiene, con el paso del tiempo, impulsos con una envolvente evanescente. De aquí, concluimos que la envolvente de nuestro sistema caracteriza al tipo de radiación que obtendremos y el trayecto del cómo se llega de una a la otra; además, este

rango de frecuencias donde se manifiesta el cambio de dirección tiene total dependencia de ω_{pe} , es decir en la resonancia del sistema.

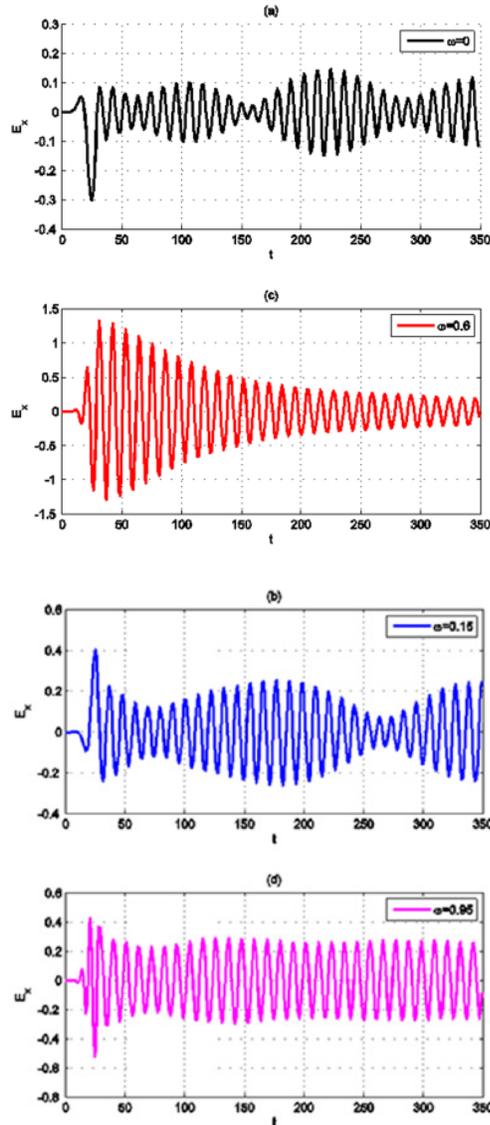


Figura 4. Dinámica interna del sistema
 (a) $\omega_0=0$
 (b) $\omega_0=0.15$, con el aumento de ω_0 , la amplitud de los impulsos aumenta, se obtiene que la particular radie con mayor intensidad desde más direcciones de ella
 (c) $\omega_0=0.6$, lapso donde la envolvente del sistema se comporta de forma exponencial, es en este trayecto donde se realiza el cambio de dirección de la radiación
 (d) $\omega_0=0.95$, la envolvente del sistema se comporta de manera uniforme con valles y crestas despreciables, en este momento se observa la radiación convencional en un NIM

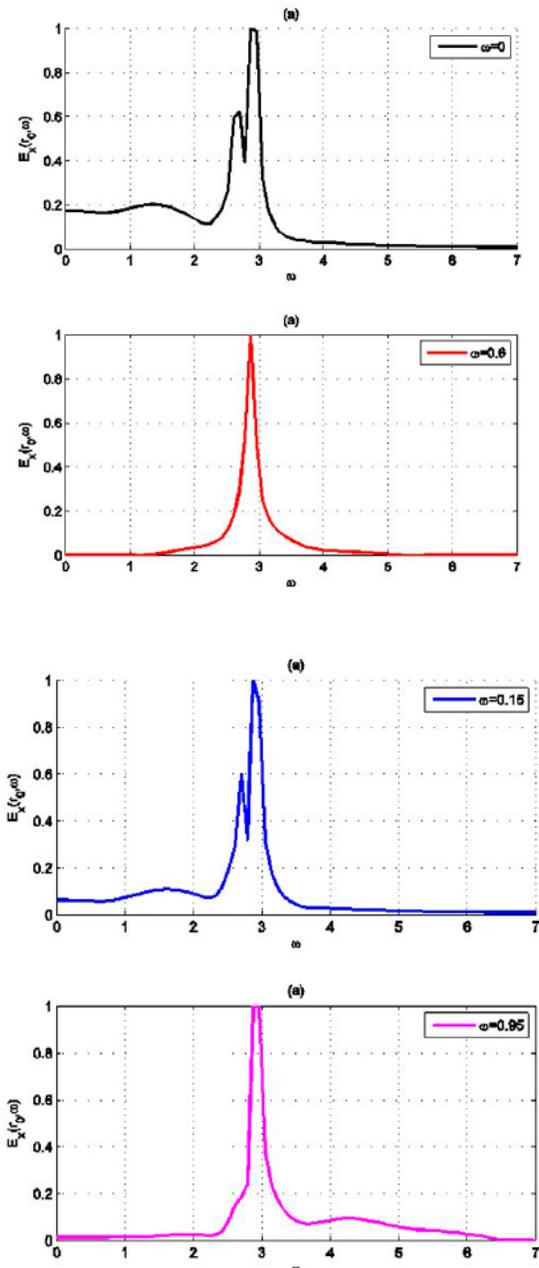


Figura 5. Espectro de Fourier de la dinámica del campo generada a diferentes frecuencias de la partícula
 (a), (b) Espectro correspondiente a los casos donde hay radiación inversa; para que suceda este fenómeno, el resto de las frecuencias del sistema son menores que la frecuencia característica ($\omega=2.96$)
 (c) Sólo hay un pico, en este trayecto se da el cambio de sentido de la radiación
 (d) Los valores mayores a la frecuencia, característica del sistema, muestran la existencia de una radiación convencional

La figura 5 muestra el espectro de Fourier para las situaciones distintas de ω_0 . La frecuencia de resonancia coincide para los cuatro casos de ω_0 , que alcanza un valor de $\omega=2.96$ y un índice refractivo de $\eta=-0.343$, de aquí, queda indicado que los impulsos internos del sistema oscilan con la misma frecuencia para las diferentes ω_0 dadas.

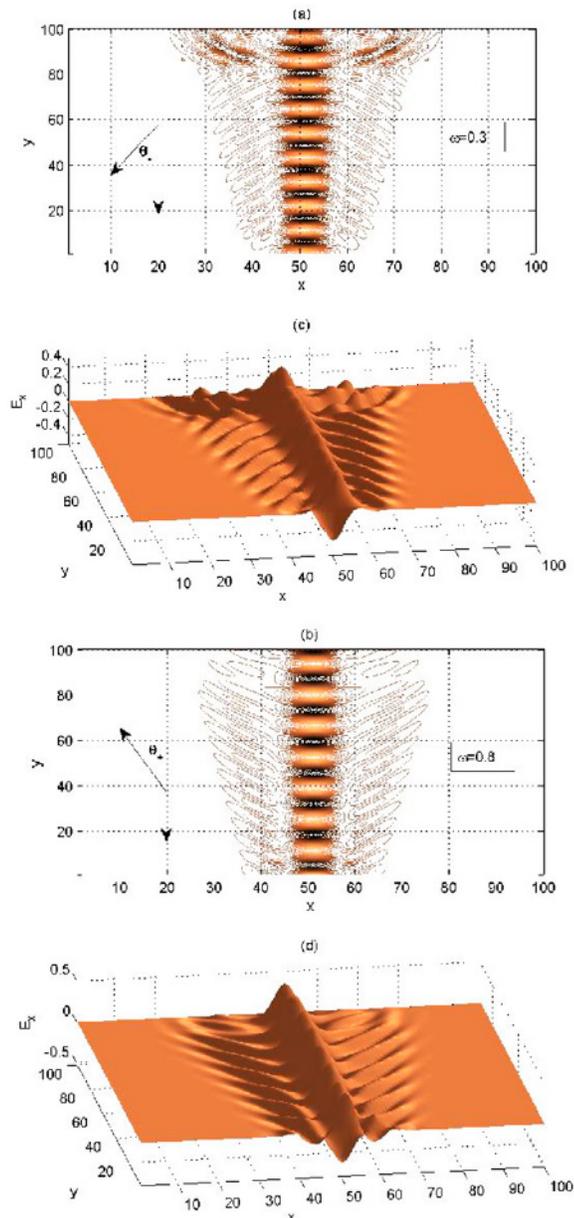


Figura 6. Radiación inversa y convencional con dependencia de ω_0
 (a), (c) Radiación inversa, con $\omega_0=0.3$, y ángulo de salida negativo (θ^-)
 (b), (d) Radiación convencional con $\omega_0=0.8$ con ángulo de salida positivo (θ^+)

Finalmente, se muestra en la figura 6 (a), (c) el campo generado por la partícula a una $\omega_0=0.3$, que se encuentra dentro del rango de valores de frecuencia mencionados para la obtención del ángulo de salida negativo $\theta < 0$. Podemos ver, además, que el ángulo $\theta > 0$ en la figura 6 (b), (d) es positivo, teniendo como resultado una radiación convencional.

CONCLUSIONES

Con el estudio numérico del paso de una partícula que atraviesa un metamaterial, se logró observar la radiación inversa de Cherenkov en diferentes regímenes de la propia frecuencia de una partícula. El cálculo del espectro de la dinámica del campo nos ayudó a encontrar una frecuencia característica γ , con ello, a la obtención del índice refractivo negativo. Además, exploramos el rango de frecuencias $0 \leq \omega_0 \leq 1$, que alcanza en él la radiación inversa, convencional y el estado de la no radiación de la partícula. Asimismo, la envolvente del sistema muestra un comportamiento característico para cada tipo de radiación.

REFERENCIAS

1. Jackson, J. D. (1999). Classical Electromagnetics, John Wiley and Sons, New York, 3a. edición.
2. Comerón-Tejero, A., Canal-Bienzobal F. (1998). Campos electromagnéticos [ref. 2013]. Disponible en: <http://fieee.zoomblog.com>
3. Wenshan, V. Wenshan Cai, Shalaev V. (2010), *Optical Metamaterials*.
4. Veselago, V. G. (1968). The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ , *Sov. Phys. Usp.*, 10: 509-514.
5. Pendry J. B., Smith D. R. (2004) Reversing light with negative refraction. *Phys Today* 57:37-43
6. Yongmin, Xiang, Yongmin Liua, Xiang Zhang, (2011). Metamaterials: a New Frontier of Science and Technology, *Chem. Soc. Rev.*
7. Shumin Xiao, Drachev, V. P., Kildishev, A. V., Xingjie Ni, Uday K. Chettiar, Hsiao-Kuan Yuan, Shalaev, V. M.. (2010). Loss-free and active optical negative-index metamaterials. *LETTERS*.
8. Oughstun, K. E. (2009). Electromagnetic and Optical Pulse Propagation 2: Temporal Pulse Dynamics in Dispersive, *Attenuative Media* (Springer Series in Optical Sciences). Springer.
9. Shalaev, V. M. (2007). Optical negative-index metamaterials, *Nature Photonics*, 1, 41-48.
10. Chen, H., Chan, C. T., Sheng, P. (2010). Transformation optics and metamaterials. *Nature Materials*, 9, 387-396.
11. Gordon, J. A., Ziolkowski, R. W. (2008). CNP optical metamaterials, *Opt. Express*, 16, 6692-6716.
12. Shalaev, V. M., Wenshan Cai, Uday K. Chettiar, Hsiao-Kuan Yuan, A. K. Sarychev, V. P. Drachev, A. V. Kildishev. (2005). Negative index of refraction in optical metamaterials, *Optics Letters*, 30(24), 3356-3358.
13. Subimal Deb, S. Dutta Gupta, (2010). Absorption and dispersion in metamaterials: Feasibility of device applications. *Journal of Physics*, 75(5), 837-854.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo es parcialmente apoyado por CONACYT, proyecto 169496.

14. Yu. O. Averkov, V. M. Yakovenko. (2005). Cherenkov radiation by an electron bunch that moves in a vacuum above a left-handed material. *Physical Review B*, 79, 193402-193412.
15. Duan, Z. Y., B. I. Wu, S. Xi, H. S. Chen, M. Chen, (2009). Research progress in reversed Cherenkov radiation in double- negative metamaterials. *Progress in Electromagnetics Research*, PIER, 90, 75-87.
16. Milton, G W. (2010). Realizability of metamaterials with Prescribed Electric Permittivity and Magnetic Permeability Tensors. *New Journal of Physics*, 12, 033035.
17. Taflove, Allen and Susan C. Hagness (2000). *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*. Artech House Inc., Boston, 2nd edition 2000, [ref. 2013]. Disponible en: <ftp://ftp.itb.ac.id/pub/download/ebooks/Computational.Electrodynamics.The.Finite-Difference.Time-Domain.Method.pdf>
18. Jiabi Chen, Yan Wang, Baohua Jia. (2011). *Observation of the inverse Doppler effect in negative-index materials at optical frequencies*, Nature Photonics.
19. Los metamateriales y sus aplicaciones en defensa. Sistema de observación y prospectiva tecnológica. (2011) [ref. 2013]. Disponible en: http://www.portalcultura.mde.es/Galerias/publicaciones/fichero/Monografia_SOPT_9.pdf
20. Pendry, J. B. (2000). Negative refraction makes a perfect lens. *Physical Review Letters*, 85, 3966-3969.
21. Aydin, K., Bulu, I., Ozbay, E. (2007). Subwavelength resolution with a negative-index metamaterial superlens. *Applied Physics Letters*, 90, id. 254102.

Acerca de los autores



El Dr. Gennadiy Burlak estudió la licenciatura y maestría en la Universidad Nacional de Kiev (KNU) en 1975. Obtuvo el Doctorado en Ciencias físico-matemáticas por la KNU en 1988. Desde 1998 es Profesor-Investigador Titular C definitivo del Centro de Investigaciones en Ingeniería y Ciencias Aplicadas (CIICAp-UAEM). Recientemente

obtuvo el nivel III del SNI, por parte del Conacyt. Es autor y coautor de cuatro libros y más de 150 artículos en revistas arbitradas. Ha participado en 118 ponencias en congresos nacionales e internacionales.



Erika Martínez Sánchez obtuvo la Licenciatura en Matemáticas Aplicadas por la Universidad Autónoma de Coahuila en 2010, y la Maestría en Ciencias en CIICAp de la Universidad Autónoma del Estado de Morelos en 2013. Enseguida ingresó al Doctorado en CIICAp de la Universidad Autónoma del Estado de Morelos, donde actualmente es doctorante.